
WIDENER LIBRARY
HX GZTU V



REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DEN KGL. BAYER. MILITÄR-BILDUNGS-ANSTALTEN UND INHABER EINER PHYSIKALISCHEN ANSTALT IN MÜNCHEN.

SIEBENTER BAND

(DES „REPERTORIUMS FÜR PHYSIKALISCHE TECHNIK &c.“)

TEXT.

MÜNCHEN, 1871.

VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Druck von C. R. Schurich in München.

INHALT.

Bericht über eine neue Thermosäule von grosser Wirksamkeit.

Mitgetheilt von

Dr. A. von Waltenhofen,

Professor am deutschen Polytechnikum in Prag.

(Hiezu Tafel IV.)

Die Unbequemlichkeiten, welche mit der Handhabung hydroëlectrischer Batterien verbunden sind, haben längst den Wunsch rege gemacht, dieselben durch thermoëlectrische Säulen zu ersetzen. — Bei der verhältnissmässig geringen electromotorischen Kraft, welche bei thermoëlectrischen Erregungen zu Tage tritt, würde allerdings eine sehr grosse Anzahl von Thermoëlementen erforderlich sein, um für eine vielelementige hydroëlectrische Batterie Ersatz zu leisten. — Aber selbst die Versuche, diesen Ersatz in kleinerem Maassstabe zu bewerkstelligen und Thermosäulen zu construiren, welche wenigstens bei Versuchen im Kleinen, namentlich bei vielen Vorlesungs-Experimenten, eine geringe Anzahl galvanischer Ketten zu ersetzen im Stande wären, haben bisher nicht zu dem erwünschten Ziele geführt.

Ein bedeutender Fortschritt in dieser Richtung ist zwar durch die Erfindung der Marcus'schen Thermosäule (1864) geschehen.

In der That hat diese aus sehr wirksamen und starke Erhitzung vertragenden Legirungen zusammengesetzte Säule das bis dahin von Thermosäulen Geleistete weit übertroffen; es zeigte sich aber leider sehr bald, dass sie dessen ungeachtet den anfangs gehegten Erwartungen nicht entsprechen kann, und zwar aus folgenden Gründen:

Für's Erste bedingt die ausserordentliche Zerbrechlichkeit der electropositiven (in allen Beschreibungen irrthümlich als „negativ" bezeichneten) Legirung [1]) eine sehr geringe Dauerhaftigkeit und Trans-

1) Erhitzt man die Contactstelle der Legirungen eines Elementes, so geht der Strom von dem Alpacca (Argentan) durch die erhitzte Berührungsstelle zur spröden

portfähigkeit der Säule und für's Zweite habe ich die (wie ich höre auch von anderen Physikern bestätigt gefundene) Wahrnehmung gemacht, dass deren Brauchbarkeit in Folge einer fortwährenden (auf eine moleculare Veränderung hindeutenden) Zunahme des inneren Widerstandes mit der Zeit immer abnimmt[1]).

Desto erfreulicher ist es mir, von einer Thermosäule berichten zu können, welche nicht nur an Wirksamkeit die Marcus'sche Säule noch weit übertrifft, sondern auch grössere Dauerhaftigkeit verspricht und dabei überdies weniger kostspielig ist.

Weitere Vorzüge der neuen Säule bestehen darin, dass dieselbe nach Belieben auch ohne nasse Kühlung — nämlich mit einer sogenannten Luftkühlung — eingerichtet ist, was deren Handhabung viel bequemer und weniger umständlich macht; — und dass die Kleinheit der Elemente bei gleicher Zahl ein viel kleineres Volumen und Gewicht bedingt.

Der Erfinder, Herr Franz Noë in Wien, dessen thermoelectrische Versuche ich seit einer Reihe von Jahren zu verfolgen Gelegenheit hatte, hat mir sowohl einzelne Elemente als auch eine aus 72 Elementen bestehende, für Gasheizung und Luftkühlung eingerichtete Säule, deren Wirkungen weiter unten erörtert werden sollen, nebst nachstehender Beschreibung übersendet:

Das Element (Fig. 1) ist aus zwei Metall-Legirungen gebildet, von denen die als negatives Metall dienende dem Neusilber ähnlich und in Drahtform ausgezogen, die positive durch Guss hergestellt und sehr spröde ist.

Der Schmelzpunct der letzteren liegt etwas tiefer als jener des Antimon.

Der Kürze wegen werden für beide Metalle die Zeichen $+M$ und $-M$ gewählt.

Die Form des $+M$ ist ebenfalls die cylindrische und liegt die Längenaxe beider M in einer Geraden.

Da das $+M$ ein so schlechter Wärmeleiter ist, dass es an der

(aus Antimon und Zink bestehenden) Legirung. Letztere verhält sich daher bezüglich der Stromrichtung zur ersteren wie Antimon zu Wismuth und muss daher nach dem üblichen Sprachgebrauche positiv genannt werden.

1) Ich habe bei einer 50elementigen Thermosäule dieser Art im Laufe der Zeit eine Widerstandszunahme von 1.1 bis 5.7 Siemens-Einheiten beobachtet, während die electromotorische Kraft ebenfalls eine, jedoch kaum merkliche, Zunahme zeigte.



von einer Stichflamme getroffenen Stelle alsbald in Fluss geräth, ist an dem Elemente die Einrichtung getroffen, dass die Heizflamme nicht directe auf die Contactstelle, sondern auf einen kurzen hohlen Kupfercylinder (H) wirke, welcher über $-M$ hart an $+M$ geschoben ist. Durch diese Einrichtung ist zugleich dem Durchbrennen des $-M$ vorgebeugt und wird auch das zur Erzielung des günstigsten Effectes nothwendige gleichmässige Fortschreiten der Wärme von der Heizstelle aus in beiderseits axialer Richtung vermittelt.

Der genaue Contact beider M, auch bei der stärksten Erhitzung, ist dadurch gesichert, dass das zu einem Knopfe verdickte Ende des $-M$ sich im Innern des $+M$ eingeschmolzen befindet.

Die Querschnitte beider M sind so bemessen, dass selbst bei der zur hellen Glut getriebenen Erhitzung des H ein Abschmelzen des $+M$ nicht eintreten kann[1]).

Um die Elemente in bequemer und zweckentsprechender Weise zu einer Säule zusammensetzen zu können, ist an denselben noch folgende Einrichtung getroffen:

An der Basis des $+M$ ist ein kupfernes Blöckchen (A), an dem freien Ende des $-M$ aber ein federnder Metallbügel (BC) angelöthet, welch' letzterer die Bestimmung hat, der Ausdehnung und Zusammenziehung des Elementes in den verschiedenen Temperaturen denjenigen Spielraum zu gewähren, welcher nöthig ist, um die bei der Sprödigkeit des $+M$ sonst mögliche Sprengung des Zusammenhanges an der Contactstelle hintanzuhalten.

Die Figur 1 verdeutlicht die Art der Aufstellung des Elementes in der Säule. Das Kupferblöckchen A und das Bügelende C sind nämlich auf den Enden zweier einander gegenüber stehenden Streifen dicken Kupferbleches (K) aufgelöthet, welche die aus dem Elemente aufgenommene Wärme entweder in ein Gefäss mit Kühlwasser ableiten oder sie an die Luft abgeben können.

In dem letzteren Falle sind, um eine hinreichend grosse Oberfläche zu erzielen, an die dicken Kupferstreifen K noch breite Streifen

1) Nach der neuesten Construction ist an jedem Elemente ein durchbohrtes Glimmerplättchen (GG in Fig. 2) über den Heizkolben bis dicht an das positive Stäbchen angeschoben. Auf diese Art befindet sich die Feuerlinie zwischen zwei Reihen von Glimmerplättchen, welche nicht nur den Stäbchen der positiven Legirung zum Schutze dienen, sondern auch, indem sie eine Art Zug-Canal bilden, eine gleichförmigere und intensivere Wirkung der Flämmchen herbeiführen.

dünnen Kuferbleches (K') angelöthet; diese letzteren sind winkelförmig nach auswärts gebogen, um an Raum für die gedrängtere Anordnung der Säulenbestandtheile zu sparen.

An der Säule sind die Wärmeableiter K auf einem isolirenden Gestelle in zwei einander gegenüberstehenden Reihen so befestigt, dass bei dem Auflöthen der Elemente die mittelsten Querschnitte der Heizcylinder (H) in eine lothrechte Ebene zu liegen kommen. (Siehe das Schema Fig. 2.) Die Heizung geschieht durch eine gemeinschaftliche Lampe mit gerader Feuerlinie.

Als Heizmaterial kann entweder Spiritus oder Leuchtgas angewendet werden.

Die Spirituslampe (Fig. 3) hat folgende Einrichtung: In der Mitte eines weiten Kühlwasser enthaltenden Blechgefässes (G) befindet sich ein enges spaltförmiges Gefäss (B), welches als Brenner dient und den aus mehreren Lagen Fliesspapier bestehenden Docht enthält. In diesen Brenner gelangt der Spiritus durch das Communicationsrohr (C) aus dem ausserhalb des Kühlgefässes angebrachten Reservoir (D), worinnen der Spiritus mittelst der Niveauflasche (E) auf gleichem Stande erhalten wird. Da der Brenner bis nahe an den oberen Rand überall von Kühlwasser umspült ist, bleibt die Erhitzung der Wände des Brenners auf ein bestimmtes Maass beschränkt, und ist daher auch die Grösse der Spiritusflamme eine constante, wofern nur die Temperatur des Kühlwassers nicht erheblich steigt. Die Gleichmässigkeit der Kühlung wird selbstverständlich am zweckmässigsten durch Eisstücke erzielt, es kann dies aber auch durch einen Strom kühlen Wassers erreicht werden. Für diesen Fall ist durch Anbringung einer Abflussrinne an dem obersten Rande des Kühlgefässes G vorgedacht. Wird das zuströmende Wasser (mittelst eines Trichters) auf den Boden des Kühlgefässes geleitet, so ist das an der Oberfläche gesammelte warme Wasser genöthigt, durch jene Rinne abzufliessen.

Bei den für Spiritusheizung eingerichteten Säulen tauchen auch die kupfernen Wärmeableiter in das Kühlgefäss G. Diese Ableiter sind nämlich auf der unteren Fläche eines steifen hölzernen Rahmens befestigt und nach abwärts gebogen. Der Rahmen steht nicht in unzertrennlicher Verbindung mit der Lampe, sondern wird von 4 in den Ecken angebrachten Füssen getragen, so dass die Säule ein für sich bestehendes Ganzes bildet und mit aller Bequemlichkeit in das Kühlgefäss gestellt oder aus demselben gehoben werden kann. (Die in

das Kühlwasser tauchenden Enden der Wärmeableiter sind mit Firniss überzogen, um Nebenschliessungen des Stromes durch das Kühlwasser hindurch hintanzuhalten.) Figur 4 versinnlicht den Querschnitt einer Säule mit Spiritusheizung. *G* bedeutet das Kühlgefäss, die punctirte Linie *WW* das Niveau des Kühlwassers, *B* den Brenner, *R* die Querschnitte der Langseiten des Rahmens, *FF* die Stellfüsse, $+M$ $-M$ das Element, *KK* die Wärmeableiter.

Die Gaslampe (Fig. 5) beruht auf dem Principe der vorgängigen Mischung des Leuchtgases mit atmosphärischer Luft und hat folgende Einrichtung:

Aus dem Firste eines dachförmigen unten offenen Blechmantels *A* ragt eine Reihe senkrecht stehender Messingröhrchen hervor. Die Anzahl und Stellung der Röhrchen entspricht jener der Elemente.

Im Innern des Blechmantels, gerade unter der Röhrchenreihe, liegt das Gasrohr (*C*), welches an den der Axe eines jeden Röhrchens entsprechenden Stellen je eine Ausströmungsöffnung enthält. Jedes Röhrchen wird somit für sich abgesondert gespeist und stellt eine Art Bunsen-Brenner dar. (Die Lampe ist auf einem tragbaren Brettchen (*B*) befestigt, in dessen Ecken Stellschrauben behufs beliebiger Hebung und Senkung der Lampe angebracht sind.)

Die zur Heizung mit Leuchtgas bestimmten Säulen (Fig. 6) sind auf die früher schon beschriebene Luftkühlung eingerichtet. Bei denselben besteht das Gestell wesentlich aus einem als Grundplatte dienenden steifen Brette (*B*), in welchem der Länge nach zwei parallel und senkrecht stehende Brettchen (*C*) eingefalzt sind. Diese beiden Wände sind an den Enden durch starke in die Grundplatte eingezapfte und überdies an der oberen Kante paarweise durch eiserne Spangen (*E*) verbundene Streben (*D*) gestützt. Die Wärmeableiter (*K*) sind in ihrem horizontalen Theile auf der oberen Kante der bezeichneten senkrechten Wände (*C*) und mit dem Ende ihres abwärts gerichteten Theiles an die Seitenkanten der Grundplatte festgenagelt, woraus eine weitere ausgiebige Versteifung des Gestelles resultirt. *L* deutet die Stellung der Lampe an.

Bei dem Anfassen der Säule dienen die Spangen (*E*) als Handhaben.

Die grösseren Säulen besitzen eine pachytropische Einrichtung (Fig. 7), mittelst welcher die Elemente zu 1, 2 und 4 combinirt werden können und die in Folgendem besteht: Die Elemente sind auf dem gemeinschaftlichen Gestelle in 4 gleichzählige Serien so abgetheilt,

dass jede derselben für sich eine kleinere Säule bildet; jeder der hiemit gegebenen 8 Pole ist leitend mit einer aus federndem Kupferdraht gebildeten Klemme verbunden; die beiden äussersten Pole überdies auch mit den Säulenpolen.

Die Verbindung der Klemmen unter einander geschieht jeweilig mittelst kupferner Bügel, deren Zinken in die Klemmen eingezwängt werden.

Bezeichnet man die Klemmen mit den Zahlen 1 bis 8, von denen die geraden die + Pole, die ungeraden die — Pole angeben, so müssen

für die Combination zu 1 die Klemmen (2, 3), (4, 5), (6, 7)
„ „ „ „ 2 „ „ (1, 3), (2, 4, 5, 7), (6, 8)
„ „ „ „ 4 „ „ (1, 3, 5, 7), (2, 4, 6, 8)

leitend verbunden werden.

Damit dies leicht geschehen könne, sind die Klemmen in einer geraden Zeile an einer Holzleiste (*B*) so befestigt, dass die Zinken gleich gerichtet sind und auf diese Art eine Art Kamm mit 16 paarweise convergirenden Zähnen gebildet wird.

Die zur Verbindung der Klemmen nach dem angegebenen Zahlen-Schema erforderlichen Bügel sind — für jede der drei Combinationsweisen abgesondert — in einer Holzleiste (*A*, *B*, *C*) so eingefügt, dass die herausragenden Zinken ebenfalls in einer Reihe stehen und auf diese Art ein Kamm entsteht, dessen Zähne in die Klemmenreihe passen. Durch diese Anordnung ist es ermöglicht, die für jede der drei Combinationsweisen nöthigen Bügel allemal mit Einem Griffe in die Klemmen einzuschalten.

Der Bequemlichkeit wegen sind übrigens diese 3 Verbindungsleisten (*A*, *B*, *C*) zu einem einzigen Körper verbunden, welcher in seiner äusseren Form ein dreiseitiges, an den Längenkanten mit je 8 normal stehenden Stiften besetztes Prisma darstellt. (In der für die Combination zu 1 bestimmten Stiftenreihe steht der 1. und der 8. blind und sind beide nur darum vorhanden, um die richtige Einschaltung der übrigen 6 Stifte zu leiten.) Fig. 8 gibt eine perspectivische Ansicht eines solchen „Schlüssels".

In Figur 6 ist durch *P* die Stellung des Pachytropes an der Säule angedeutet.

Soweit die Beschreibung des Erfinders. — Zur Erprobung der Wirksamkeit der Säule habe ich zunächst einzelne Elemente in Bezug auf electromotorische Kraft und Widerstand untersucht.

Sechs Messungen an 5 verschiedenen Elementen nach der Ohm'schen Methode mittelst einer Siemens'schen Tangentenbussole ausgeführt, gaben für die electromotorische Kraft e eines Elementes Zahlenwerthe von $e = 1.24$ bis $e = 1.36$, welcher letztere Werth durch Erhitzen des Heizkolbens bis zum Hellrothglühen erreicht wurde, wobei zugleich ein Ausschmelzen kleiner Metallperlen an der Fuge zwischen dem positiven Metall und dem Heizkolben eintrat, während bei den anderen Versuchen nur ein kaum bemerkbares schwaches Glühen (theils mit, theils ohne Austreten von Metallperlen) stattfand. Diese Zahlen beziehen sich auf die Jacobi-Siemens'schen Einheiten, nach welchen ich die electromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes $D = 12$ gefunden habe. Hieraus ergibt sich, dass 9 bis 10 (genauer 9.23) Noë'sche Elemente die electromotorische Kraft eines Daniell'schen ersetzen, während hiezu von den Marcus'schen Elementen nach Stefan[1]) 18 erforderlich sind, wenn man die stärkste zulässige Erhitzung (bis zum Ausschmelzen von Metallperlen) anwendet. Allerdings kann man bei einer vielelementigen Säule nicht darauf rechnen, jedes Element auf seine volle electromotorische Kraft $e = 1.3$ zu erhitzen, wenn man nicht eine stellenweise Ueberhitzung riskiren will. Dass man aber auch bei normaler Heizung einer vielelementigen Säule auf die electromotorische Kraft 1 per Element rechnen kann, was im Vergleiche mit der Marcus-Säule, welche unter gleichen Umständen nach meinen Versuchen auch nur höchstens $^1/_{20}$ Daniell per Element liefert, noch immer einen Gewinn von wenigstens 66 % an electromotorischer Kraft bei gleicher Elementezahl ergibt, haben meine nachstehenden Versuche ausser Zweifel gestellt.

Die untersuchte Säule besteht aus 72 Elementen, welche in 4 Gruppen von je 18 Elementen getheilt sind und mittelst des oben beschriebenen Pachytropes so verbunden werden können, dass folgende Combinationen entstehen:

I vier einfache Gruppen,
II zwei doppelte Gruppen,
IV eine vierfache Gruppe.

Diese Säule gab an einer Siemens'schen Tangentenbussole, deren Reductionsfactor für chemisches Maass am Beobachtungsorte = 40

1) Sitzungsberichte der Wiener Academie, Band 51, Abthlg. 2, Seite 261 und S. 281.

war, die in nachstehender Tabelle verzeichneten Ablenkungen bei den angegebenen Schliessungswiderständen, woraus sich für die drei Combinationen I, II und IV die entsprechenden electromotorischen Kräfte E und Widerstände U der Säule ergeben.

Combination	Schliessungs-Widerstand	Ablenkung	Electromotorische Kraft der Säule.	Widerstand der Säule
I	1. 054	19° 51′	71. 74	3. 91
	6. 054	10° 12′		
II	1. 054	24° 9′	36. 22	0. 96
	6. 054	7° 21′		
IV	1. 054	19° 14′	17. 95	0. 23
	6. 054	4° 5′		

Hieraus ist ersichtlich, dass in jeder Combination die electromotorische Kraft = 1 per Element wirksam war.

Was den Widerstand eines einzelnen Elementes betrifft, so ergibt sich derselbe aus allen drei Versuchsreihen übereinstimmend $u = 0.05$ [1]), nämlich

aus I mittelst der Gleichung $72\, u = 3.91$

„ II „ „ „ $\frac{36}{2}\, u = 0.96$

„ IV „ „ „ $\frac{18}{4}\, u = 0.23$

Diese Daten ermöglichen die Berechnung des Effectes der Thermosäule oder einzelner Elemente für jeden Fall nach Maassgabe des dabei einzuschaltenden äusseren Widerstandes.

Eine Angabe, wie viele galvanische Elemente von bestimmter Gattung durch eine solche Thermosäule von bestimmter Elementezahl ersetzt werden, ist im Allgemeinen nicht möglich, weil die inneren Widerstände galvanischer Elemente zu verschieden sind.

Constante Kohlenzinkelemente mit concentrirter Salpetersäure und auf etwa $^1/_{10}$ verdünnter Schwefelsäure haben eine electromotorische Kraft = 20 und bei sehr guter Beschaffenheit der Thonzellen auch einen verhältnissmässig sehr geringen Widerstand, bei Elementen mittlerer Grösse etwa 0.3 und manchmal auch darunter.

---

1) Genauer 0.054 bis 0.052; Versuche mit einzelnen Elementen gaben 0.054, mit grosser Beständigkeit auch nach öfterem und längerem Gebrauche.

Ist der äussere Widerstand gross, so dass es auf den Widerstand der Stromquelle nicht ankommt, so werden also circa 20 Noë'sche Elemente ein Bunsen'sches ersetzen; — zeigt sich ein gleicher Effect nicht, so ist dies nicht etwa einer geringeren electromotorischen Kraft der Noë'schen Elemente, sondern lediglich dem Umstande zuzuschreiben, dass bei kleinem äusseren Widerstande der innere Widerstand (der Stromquelle) nicht mehr gleichgiltig ist und daher — weil 20 Noë'sche Elemente einen grösseren Widerstand haben als ein Bunsen'sches — das letztere stärker wirken muss. — Dem lässt sich aber, wenn man eine grössere Säule hat, durch entsprechende Combination mittelst des Pachytropes abhelfen. Nimmt man z. B. bei einer 80elementigen Noë'schen Säule Combination IV (zu einer vierfachen Gruppe von 20 Elementen), deren Widerstand dann nur 0.25 sein wird, so wird dieselbe auch bei sehr kleinem äusseren Widerstande die Wirkung eines Bunsen'schen Elementes übertreffen; und anderseits wird bei grossem äusseren Widerstande Combination I angezeigt sein und in diesem Falle eine Wirkung von vier Bunsen'schen Elementen ausüben.

Wollte man die electromotorische Kraft auch nur eines einzigen Noë'schen Elementes durch eine gewöhnliche Wismuth-Antimon-Thermosäule (von 0^0 C. und 100^0 C. Löthstellen-Temperatur) ersetzen, so würden ungefähr 11 solche Elemente dazu erforderlich sein, indem nach meinen Versuchen mit mehrelementigen Wismuth-Antimon-Thermosäulen bei obiger Temperaturdifferenz die durchschnittliche electromotorische Kraft eines solchen Elementes selten über 0.09 hinausgeht[1].

In der That kann man schon mit einem einzigen Noë'schen Elemente überraschende Effecte, z. B. mittelst eines geeigneten Inductionsapparates, dessen Unterbrecher (Blitzrad) man mit der Hand bewegt, bedeutende physiologische Wirkungen erzielen.

Meine 72elementige Säule bringt mit Combination I sehr lebhafte

---

1) Eine andere directe Bestimmung dieser electromotorischen Kraft nach einem absoluten Maasse liegt meines Wissens nicht vor; doch habe ich aus den Bestimmungen von Matthiessen und Wheatstone einerseits und aus jenen von Matthiessen und Pouillet anderseits — indem ich dabei die von J. Regnauld und Poggendorff beziehungsweise für das Wheatstone'sche und das Wollaston-sche Element angegebenen Verhältnisse zum Daniell'schen benutzte — die electromotorische Kraft eines Wismuth-Antimon-Elementes gerechnet und dafür einerseits den Werth = 0.129 und anderseits = 0.108 gefunden.

Wasserzersetzung hervor, setzt mit Combination II Ruhmkorff'sche Apparate mittlerer Grösse in Thätigkeit und erzeugt mit Combination IV (bei Anwendung von Spiralen aus dickem Drahte) sehr starke Electromagnete.

Eine solche Säule gewährt daher die Bequemlichkeit — namentlich bei Vorlesungsversuchen — in vielen Fällen die galvanischen Elemente entbehrlich zu machen.

Zugleich ist die Noë'sche Thermosäule nicht nur viel wirksamer, sondern auch entschieden von grösserer Dauerhaftigkeit als die Marcus'sche. Dafür spricht schon ihre bessere Transportfähigkeit in Folge der immerhin bedeutend geringeren Zerbrechlichkeit der dabei verwendeten positiven Legirung, und anderseits der Umstand, dass ich an derselben nach häufigem Gebrauche noch keine Wirkungsabnahme — wie bei der Marcus'schen — wahrgenommen habe.

Ein Versuch über den Gasbedarf meiner 72 elementigen Noë'schen Säule ergab bei voller Wirkung einen Verbrauch von vierzehn Cubikfuss per Stunde, was ungefähr der Consumtion von drei gewöhnlichen Strassenflammen (zu je fünf Cubikfuss gerechnet) nahe kommt.

Hinsichtlich des Preises muss ich nähere Angaben dem Erfinder (Wien, Fünfhaus, Tellgasse 12) überlassen. Wenn ich aber beispielweise anführe, dass meine mehrfach erwähnte Noë'sche Säule vierzig Gulden gekostet hat, so geht schon daraus hervor, dass diese Thermosäulen nicht nur die wirksamsten sondern auch die billigsten sind.

Nachschrift. Nachdem der vorstehende Aufsatz bereits geschlossen war, habe ich mich durch wiederholte Versuche überzeugt, dass die neue Thermosäule — bei entsprechender Einstellung und Regulirung der Feuerlinie — ohne Schaden eine stärkere Erhitzung verträgt, als diejenige war, bei welcher die in obiger Tabelle zusammengestellten mit den Combinationen I, II und IV erzielten Resultate gewonnen wurden. Ich erhielt auf diese Art beträchtlich höhere Werthe für die electromotorische Kraft der Säule und zwar, was sehr bemerkenswerth ist, ohne gleichzeitige Vergrösserung des Widerstandes, wie nachstehende Tabelle zeigt. In derselben sind die Werthe für electromotorische Kraft und Widerstand der Säulen-Combinationen beziehungsweise mit E und U und die auf

ein Element entfallenden Durchschnittswerthe dieser Grössen mit *e* und *u* bezeichnet und beziehen sich alle Zahlen auf die bereits angegebenen Einheiten.

Combination	Schliessungs-Widerstand	Ablenkung	*E*	*U*	*e*	*u*
I	1.054	23° 0′	82.27	3.79	1.14	0.054
	6.054	11° 48′				
II	1.054	26° 48′	41.02	0.98	1.14	0.054
	6.054	8° 18′				
IV	1.054	21° 30′	20.40	0.24	1.13	0.053
	3.054	8° 48′				

Bei diesen Versuchen kam die durchschnittliche electromotorische Kraft eines Elementes dem bei separater Heizung eines Elementes erreichbaren Werthe (1,3) noch näher und stellt sich sonach die Gesammtleistung der neuen Säule noch günstiger heraus, als im vorstehenden Aufsatze aus einer anderen Versuchsreihe gefolgert wurde.

Isochrone Regulatoren mit gekoppelten Kugeln.

Von

E. Rolland.

(Hiezu Tafel III Figg. 1—5.)

Herr Rolland[1]), Generaldirector der französischen Staats-Manufacturen, hat im 43. Hefte des „Journal de l'Ecole polytechnique" (1870) eine bemerkenswerthe Arbeit über Regulatoren veröffentlicht, bei denen der Isochronismus ohne Spannfedern oder veränderliche Gegengewichte durch Anwendung von Kugeln erreicht wird, die paarweise an rechtwinklig gekreuzten Armen befestigt werden. Wir wollen aus dieser Arbeit das Wesentlichste hier kurz wiedergeben.

Betrachten wir zuerst einen gewöhnlichen Centrifugalregulator nach dem Watt'schen Princip (Fig. 1). Die Rotationsaxe AA' trägt zwei horizontale, gleichlange Arme AO und $A'O'$; der erste ist fest, der zweite sitzt an der vertical beweglichen Dille A'. In O, O' und C sind die gleich langen Gelenkstangen OC, $O'C$ articulirt; OC trägt die Kugel B vom Gewichte P, in A' wirkt der Druck p, der z. B. durch das Gewicht der Dille repräsentirt sein kann. Rechts von AA' muss man sich den Apparat symmetrisch zu der linken Hälfte vollendet denken, oder allgemeiner, der in Fig. 1 dargestellte Mechanismus wird n mal in symmetrischer Vertheilung um die Rotationsaxe AA' wiederholt (dadurch wird der Druck gegen die Axe aufgehoben).

Sei nun $OA = \varrho$, $OB = L$, $OC = l$, und α die Neigung von OC gegen die Verticale, so wirkt auf die Kugel B die Centrifugalkraft $\frac{P\omega^2}{g}(\varrho + L\sin\alpha)$, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit der Rotation und g die Constante der Schwerkraft bedeutet. Die Centrifugalkraft ist im Gleichgewicht mit den Kräften P und p durch Vermittelung

1) Auf der Tafel ist aus Versehen „Rollmann" anstatt „Rolland" stehen geblieben.

der Gelenkstangen; die virtuellen Geschwindigkeiten sind resp. $L\cos\alpha d\alpha$, $-L\sin\alpha d\alpha$, $-2l\sin\alpha d\alpha$; das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten gibt daher, wenn wir P zweifach und p einfach rechnen, die Bedingung:

$$\frac{P\omega^2}{g}(\varrho+L\sin\alpha)L\cos\alpha=(PL+pl)\sin\alpha \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder, wenn $\varrho=o$ gesetzt wird,

$$\frac{P\omega^2}{g}L^2\cos\alpha=PL+pl. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

In diesen Gleichungen ist vorausgesetzt, dass der Apparat aus 2 symmetrischen Theilen besteht und deshalb P verdoppelt; hätte er n symmetrische Theile, so müssten wir nP statt $2P$ schreiben, oder P in den Gleichungen mit $\frac{n}{2}$ multipliciren; dagegen rechnen wir p immer nur einfach.

Die vorstehenden Bedingungen können auf mehr als eine Art erfüllt werden, z. B. durch eine parabolische Bahn der Kugeln (Franke 1848) oder dadurch, dass das Gegengewicht p als eine Function von α der Gleichung (1) oder (2) gemäss bestimmt wird (Charbonnier 1842). Ein anderer Weg ist von Leon Foucault betreten worden, der horizontale Spannfedern einführte. Man könnte auch p so wählen, dass $PL+pl=o$ würde, ferner durch zwei Dillen p', p'', deren Gelenkstangen mit der Verticalen die Winkel $90^0-\alpha$ und 2α bildeten, die Glieder $p'l\cos\alpha$ und $p'l\sin 2\alpha$ in die Gleichung (1) einführen, wodurch die Coëfficienten von $\cos\alpha$ und $\sin\alpha\cos\alpha$ annullirt werden könnten. Aber Herr Rolland zieht folgenden Weg vor.

Er verbindet die Kugel B mit einer Kugel B' (Fig. 2), deren Hebelarm OC' rechtwinklig mit dem Hebelarm OC der ersten Kugel verbunden ist und die Dille A'' treibt. Sei Q das Gewicht von B', q der verticale Druck in A'', ferner $OB'=OB=L$ und $OC'=OC=l$, denken wir uns endlich den Apparat symmetrisch nach rechts vollendet (also P und Q verdoppelt), so erhält die Gleichung (1) die Gestalt:

$$\frac{\omega^2}{g}L\left\{\varrho(P\cos\alpha+Q\sin\alpha)+L(P-Q)\sin\alpha\cos\alpha\right\}. \quad . \quad (3)$$
$$=(pl+PL)\sin\alpha+(ql-QL)\cos\alpha.$$

Wird $P=Q$, so haben wir einfacher:

$$\frac{\omega^2}{g}\varrho PL(\sin\alpha+\cos\alpha)=(pl+PL)\sin\alpha+(ql-PL)\cos\alpha.. \quad (4)$$

Besteht der Apparat nicht aus 2, sondern aus n symmetrischen Theilen, so ist wieder P mit $\frac{n}{2}$ zu multipliciren[1]).

Die Gleichung (4) wird, unabhängig von α, für gegebene Werthe von ω erfüllt, wenn die Coëfficienten von $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ separat verschwinden. Der Isochronismus kann also dadurch erreicht werden, dass wir

$$(5) \quad . \; . \; . \; \omega^2 = \frac{K}{\varrho} g, \; p = (K-1)\frac{PL}{l}, \; q = (K+1)\frac{PL}{l}$$

setzen, wo K eine willkührliche Constante bedeutet, die dasselbe Zeichen wie ϱ hat (sie wird negativ für Regulatoren mit gekreuzten Gelenkstangen).

Ist nun $K > 1$, so wird p und q positiv, können also einfache Gewichte sein. Ist $K < 1$, so würde p negativ, es müsste dann also in A' ein Druck aufwärts wirken, oder man müsste die Gelenkstange OB rückwärts über O hinaus verlängern und die Dille A' oberhalb A anbringen, wodurch sich das Zeichen von p änderte, und man hätte

$$p = (1-K)\frac{PL}{l}.$$

Doch wird dieser Fall kaum vorkommen. Nehmen wir endlich $K = 1$, so wird $p = o$ und

$$\omega^2 = \frac{g}{\varrho}, \; q = 2\frac{PL}{l};$$

der Apparat bekommt die vereinfachte Form der Fig. 3, die sich von dem Watt'schen Regulator nur durch die gekoppelten Kugeln unterscheidet.

Bei diesen Systemen darf man offenbar nicht $\varrho = o$ machen. Für das letzte Modell (Fig. 3) fehlt die willkührliche Constante K, welche ω bestimmt, man könnte also ω nur durch Veränderung von ϱ variiren. Dies würde dadurch erreicht, dass man die Puncte O, O'' mit der Axe durch ein Parallelogramm verbände, dessen Winkel durch zwei Stellschrauben verändert werden könnte (Fig. 4).

Noch eine andere Form des Apparates zeigt die Fig. 5, wo das System der Gelenkstangen der Fig. 2 zu zwei Parallelogrammen vervollständigt und die Kugel B' von der Stange OC' auf OD' verlegt worden ist. Die Winkel COC' und DOD' sind rechte. Dann fallen

1) Wir rechnen p und q einfach, dagegen schreibt Herr Rolland statt p, q respective $2p$, $2q$ oder np, nq. Dies kommt darauf hinaus, die Gewichte oder Drucke p, q zu fractioniren.

und steigen die Kugeln B, B' gleichzeitig, und in der Gleichung (4) wird rechts $+ PL$ statt $- PL$ geschrieben, es kommen deshalb an Stelle von (5) die Bedingungen

$$\omega^2 = \frac{Kg}{\varrho},\; p = q = (K-1)\frac{PL}{l}.$$

Für $K = 1$ hätte man hier $p = q = o$, dieser Regulator wäre also isochron ohne Gegengewichte; doch kann man in der Praxis höchstens die Gewichte der Dillen A', A'' sehr klein machen, annulliren kann man sie nicht. Wenn die Kugel B von CO auf CO', und B' von $D'O$ auf $D'O''$ verlegt wird, so hat man

$$p = q = (K + 1 - \frac{2l}{L})\frac{PL}{l},$$

also jetzt $p = q = o$ für $K = \frac{2l}{L} - 1$, es kann daher ω oder K durch das Verhältniss $l : L$ beliebig bestimmt werden.

Bis hieher sind die passiven Widerstände des Apparates nicht in Rechnung gebracht. Die verticale Resultante desselben wirkt auf die Dille, welche mit dem Regulirungsventil des Motores in Verbindung steht (beispielsweise auf q), und zwar ihrer Bewegung entgegen. Nennen wir diese Resultante $\pm N$ ($+ N$, wenn die Dille steigt und die Reibung sich zu q addirt, $- N$ wenn die Dille sinkt), so wirkt in A'' die Kraft $q \pm N$. Ist nun ω_0 die Rotationsgeschwindigkeit der Axe für die Gleichgewichtslage des Mechanismus, die durch die Gleichungen (5) bestimmt wird, so finden wir die Geschwindigkeiten ω_1, ω_2, welche dem Gleichgewichte unter Einfluss der Kräfte $q - N$ oder $q + N$ entsprechen, indem wir in Gl. (4) $q \pm N$ statt q schreiben und dann p, q durch ihre Werthe aus (5) ersetzen. Dies gibt

$$\frac{\omega^2}{g}\varrho = K \pm \frac{NL}{PL}\,\frac{1}{1 + \operatorname{tang}\alpha}. \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Nennen wir ω_1, ω_2 die Werthe von ω aus dieser Gleichung für die beiden Vorzeichen von N, und betrachten das letzte Glied als sehr klein im Vergleich mit K, so finden wir

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1} = \frac{NL}{2KPL}\,\frac{1}{1 + \operatorname{tang}\alpha}. \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Dies ist die Schwankung der Rotationsgeschwindigkeit für eine bestimmte Position α des Regulators. Diese Schwankung erreicht jedenfalls für einen gewissen Werth von α ihr Maximum. Die Grössen N und K lassen sich durch Versuche bestimmen.

Da bei dieser Art von Regulatoren die Kugeln immer in einer gewissen Entfernung von der Rotationsaxe bleiben, so kann man ohne Schwierigkeit die Massen P fractioniren, indem man den Mechanismus nicht aus 2, sondern aus n symmetrischen Theilen zusammensetzt. In den Gleichungen wird dann P mit $\frac{n}{2}$ multiplicirt. Dies erlaubt die Kugeln und die Gelenkstangen leichter zu machen, was für die Dauerhaftigkeit der Apparate von Vortheil ist.

Für die Bewegung des Systems in der Ebene der Gelenkstangen (wobei sich die Kugeln B, B' um das Centrum O drehen) ist die Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\alpha}{dt}$, und die lebendige Kraft

$$(8) \quad . \quad . \quad \frac{4}{g}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 \left\{PL^2 + p\,l^2 \sin^2\alpha + q\,l^2 \cos^2\alpha + c^2\right\},$$

wo das Glied c^2 die Masse der Gelenkstangen berücksichtigen soll. Der Factor in der Parenthese stellt gewissermaassen das Trägheitsmoment des Regulators für die Bewegung in seiner Ebene vor. Substituirt man für p, q ihre Werthe aus (5), so wird dieser Factor

$$PL(L + l[K + \cos 2\alpha]).$$

Dies gilt für die Modelle Fig. 2, 3, 4. Dagegen haben wir für das Modell Fig. 5:

$$PL(L + l[K - 1]).$$

Es folgt hieraus, dass Fig. 5 ein geringeres Trägheitsmoment hat, als die drei anderen Modelle, denn man ist im Allgemeinen genöthigt, α ungefähr $= 45^0$ zu machen, also $\cos 2\alpha = o$. Herr Rolland zeigt nun, dass es wesentlich ist, das besagte Trägheitsmoment zu vermindern, weil durch einen starken Werth desselben beträchtliche Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit, und insbesondere die bekannten Schwankungen mit langer Periode entstehen, die gewöhnlich so störend sind. Deshalb scheint ihm das Modell Fig. 5 besonders empfehlenswerth. Uebrigens hatte er für die Pariser Industrieausstellung 1867 zwei Modelle, Fig. 3 und Fig. 5 entsprechend, construiren lassen. Fig. 3 ist theoretisch weniger vollkommen als Fig. 5, aber sehr einfach und dauerhaft. — Der Leser, der sich für den Gegenstand interessirt, findet in der Originalabhandlung des Herrn Rolland noch viele werthvolle theoretische und practische Andeutungen.

R. Radau.

Ueber das Huyghens'sche Ocular.

Von

J. B. Listing.

(Vom Herrn Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

Die gegenwärtige Mittheilung bezweckt die obwohl elementäre doch noch nicht im Detail durchgeführte Erörterung der dioptrischen Cardinalpuncte des sog. Huyghens'schen Oculars, welches einen der frequentesten Bestandtheile sowohl des Fernrohrs als des Microscops bildet und sogar in dem vier- oder fünfglasigen terrestrischen Ocular wesentlich in den beiden letzten Linsen wiedergefunden wird. Dasselbe wird zuweilen unter der Benennung „negatives" Ocular dem „positiven" oder Ramsden'schen gegenübergestellt. Diese Unterscheidung bezieht sich aber nicht etwa auf das Vorzeichen der äquivalenten Brennweite, welche bei beiden positiv ist, während sie bekanntlich nur bei dem Ocular des Galiläi'schen Fernrohrs (Opernglas, Feldstecher) als negativ zu betrachten ist, so dass letzteres Ocular mit grösserem Fug ein negatives genannt werden dürfte. Der durch diese Bezeichnung bezielte Gegensatz liegt vielmehr darin, dass das zur Aufnahme eines Fadenkreuzes oder Micrometers geeignete Diaphragma im Ramsden'schen Ocular vor der ersten Linse, im Huyghens'schen dagegen hinter der ersten, d. h. zwischen beiden Linsen seinen Platz findet. Daran aber, dass im Huyghens'schen Ocular das Interstitium zwischen den beiden seinem Aequivalent zukommenden Hauptpuncten, wie sich nachher ergeben wird, negativ ist, hat wohl Niemand bei jener Benennung gedacht.

Wie bekannt, wird das Huyghens'sche Ocular gewöhnlich aus zwei planconvexen Linsen aus gleicher Glassorte, meistens Crownglas, zusammengesetzt, einer grösseren, dem sog. Collectiv oder Feldglas, und einer kleineren stärkeren, d. h. von kürzerer Brennweite, dem

sog. Augenglas, beide mit der Convexseite dem eintretenden Licht zugekehrt[1]. Die Entfernung zwischen den beiden Linsen steht ihrer Grösse nach jedenfalls zwischen den beiden Brennweiten der Bestandtheile, so dass also der zweite (hintere) Brennpunct der ersten Linse hinter die zweite Linse, der erste (vordere) Brennpunct der zweiten Linse dagegen nicht vor die erste Linse, wie im Ramsden'schen Ocular, sondern zwischen beide Puncte fällt. Dieser letztere Punct gibt zugleich den Platz des Diaphragmas sammt etwaigem Fadenkreuz oder Micrometer, wenigstens in dem normalen Falle eines weitsichtigen, auf parallele Strahlen accommodirten Auges.

Die Bedingung der möglichsten Achromaticität hat zu der Regel geführt, dass Brennweite der ersten Linse, Distanz beider Linsen und Brennweite der zweiten Linse im Verhältniss von 3 : 2 : 1 stehen müssen, und diesen einfachen Typus findet man meistens an den Fernrohr-Ocularen von guten Künstlern befolgt, während man bei den Ocularen der Microscope zumal in neuerer Zeit kleinere oder grössere Abweichungen von diesem einfachen Zahlenverhältniss antrifft, meistens bestehend in einer Vergrösserung der dritten Zahl, neben kleineren Variationen der zweiten in Plus oder Minus; auch findet man nicht selten die Augenlinse statt planconvex in Gestalt eines Meniscus mit schwacher Concavität der zweiten dem Auge zugekehrten Fläche, sowie bei älteren englischen Instrumenten, namentlich den terrestrischen Fernrohrocularen, biconvexe Linsen. Die Discussion der Motive zu diesen Variationen liegt ausserhalb des Zweckes dieser Mittheilung und würde nicht ohne Eingehen auf den Bau und die optischen Besonderheiten auch des Microscop-Objectives erledigt werden können. Es sei nur bemerkt, dass der erwähnte Typus 3 : 2 : 1 sich auf die Voraussetzung eines farbenfreien, aplanatischen, winkeltreuen und planen Objectivbildes stützt, welche gute Objective im Fernrohr mit grosser Annäherung erfüllen, was in gleichem Maasse selbst in guten Microscopen nach allen vier Beziehungen zugleich nicht der Fall zu sein pflegt, so dass hier, um das dem Auge dargebotene Bild mög-

---

1) Zuweilen wird die erste Linse für sich, anderemale das ganze Ocular auch nach dem seiner Zeit berühmt gewesenen Optiker Campani zu Bologna benannt. Wie der Ausdruck „das Nicol" und ähnliche bereits geläufig geworden, so dürfte sich die Bezeichnung „das Huyghens", „das Ramsden" für das gleichnamige Ocular, und (zumal mit einer Wortspiel-Prägnanz) „das Campani" für die erste Linse des Huyghens'schen Oculars empfehlen.



lichst vollkommen zu machen, das Ocular compensatorische Functionen übernehmen muss, die dort fast ganz wegfallen.

Zum Behuf der nachstehenden Erörterungen bezeichnen wir die Brennweite der ersten, der zweiten Linse und des Aequivalents bezw. durch f, f', F, sowie die Interstitien oder Distanzen der beiden Hauptpuncte durch ε, ε', η. Ferner nennen wir für die erste Linse den ersten und zweiten Hauptpunct E und E', ersten und zweiten Brennpunct U und U', ebenso für die zweite Linse die Hauptpuncte J, J', die Brennpuncte V, V', und für das Aequivalent die Hauptpuncte H, H', die Brennpuncte F, F', sowie dessen Nebenpuncte G, G'. Sodann bezeichnen wir die Entfernung $E'J$ vom zweiten Hauptpunct der ersten Linse bis zum ersten Hauptpunct der zweiten Linse durch t, das Intervall EH vom ersten Hauptpunct der ersten Linse bis zum ersten Hauptpunct des Aequivalents durch α, und das Intervall $H'J'$ vom ersten Hauptpunct des Aequivalents bis zum zweiten Hauptpunct der zweiten Linse durch α'. Hierbei sollen α und α' als positiv betrachtet werden, wenn im Sinne des durchgehenden Lichts H auf E folgt und H' dem J' vorausgeht, und die Interstitien als positiv gelten, wenn der zweite Hauptpunct auf den ersten folgt. Bei positiven Brennweiten geht der erste Brennpunct dem ersten Hauptpunct voraus und folgt der zweite Brennpunct auf den zweiten Hauptpunct, wobei durchweg der erste Punct jedes Paares von Cardinalpuncten auf das eintretende, der zweite auf das austretende Licht bezogen wird. Für alle gegentheilige Fälle findet das Minuszeichen statt. Bei einer gewöhnlichen biconvexen Glaslinse, deren Dicke geringer als die Summe der beiden Krümmungsradien ist und wo f, ε und die den Intervallen α, α' analogen, von den Scheitelpuncten A und A' der Linsenflächen bis zu den Hauptpuncten zu zählenden Entfernungen positiv sind, stehen also im Sinne des durchgehenden Lichtes die hier in Betracht kommenden Puncte in der Ordnung $UAEE'A'U'$. Noch mag bemerkt werden, dass bei einfachen Glaslinsen, deren Dicke gegen die Krümmungsradien gering ist, das positive Interstitium nahe ein Drittel der Dicke beträgt und dass die Intervalle α, α' den Krümmungsradien proportional sind, während $\alpha+\varepsilon+\alpha'$ gleich der Linsendicke ist. Bei einer Planconvexlinse fällt also, wenn A der Scheitel der Convexfläche ist, E mit A zusammen und E' liegt in der Linse so, dass $E'A'$ nahe zwei Drittel ihrer Dicke beträgt.

Sind für beide Linsen des Oculars die Cardinalpuncte und somit

ε, ε', f, f' bekannt und ihre gegenseitige Entfernung nämlich $E'J = t$ gegeben, so lassen sich daraus die Cardinalpuncte des Aequivalents F, F', H, H' oder die Grössen α, α', η und F bestimmen. Die hierzu dienenden Vorschriften, wobei wir $\varepsilon + \varepsilon' = e$ und $f + f' - t = \omega$ setzen, sind

$$\alpha = \frac{t}{\omega} f$$

$$\alpha' = \frac{t}{\omega} f'$$

$$\eta = e - \frac{tt}{\omega}$$

$$F = \frac{ff'}{\omega}$$

Dies ist die zur numerischen Berechnung bequemste Form, obwohl das Aequivalent durch drei Elemente vollständig bestimmt wird, nämlich ausser F durch zwei von den drei Stücken α, α', η, welche durch die Relation

$$\alpha + \alpha' + \eta = t + e$$

zusammenhängen.

Die Scheitelpuncte der ersten Linse durch A, A', der zweiten durch B, B' bezeichnet, verstehen wir unter der Länge L des Oculars die Entfernung AB' zwischen den extremen Scheitelpuncten der Linsencombination, so dass, bei beiden Bestandtheilen die planconvexe Form in der vorhin erwähnten Stellung vorausgesetzt, $L = t + \varepsilon + 3\varepsilon'$ wird, welcher Werth indess durch geringe concave oder convexe Krümmungen bei A' und B' nur um einen kleinen Bruchtheil eines Millimeters alterirt wird.

Nehmen wir vorerst auf die Dicke der Linse keine Rücksicht und vernachlässigen also die in der Regel geringen Grössen ε und ε', setzen also $e = 0$, so zeigt die dritte der obigen Vorschriften, dass das Interstitium η des Aequivalents nur dann Null wird, wenn zugleich $t = 0$ ist, d. h. wenn beide Linsen unmittelbar an einander liegen. Durch Trennung derselben nimmt η sofort einen negativen Werth an, welcher mit zunehmender Entfernung rasch wächst und für $t = f + f'$ unendlich wird. Bei weiterer Vergrösserung von t wird und bleibt η positiv, nimmt vom Unendlichen bis zu einem Minimalwerthe $4(f + f')$ ab, den es bei $t = 2(f + f')$ erlangt, um von da mit t zugleich wiederum bis ins Unendliche zu wachsen. Da nun, wie

bereits erwähnt, im Huyghens'schen Ocular $f > t > f'$ und somit stets $t > f + f'$, so ist bei diesem Ocular für $e = 0$ das Interstitium des Aequivalents stets negativ, so dass H nicht vor sondern hinter H' liegt.

Unter Berücksichtigung von ε und ε', wo also e nicht $= 0$, ist anfänglich, d. h. bei $t = 0$, $\eta = \varepsilon + \varepsilon'$ positiv, nimmt aber mit wachsendem t bis zu Null ab, welchen Werth es bei $t =$

$$\sqrt{\left[e(f+f') + \frac{ee}{4}\right]} - \frac{e}{2}$$

erreicht, um von hier ab negativ bis ins Unendliche zu wachsen. Bei $t = f + f'$ geht η durchs Unendliche ins Positive über, nimmt positiv geworden wiederum, wie im vorigen Falle[1]), bis zu einem positiven Minimalwerthe $\eta = e + 4(f+f')$ ab, den es bei $t = 2(f+f')$ erreicht, um von da mit t zugleich bis ins Unendliche zu wachsen.

In einem numerischen Beispiel seien gegeben zwei Linsen mit den Werthen (in Millimetern) $\varepsilon + \varepsilon' = 2$, $f = 60$, $f' = 24$, so würde sich schon für $t = 12$, gleich der Hälfte der kleineren Brennweite, $\eta = 0$ ergeben, und η würde also nicht blos zwischen den Werthen 24 und 60 für t, sondern zwischen 12 und 84 negativ ausfallen. Bei allen in concreto vorkommenden Fällen (wo e nicht leicht den vierten Theil von f' erreicht) ist im Huyghens'schen Ocular das Interstitium des Aequivalents negativ.

Als einfache Beispiele bestimmter Formen des Huyghens'schen Oculars mögen zunächst die folgenden dienen.

1) Zum Schema wählen wir zuvörderst jenen oben erwähnten einfachsten Typus und zwar unter Vernachlässigung der Dicke der Linsen. Wir setzen demnach

$$\begin{matrix} \varepsilon = 0, & f = 3, & t = 2 \\ \varepsilon' = 0, & f' = 1 & \end{matrix}$$

woraus, da $e = 0$ und $\omega = 2$, sich ergibt

$$\alpha = 3, \alpha' = 1, \eta = -2, \ F = \frac{3}{2}$$

und da $L = 2$, so wird $\dfrac{F}{L} = \dfrac{3}{4}$ und $-\dfrac{\eta}{F} = \dfrac{4}{3}$.

---

1) Wie sich aus der Derivation

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{t}{f+f'-t}\left(2 + \frac{t}{f+f'-t}\right) = 0$$

zu erkennen gibt.

Wäre in einem speciellen Falle (in Millim.) $f = 60$, $f' = 20$, $t = 40$, so würde man erhalten

$$\alpha = 60$$
$$\alpha' = 20$$
$$\eta = -40$$
$$F = 30$$

und die Cardinalpuncte ständen in folgender Ordnung unter Beifügung ihrer von der Mitte der ersten Linse an gezählten Abscissen auf der Axe in Millimetern[1]):

	U	....	-60	
A	EE'	....	0	G
	....	V	20	H'
	....	....	30	F
B	...	JJ'	40	
	....	....	50	F'
	U'	V'	60	H
	....	....	80	G'

Das in V anzubringende Diaphragma, genau in der Mitte des 40 Millim. langen Oculars, fällt hier also mit dem zweiten Hauptpunct H' zusammen; der erste Hauptpunct H liegt um die halbe Ocularlänge hinter der Augenlinse. Das negative Interstitium ist von gleicher Länge wie das Ocular; die positive Brennweite beträgt 75 Procent dieser Länge.

2) Unter Beibehaltung derselben Linsen und ihrer Entfernung wie im vorigen einfachen Schema nehmen wir in einem zweiten Beispiel die Interstitien der Linsen mit in Rechnung und setzen als gegeben

$$\varepsilon = 1.2,\ f = 60,\ t = 40,\ \text{also}\ \omega = 40$$
$$\varepsilon' = 0.8,\ f' = 20 \qquad \text{und}\ e = 2.0$$

Hieraus finden wir

$$\alpha = 60$$
$$\alpha' = 20$$
$$\eta = -38$$
$$F = 30$$

	U	....	-60.0	
A	E	....	0	G
	E'	....	1.2	
	....	V	21.2	
	....	....	22.0	H'
	....	....	30.0	F
	....	J	41.2	
	....	J'	42.0	

1) Wir geben dem Leser anheim, sich für diese Beispiele die Anordnung der Puncte auf der Axe durch eine Zeichnung zu veranschaulichen. Die Kenntniss der accessorischen oder Nebenpuncte G, G' ist für constructive Anwendungen von Interesse.

B'	....	....	43.6	
	....	....	52.0	F'
	....	....	60.0	H
	U'	....	61.2	
	....	V'	62.0	
	....	....	82.0	G'

Die Länge L des Oculars wird 43.6 und $\frac{F}{L} = 0.6881$, sowie $\frac{\eta}{F'}$ $= 1.267$, und der zweite Hauptpunct H' liegt 0.8 Mill. hinter dem in V anzubringenden Diaphragma.

3) Es sei gegeben

$$\varepsilon = 1.3,\ f = 48,\ t = 33,\quad \text{also } \omega = 35$$
$$\varepsilon' = 0.7,\ f' = 20 \qquad \text{und } e = 2.0$$

woraus man erhält

$\alpha = 45.26$
$\alpha' = 18.85$
$\eta = -29.11$
$F = 27.43$

	U	.....	−48.00	
	.....	.....	− 9.60	G
A	E	.....	0	
	E'	.....	1.30	
	.....	V	14.30	
	.....	.....	16 15	H'
	.....	.....	17.83	F
	.....	J	34.30	
	.....	J'	35.00	
B'	.....	.....	36.40	
	.....	.....	43.58	F'
	.....	.....	45.26	H
	U'	.....	49.30	
	.....	V'	55.00	
	.....	.....	71.01	G'

Die Länge ist 36.40, also $\frac{F'}{L} = 0.7536$, sowie $-\frac{\eta}{F} = 1.061$.
Der zweite Hauptpunct liegt 1.85 Mill. hinter dem Diaphragma V.

4) Gegeben sei

$$\varepsilon = 1.4,\ f = 60,\ t = 40,\ \text{also } \omega = 44$$
$$\varepsilon' = 0.8,\ f' = 24 \qquad \text{und } e = 2.2$$

Man findet hieraus für das Aequivalent die vier Bestimmungsstücke sowie für die Aufeinanderfolge der Cardinalpuncte der Bestandtheile sowohl als des Aequivalents die Abscissen wie folgt

$\alpha = 54.55$		U	....	-60.00	
$\alpha' = 21.82$		....	....	-10.91	G
$\eta = -34.17$	A	E	....	0	
$F = 32.73$		E'	....	1.40	
		....	V	17.40	
		....	....	20.38	H'
		....	....	21.82	F
		....	J	41.40	
		....	J'	42.20	
	B'	....	....	43.80	
		....	....	53.11	F'
		....	....	54.55	H
		U'	....	61.40	
		....	V'	66.20	
		....	....	85.84	G'

Die Länge 43.8 gibt $\frac{F}{L} = 0.7473$, und es ist $-\frac{\eta}{F} = 1.044$. Der zweite Hauptpunct fällt 2.98 Millim. hinter die Ebene des Diaphragmas.

Im ersten Beispiel war das Verhältniss $-\frac{\eta}{F} = 1.333$, im zweiten $= 1.267$, in dem dritten und vierten stellte es sich nur wenig von der Einheit abweichend heraus. Es bietet sich von selbst die Frage dar, in welche gegenseitige Distanz die beiden Linsen eines Huyghens'schen Oculars gestellt werden müssten, um Gleichheit zwischen Brennweite und Interstitium zu bewirken, wodurch also Coincidenz einerseits von H' und F, andererseits von H und F' eintreten würde.

Auf den ersten Blick könnte man es befremdend finden, wie ein Punct der Axe eines Linsensystems zugleich Haupt- und Brennpunct sein könne. Das Befremdliche verschwindet aber sofort, wenn man die Unterscheidung zwischen dem ersten und dem zweiten Puncte jedes der beiden Paare beachtet. Sei P der Punct, in welchem H' und F, Q der Punct, wo H und F' coincidiren, so ist die dioptrische Bedeutung von P, dass wenn einfallende Lichtstrahlen nach P convergiren, die austretenden Strahlen parallel der Axe verlaufen, und die Bedeutung von Q, dass parallel zur Axe einfallendes Licht nach dem Austritt aus Strahlen besteht, deren Concurrenzpunct in Q liegt. Hierin besteht die Function beider Puncte in ihrer Eigenschaft als Brennpuncte F und F'. Die zweite Rolle, welche P und Q als Hauptpuncte H' und H spielen, besteht darin, dass einfallendes in Q concurrirendes Licht nach dem Durchgang in P concurrirt. Es leuchtet ein, dass

diese Coincidenz zwischen Haupt- und Brennpuncten nur bei entgegengesetztem Zeichen von Brennweite und Interstitium stattfinden kann.

Die Realisirung dieser Coincidenz beruht auf der Forderung, dass $F = -\eta$ werde oder dass

$$\frac{tt}{\omega} - e = \frac{ff'}{\omega}$$

sei, welche für t den fraglichen Werth ergibt. Derselbe findet sich

$$\sqrt{\left[ff' + e(f + f') + \frac{ee}{4}\right]} - \frac{e}{2}.$$

Es mögen noch zwei Beispiele folgen, in welchen wir der Entfernung t diesen berechneten Werth ertheilen.

5) Es sei gegeben

$\varepsilon = 1.5$, $f = 64$, $t = 41.46$ also $\omega = 47.54$
$\varepsilon' = 1.0$, $f' = 25$ und $e = 2.50$

dann finden wir

$\alpha = 55.82$
$\alpha' = 21.80$
$\eta = -33.66$
$F = 33.66$

	U	....	-64.00	
	....	....	-11.50	G
A	E	....	0	
	E'	....	1.50	
	....	V	17.96	
	....	....	22.16	FH'
	....	J	42.96	
	....	J'	43.96	
B	....	....	45.96	
	....	....	55.82	HF'
	U'	....	65.50	
	....	V'	68.96	
	....	....	89.48	G'

Die Länge wird 45.96, $\frac{F}{L} = 0.7324$ und, wie verlangt, $-\frac{\eta}{F} = 1$.

Zweiter Hauptpunct und erster Brennpunct liegen 4.2 Mill. hinter dem Diaphragma.

6) Es sei

$\varepsilon = 1.3$, $f = 72$, $t = 47.63$, also $\omega = 54.37$
$\varepsilon' = 0.7$, $f' = 30$ $e = 2.0$

woraus wir finden

$\alpha = 63.08$
$\alpha' = 26\ 28$
$\eta = -39.73$
$F = 39.73$

	U	....	−72.00	
	....	....	−16.38	G
A	E	....	0	
	E'	....	1.30	
	....	V	18.93	
	....	....	23.35	FH'
	....	J	48.93	
	....	J'	49.63	
B'	....	....	51.03	
	....	....	63.08	HF'
	U'	....	73.30	
	....	V'	79.63	
	....	....	102.81	G'

Bei der Länge 51.03 ist $\frac{F}{L} = 0.7785$. Zweiter Haupt- und erster Brennpunct stehen 4.42 Mm. hinter der Blende.

Zur leichteren Vergleichung stellen wir die in den aufgeführten Beispielen dem Huyghens'schen Ocular ertheilten Formen nochmals numerisch zusammen. Aus der letzten Columne entnehmen wir die für einen schnellen Ueberschlag bequeme Regel: die aequivalente Brennweite eines Huyghens'schen Oculars ist ziemlich zutreffend drei Viertel seiner Länge, gemessen zwischen den extremen Glasflächen.

s	s'	f	f'	t	α	α'	$-\eta$	F	$F:L$
0	0	60	20	40	60	20	40	30	0.75
1.2	0.8	60	20	40	60	20	38	30	0.688
1.3	0.7	48	20	33	45.26	18.85	29.11	27.43	0.754
1.4	0.8	60	24	40	54.55	21.82	34.17	32.73	0.747
1.5	1.0	64	25	41.46	55.82	21.80	33.66	33.66	0.732
1.3	0.7	72	30	47.63	63.08	26.28	39.73	39.73	0.779

Diesen schematischen Beispielen soll nun eine Reihe von Messungen an Ocularen theils von Fernröhren theils von Microscopen namhafter früherer und jetziger Künstler folgen, welche nebst Bemerkungen über die Methode der Bestimmung sowie über die numerischen Ergebnisse den Gegenstand einer Fortsetzung gegenwärtiger Mittheilung bilden werden.

Ueber die Zurückführung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf allgemeine mechanische Principien.

Von

R. Clausius.

(Vom Herrn Verfasser gütigst eingesandt.)

1. In einem vor Kurzem mitgetheilten und veröffentlichten Aufsatze[1]) habe ich folgenden für jede stationäre Bewegung irgend eines Systems von materiellen Puncten geltenden Satz aufgestellt: die mittlere lebendige Kraft des Systems ist gleich seinem Virial. Dieser Satz kann als ein dynamischer Gleichgewichtssatz angesehen werden, indem er eine Beziehung angibt, welche zwischen den Kräften und den durch sie hervorgerufenen Bewegungen bestehen muss, damit ein Beharrungszustand eintreten kann, bei welchem die lebendige Kraft der Bewegungen durchschnittlich weder durch positive Arbeit der Kräfte vermehrt noch durch negative Arbeit vermindert wird, sondern unter vorübergehenden Schwankungen einen constanten Mittelwerth behält.

Da die Grösse, welche ich mit dem Namen Virial bezeichnet habe, bei gleichen Coordinaten der materiellen Puncte den auf sie wirkenden Kräften proportional ist, so ist die lebendige Kraft der stationären Bewegung unter sonst gleichen Umständen den Kräften, welchen sie das Gleichgewicht hält, proportional. Wenn man nun auch die Wärme als eine stationäre Bewegung der kleinsten Theilchen der Körper und die absolute Temperatur als Maass der lebendigen Kraft betrachtet, so erkennt man leicht die Uebereinstimmung jenes

1) Ueber einen auf die Wärme anwendbaren mechanischen Satz; Sitzungsberichte der Niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde Jahrg. 1870. Juni. Repertorium VI p. 197 ff. Poggendorff's Annalen Bd. 141, S. 124.



mechanischen Satzes mit dem in einer früheren Abhandlung[2]) von mir aufgestellten Gesetze: die wirksame Kraft der Wärme ist proportional der absoluten Temperatur.

Will man indessen dieses letztere Gesetz zur Grundlage mathematischer Entwickelungen machen, so muss man ihm eine bestimmtere Form geben, da der Ausdruck wirksame Kraft der Wärme möglicher Weise verschiedene Deutungen zulässt. Ich habe daher in jener Abhandlung das Gesetz zum Zwecke der Anwendung in folgender Fassung ausgesprochen:

Die mechanische Arbeit, welche die Wärme bei irgend einer Anordnungsänderung eines Körpers thun kann, ist proportional der absoluten Temperatur, bei welcher die Aenderung geschieht.

Um dieses Gesetz durch eine mathematische Gleichung auszudrücken, denken wir uns, dass der Körper irgend eine in umkehrbarer Weise vor sich gehende unendlich kleine Veränderung seines Zustandes erleide, wobei sowohl die in ihm enthaltene Wärmemenge als auch die Anordnung seiner Bestandtheile sich ändern kann. Dabei kann entweder Arbeit geleistet werden, indem die auf die Körpertheilchen wirkenden inneren und äusseren Kräfte überwunden werden, oder es kann Arbeit verbraucht werden, indem die Theilchen den auf sie wirkenden Kräften nachgeben. Diese unendlich kleine Arbeit werde durch dL bezeichnet, wobei geleistete Arbeit als positiv und verbrauchte Arbeit als negativ gerechnet wird, dann gilt als Ausdruck des obigen Gesetzes die Gleichung:

$$(1) \qquad dL = \frac{T}{A} dZ,$$

worin T die absolute Temperatur des Körpers und A eine Constante, nämlich das calorische Aequivalent der Arbeit bedeutet, und durch Z eine Grösse dargestellt wird, welche durch den gerade stattfindenden Zustand des Körpers vollkommen bestimmt ist, ohne dass man zu wissen braucht, auf welchem Wege der Körper in diesen Zustand gelangt ist. Diese Grösse habe ich die Disgregation des Körpers genannt.

Nimmt man noch an, wie ich es in jener Abhandlung ebenfalls gethan habe, dass die absolute Temperatur eines Körpers der in ihm

2) Poggendorff's Annalen Bd. 116 S. 73; Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie Bd. I, S. 242.

vorhandenen Wärmemenge proportional sei, so kann man, wenn H diese Wärmemenge bedeutet, setzen:

$$T = CH,$$

worin C eine Constante sein soll. Dadurch geht die vorige Gleichung über in:

$$dL = \frac{CH}{A} dZ.$$

Der hierin vorkommende Bruch $\frac{H}{A}$ stellt die im Körper vorhandene Wärmemenge dar, wenn sie nicht nach gewöhnlichem Wärmemaasse, sondern nach mechanischem Maasse gemessen wird, also, mit andern Worten, er stellt die lebendige Kraft derjenigen Bewegung, welche wir Wärme nennen, dar. Führen wir für diese Grösse das einheitliche Zeichen h ein, so lautet die Gleichung:

$$dL = ChdZ. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Es handelt sich nun darum, für diese Gleichung eine auf mechanische Principien gegründete Erklärung zu finden. Dazu liefert der obige mechanische Satz über das Virial insofern einen Anknüpfungspunct, als er die Art der Betrachtungen, welche bei dieser Untersuchung in Anwendung kommen müssen, erkennen lässt. Aber als allein ausreichend ist er noch nicht anzusehen, sondern es bedarf zu der Untersuchung noch gewisser eigenthümlicher und neuer Entwickelungen, welche den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung bilden sollen.

2. Um in Bezug auf die Art der Bewegung mit einem möglichst einfachen Falle zu beginnen, durch welchen die Anschauung der hier in Anwendung kommenden Betrachtungsweise erleichtert wird, wollen wir zunächst voraussetzen, es sei ein einzelner materieller Punct gegeben, auf welchen eine Kraft wirkt, die sich durch ein Ergal darstellen lässt, d. h. deren auf drei rechtwinklige Coordinatenrichtungen bezogene Componenten durch die negativ genommenen partiellen Differentialcoëfficienten einer Function der drei Coordinaten des Punctes ausgedrückt werden. Unter dem Einflusse dieser Kraft soll der Punct eine periodische Bewegung in geschlossener Bahn machen.

Nun denke man sich, dass diese Bewegung eine unendlich kleine Aenderung erleide, durch welche eine neue periodische Bewegung in geschlossener Bahn entstehe. Diese Umänderung der Bewegung kann dadurch veranlasst werden, dass an irgend einer Stelle der Bahn

durch einen vorübergehenden äusseren Einfluss die Geschwindigkeitscomponenten $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dz}{dt}$ unendlich kleine Aenderungen erfahren, und dann der Punct wieder einfach der Einwirkung der ursprünglichen Kraft überlassen bleibt; oder dadurch, dass eine unendlich kleine Aenderung in der auf den Punct wirkenden Kraft eintritt, indem z. B. eine im Ergal vorkommende Constante ihren Werth etwas ändert. Als dritte Ursache für die Umänderung der Bewegung will ich noch eine anführen, welche zwar bei unseren Betrachtungen über die Wärme nicht vorkommen wird, welche aber für einen weiter unten anzustellenden Vergleich von Interesse ist, nämlich die, dass der Punct gezwungen wird, eine von der selbst gewählten Bahn etwas abweichende Bahn zu beschreiben, was auch mit einer Veränderung der Kraft zusammenhängt, weil dann zu der ursprünglichen Kraft noch der Widerstand, den die neue Bahncurve zu leisten hat, hinzukommt.

Wir wollen nun untersuchen, ob unter allen diesen Umständen zwischen den Veränderungen der verschiedenen bei der Bewegung vorkommenden Grössen eine allgemein gültige Beziehung stattfindet.

3. Die Veränderungen, welche die Coordinaten des Punctes, seine Geschwindigkeitscomponenten, die Kraftcomponenten etc. im Verlaufe der Bewegung während der unendlich kleinen Zeit dt erleiden, sollen als Differentiale jener Grössen, wie gewöhnlich, durch den vorgesetzten Buchstaben d bezeichnet werden, so dass z. B. dx die Veränderung von x während der Zeit dt bedeutet. Diejenigen Veränderungen jener Grössen dagegen, welche dadurch entstehen, dass an die Stelle der ursprünglichen Bewegung die veränderte Bewegung tritt, sollen die Variationen der Grössen genannt und durch den vorgesetzten Buchstaben δ bezeichnet werden, so dass z. B. δx den Unterschied zwischen einem Werthe von x in der ursprünglichen Bewegung und dem entsprechenden Werthe von x in der veränderten Bewegung bedeutet.

In letzterer Beziehung ist aber noch eine besondere Bemerkung zu machen, welche für das Folgende von Wichtigkeit ist. Wenn die veränderte Bewegung mit der ursprünglichen in der Weise verglichen werden soll, dass angegeben wird, wie sich die Werthe von x in der einen Bewegung von den entsprechenden Werthen von x in der anderen Bewegung unterscheiden, so muss erst festgesetzt werden, welche Werthe von x man als einander entsprechend ansehen will. Es mögen

zu dem Zwecke zunächst irgend zwei einander unendlich nahe liegende Puncte der beiden Bahnen als entsprechende Puncte angenommen werden. Um von hier aus die übrigen entsprechenden Puncte zu erhalten, nehmen wir eine Grösse, welche sich im Verlaufe der Bewegungen ändert, als maassgebende Grösse an, und setzen fest, dass diejenigen Puncte der beiden Bahnen, welche zu gleichen Werthen der maassgebenden Grösse gehören, entsprechende Puncte sein sollen. Als maassgebende Grösse muss aber eine solche gewählt werden, welche für einen ganzen Umlauf in beiden Bahnen gleiche Werthe hat, denn durch ganze Umläufe gelangt der bewegliche Punct immer wieder zu den in beiden Bahnen gewählten Anfangspuncten zurück, welche wir schon als entsprechende Puncte angenommen haben.

Wir wollen nun die maassgebende Grösse in folgender Weise bestimmen. Sei i die Umlaufszeit bei der ursprünglichen Bewegung, und t die veränderliche Zeit, welche der bewegliche Punct gebraucht, um aus der Anfangslage in eine andere Lage zu gelangen, dann wollen wir setzen:

$$t = i \, . \, \varphi. \qquad (3)$$

Für die veränderte Bewegung sei die Umlaufszeit mit i' und die vom Verlassen der Anfangslage an gerechnete veränderliche Zeit mit t' bezeichnet, dann setzen wir:

$$t' = i' \, . \, \varphi.$$

Wenn nun φ in beiden Ausdrücken gleiche Werthe hat, so sind t und t' entsprechende Zeiten. Nachdem auf diese Weise die entsprechenden Zeiten bestimmt sind, ergeben sich die entsprechenden Puncte der beiden Bahnen, und demgemäss die entsprechenden Werthe von x, y, z etc. von selbst.

Die eben eingeführte Grösse φ wollen wir die Phase der Bewegung nennen. Während eines Umlaufes wächst die Phase um eine Einheit. Beim weiteren Wachsen kann man solche Phasen, die um eine ganze Anzahl von Einheiten von einander verschieden sind, in demselben Sinne als gleich betrachten, wie es bei Winkeln, die um eine ganze Anzahl von 2π verschieden sind, geschehen kann.

Wenn wir die erste der beiden vorigen Gleichungen von der zweiten abziehen, so kommt:

$$t' - t = (i' - i) \, \varphi.$$

Die Differenz $t' - t$ ist die Variation von t und die Differenz $i' - i$ die Variation von i. Indem wir diese der vorigen Festsetzung gemäss mit δt und δi bezeichnen, können wir schreiben:

(4) . . . . $\delta t = \delta i \,.\, \varphi,$

woraus als Regel folgt, dass, wenn man die Gleichung (3) variiren will, man dabei die Grösse φ als constant zu betrachten hat. Will man dagegen dieselbe Gleichung differentiiren, so hat man dabei die Grösse i als constant zu betrachten, indem die Differentiation sich auf den Verlauf einer bestimmten Bewegung bezieht, wobei die Umlaufszeit i eine gegebene Grösse ist. Man erhält also:

(5) . . . . $dt = i d\varphi.$

4. Nach diesen Festsetzungen können wir zu der beabsichtigten mathematischen Entwickelung schreiten.

Wir gehen von dem Ausdrucke $\frac{dx}{dt}\delta x$ aus, und differentiiren denselben nach φ. Dadurch erhalten wir:

(6) . . . . $$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = \frac{d^2x}{dt\,d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\cdot\frac{d(\delta x)}{d\varphi}.$$

Da nun bei der Variation die Phase φ als constant betrachtet wird, so kann man, wenn eine Grösse variirt und nach φ differentiirt werden soll, die Ordnung dieser beiden Operationen umtauschen, und somit setzen:

(7) . . . . $$\frac{d(\delta x)}{d\varphi} = \delta\frac{dx}{d\varphi}.$$

Dadurch geht die vorige Gleichung über in:

(8) . . . . $$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = \frac{d^2x}{dt\,d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\delta\frac{dx}{d\varphi}.$$

Diese Gleichung lässt sich folgendermaassen umformen:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) &= \frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\delta\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{d\varphi}\right)\\ &= \frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{d\varphi}\delta\frac{dx}{dt} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\delta\frac{dt}{d\varphi}\\ &= \frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dt}{d\varphi}\delta x + \tfrac{1}{2}\frac{dt}{d\varphi}\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\delta\frac{dt}{d\varphi}\end{aligned}$$

Setzen wir hierin für den Differentialcoëfficienten $\frac{dt}{d\varphi}$ seinen aus der Gleichung (5) hervorgehenden Werth i ein, so kommt:

(9) . . $$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = i\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \tfrac{1}{2}i\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\delta i.$$

Diese Gleichung soll nun mit $d\varphi$ multiplicirt und dann von $\varphi = 0$ bis $\varphi = 1$, d. h. für einen ganzen Umlauf, integrirt werden.

An der linken Seite lässt sich die Integration sofort ausführen und man erhält:

$$\int_0^1 \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) d\varphi = \left(\frac{dx}{dt}\delta x\right)_1 - \left(\frac{dx}{dt}\delta x\right)_0,$$

worin $\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right)_0$ und $\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right)_1$ den Anfangs- und Endwerth von $\frac{dx}{dt}\delta x$ bedeuten. Da nun bei einem ganzen Umlaufe der Endwerth gleich dem Anfangswerthe ist, so geht die Gleichung über in:

$$\int_0^1 \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) d\varphi = 0. \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Was die Glieder an der rechten Seite anbetrifft, so ist zunächst zu bemerken, dass bei der Integration nach φ die Grössen i und δi als constant zu betrachten sind. Ferner lässt sich, wenn irgend eine von φ abhängige Grösse, z. B. die Grösse x, nach φ von 0 bis 1 integrirt werden soll, folgende Gleichung bilden:

$$\int_0^1 x d\varphi = \frac{1}{i}\int_0^i x dt.$$

Der hierin an der rechten Seite stehende Ausdruck ist nun aber weiter nichts, als der Mittelwerth von x während der Zeit von 0 bis i, also während der ganzen Umlaufszeit. Wenn wir einen solchen Mittelwerth dadurch von der veränderlichen Grösse unterscheiden, dass wir über das Zeichen, welches die veränderliche Grösse darstellt, einen waagrechten Strich machen, so können wir schreiben:

$$\int_0^1 x d\varphi = \bar{x}. \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

Dasselbe, was hier beispielsweise von der Grösse x gesagt ist, gilt ebenso von den an der rechten Seite der obigen Gleichung vorkommenden Grössen $\frac{d^2x}{dt^2}\delta x$, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$ und $\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$. In Bezug auf die letzte Grösse ist ferner noch zu bemerken, dass der Mittelwerth einer Variation gleich der Variation des Mittelwerthes ist, dass wir also schreiben können:

$$\overline{\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \delta\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}. \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Demnach lautet die Gleichung, welche wir durch Integration der Gleichung (9) erhalten, folgendermaassen:

$$(13) \quad \ldots \quad o = i\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\delta x} + \tfrac{1}{2}\, i\delta\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\delta i,$$

oder, wenn wir durch i dividiren und zugleich das erste an der rechten Seite stehende Glied auf die linke Seite schaffen:

$$(14) \quad \ldots \quad -\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\delta x} = \tfrac{1}{2}\delta\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\delta\log i.$$

Ganz ebensolche Gleichungen, wie die hier für die x-Coordinate abgeleitete, gelten auch für die y- und z-Coordinate, nämlich:

$$(14a) \quad \ldots \quad -\overline{\frac{d^2y}{dt^2}\delta y} = \tfrac{1}{2}\delta\overline{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\delta\log i,$$

$$(14b) \quad \ldots \quad -\overline{\frac{d^2z}{dt^2}\delta z} = \tfrac{1}{2}\delta\overline{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\delta\log i.$$

Wenn man diese drei Gleichungen addirt, und zugleich bedenkt, dass

$$(15) \quad \ldots \quad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = v^2,$$

worin v die Geschwindigkeit des Punctes bedeutet, so kommt:

$$(16) \quad . \quad -\left(\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z}\right) = \tfrac{1}{2}\delta\overline{v^2} + \overline{v^2}\delta\log i.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit der Masse m des materiellen Punctes, so kann man statt der Producte $m\frac{d^2x}{dt^2}$, $m\frac{d^2y}{dt^2}$ und $m\frac{d^2z}{dt^2}$ die drei nach den Coordinatenrichtungen genommenen Componenten der auf den Punct wirkenden Kraft, welche mit X, Y und Z bezeichnet werden mögen, einführen, also:

$$(17) \quad . \quad . \quad -\left(\overline{X\delta x + Y\delta y + Z\delta z}\right) = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta\log i.$$

In Bezug auf die Kraft, welche auf den Punct wirkt, haben wir die Voraussetzung gemacht, dass ihre drei Componenten sich durch die negativ genommenen partiellen Differentialcoëfficienten einer Function der Coordinaten des Punctes darstellen lassen. Wenn wir diese Function, welche wir das Ergal des Punctes nennen, für die ursprüngliche Bewegung mit U bezeichnen, so können wir der vorigen Gleichung folgende Form geben:

$$\overline{\frac{dU}{dx}\delta x + \frac{dU}{dy}\delta y + \frac{dU}{dz}\delta z} = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta\log i, \quad . \quad . \quad (18)$$

oder kürzer geschrieben:

$$\delta\overline{U} = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta\log i. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

5. In dieser Gleichung müssen wir zuerst den auf der linken Seite stehenden Ausdruck $\delta\overline{U}$ betrachten.

In allen Fällen, wo bei der veränderten Bewegung das Ergal noch durch dieselbe Function U dargestellt wird, wie bei der ursprünglichen, drückt die Grösse $\delta\overline{U}$ (also die Veränderung des Mittelwerthes des Ergals) die beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere gethane Arbeit aus. Bezeichnen wir also ähnlich, wie es oben in den auf die Wärmelehre bezüglichen Gleichungen geschehen ist, die geleistete Arbeit mit δL, so können wir setzen:

$$\delta L = \delta\overline{U}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Wenn dagegen die Veränderung der Bewegung dadurch veranlasst ist, dass die auf den Punct wirkende Kraft sich geändert hat, so ist die Sache nicht ganz so einfach, sondern bedarf noch einer besonderen Betrachtung.

6. Wie schon oben gesagt, kann man sich die Aenderung der Kraft mathematisch dadurch bedingt denken, dass eine im Ergal vorkommende Constante ihren Werth um eine unendlich kleine Grösse ändert. Ohne indessen hierauf näher einzugehen, wollen wir nur folgende, im Wesentlichen auf dasselbe hinauskommende Annahme machen. Das Ergal, welches bei der ursprünglichen Bewegung durch die Function U dargestellt wurde, soll bei der veränderten Bewegung durch die Summe $U + \mu V$ dargestellt werden, worin V eine beliebige andere Function der Coordinaten und μ einen unendlich kleinen constanten Factor bedeutet.

In Bezug auf das Eintreten des Zuwachses μV wollen wir aber vorläufig noch die Nebenannahme machen, dass der Zuwachs nicht plötzlich in einem gewissen Momente eintrete, sondern allmälig während eines ganzen Umlaufes vor sich gehe, in der Weise, dass der vor V stehende unendlich kleine Factor während der Umlaufszeit gleichmässig wachse, so dass er erst zu Ende des Umlaufes den Werth μ erreiche, den er dann während der folgenden Umläufe constant beibehalte. Demnach soll während eines Zeitelementes dt der

Factor um $\frac{\mu\, dt}{i}$ wachsen, oder, was dasselbe ist, während eines Phasenelementes $d\varphi$ soll der Factor um $\mu\, d\varphi$ wachsen.

Um nun die Arbeitsvariation δL, welche dem ganzen Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere entspricht, zu bestimmen, müssen wir zuerst die Arbeitsvariation für eine beliebig ausgewählte einzelne Phase φ_1 angeben. Dazu betrachten wir den beweglichen Punct von dem Momente an, wo er bei seinem Umlaufe in der ursprünglichen Bahn gerade die Stelle durchschreitet, welche zur Phase φ_1 gehört, und verfolgen ihn von hier aus durch zwei ganze Umläufe. Diese zwei Umläufe umfassen 1) den noch übrigen Theil des schon begonnenen Umlaufes in der ursprünglichen Bahn, 2) den Umlauf, während dessen die Aenderung des Ergals stattfindet, und 3) den Anfang des Umlaufes in der neuen Bahn bis zur Phase φ_1. Die während dieser Zeit gethane Arbeit können wir in zwei Arbeitsgrössen zerlegen, welche dem ursprünglichen Ergal U und dem Zuwachs μV entsprechen.

Die erste Arbeitsgrösse drückt sich sehr einfach aus. Bedeutet nämlich U_1 den zur Phase φ_1 gehörigen Werth von U in der ursprünglichen Bahn, und $U_1 + \delta U_1$ den zu derselben Phase gehörigen Werth in der neuen Bahn, so ist δU_1 die erste Arbeitsgrösse.

Bei der Bestimmung der zweiten Arbeitsgrösse müssen wir uns wegen der allmäligen Entstehung des Zuwachses μV den Factor μ in unendlich viele Theile zerlegt denken, und für jeden Theil denjenigen Werth von V als Anfangswerth in Rechnung bringen, welcher der Stelle des Raumes entspricht, wo der bewegliche Punct sich im Momente der Entstehung dieses Theiles gerade befand. Betrachten wir also den Theil $\mu d\varphi$, welcher während des Phasenelementes von φ bis $\varphi + d\varphi$ entstanden ist, so haben wir für ihn als Ausdruck der Arbeit die Differenz

$$\mu d\varphi\ (V_1 - V)$$

zu bilden, worin V und V_1 diejenigen Functionswerthe bezeichnen, welche zu den Phasen φ und φ_1 gehören. Eigentlich müssten auch noch die Variationen der Functionswerthe berücksichtigt werden, weil der bewegliche Punct sich vom Beginne der Kraftänderung an nicht mehr auf der ursprünglichen Bahn befindet. Da indessen diese Variationen unendlich klein sind und der Factor μ auch unendlich klein ist, so würden hieraus nur unendlich kleine Grössen von höherer Ord-

nung entstehen, welche vernachlässigt werden dürfen. Um nun den vorstehenden Ausdruck, welcher für einen unendlich kleinen Theil des Zuwachses μV gilt, auf den ganzon Zuwachs auszudehnen, müssen wir ihn von 0 bis 1 integriren. Durch Auflösung der Klammer zerfällt der Ausdruck in zwei Glieder. Das erste Glied $\mu V_1 d\varphi$ gibt durch Integration, da V_1 von φ unabhängig ist, einfach μV_1. Das Integral des anderen Gliedes $\mu V d\varphi$ lässt sich durch $\mu \overline{V}$ darstellen, wenn $\overline{V}$ den Mittelwerth von V während eines ganzen Umlaufes bedeutet. Demnach ist die gesuchte zweite Arbeitsgrösse:

$$\mu\,(V_1 - \overline{V}).$$

Durch Addition der beiden Arbeitsgrössen erhalten wir die der Phase φ_1 entsprechende Arbeitsvariation, nämlich:

$$\delta U_1 + \mu\,(V_1 - \overline{V}).$$

Um hieraus weiter die Arbeit δL abzuleiten, welche sich auf die ganze Veränderung der stationären Bewegung bezieht, müssen wir diesen Ausdruck mit $d\varphi_1$ multipliciren und abermals von 0 bis 1 integriren. Wir erhalten also:

$$\delta L = \int_0^1 \delta U_1 d\varphi_1 + \mu \int_0^1 (V_1 - \overline{V}) d\varphi_1,$$

wofür wir, da in dem ersten Gliede an der rechten Seite das Integral der Variation durch die Variation des Integrals zu ersetzen ist, auch schreiben können:

$$\delta L = \delta \int_0^1 U_1 d\varphi_1 + \mu \int_0^1 (V_1 - \overline{V}) d\varphi_1.$$

Die Integrale $\int_0^1 U_1 d\varphi_1$ und $\mu \int_0^1 V_1 d\varphi_1$ bedeuten die Mittelwerthe von U_1 und V_1 während eines Umlaufes, oder, was dasselbe ist, die Mittelwerthe von U und V während eines Umlaufes, welche durch $\overline{U}$ und $\overline{V}$ bezeichnet werden. Das Integral $\int_0^1 \overline{V} d\varphi_1$ ist ebenfalls gleich $\overline{V}$, und es kommt somit:

$$\delta L = \delta \overline{U} + \mu\,(\overline{V} - \overline{V}) = \delta \overline{U}.$$

Wir sind also auch für diesen Fall zu demselben einfachen Resultate gelangt, welches wir für die übrigen Fälle schon in der Gleichung (20) ausgedrückt haben.

Um dieses Resultat zu erhalten, haben wir die specielle Annahme

gemacht, dass die Aenderung des Ergals gleichmässig während eines ganzen Umlaufes vor sich gehe. Wir können aber dasselbe Resultat auch auf einen anderen Fall ausdehnen, welcher für das Folgende von Wichtigkeit ist. Wir wollen uns denken, dass statt Eines bewegten Punctes unzählig viele vorhanden seien, deren Bewegungen im Wesentlichen unter gleichen Umständen, aber mit verschiedenen Phasen stattfinden. Wenn nun zu irgend einer beliebigen Zeit t die unendlich kleine Aenderung des Ergals eintritt, welche mathematisch dadurch ausgedrückt wird, dass U in $U + \mu V$ übergeht, so haben wir für jeden einzelnen Punct an der Stelle von $\mu(\overline{V} - \overline{V})$ eine Grösse von der Form $\mu(\overline{V} - V)$ zu bilden, worin V den der Zeit t entsprechenden Werth der zweiten Function darstellt. Diese Grösse ist im Allgemeinen nicht gleich Null, sondern hat je nach der Phase, in welcher der betreffende Punct sich zur Zeit t gerade befand, einen positiven oder negativen Werth. Wollen wir aber von der Grösse $\mu(\overline{V} - V)$ den Mittelwerth für alle Puncte bilden, so haben wir statt der einzelnen vorkommenden Werthe von V den Mittelwerth $\overline{V}$ zu setzen, und erhalten dadurch wieder den Ausdruck $\mu(\overline{V} - \overline{V})$, welcher gleich Null ist.

7. Aus dem Vorstehenden ergibt sich, dass wir unter den gemachten Voraussetzungen in der Gleichung (19) δL an die Stelle von $\delta \overline{U}$ setzen können, so dass die Gleichung lautet:

$$(21) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \delta L = \frac{m}{2} \delta \overline{v^2} + m \overline{v^2} \delta \log i.$$

Der an der rechten Seite stehende Ausdruck möge noch dadurch vereinfacht werden, dass für das Product $\frac{m}{2} \overline{v^2}$, welches die mittlere lebendige Kraft des Punctes darstellt, das Zeichen h eingeführt wird. Dann kommt:

$$(22) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \delta L = \delta h + 2h \delta \log i.$$

Mit Hülfe dieser Gleichung können wir die mechanische Arbeit, welche beim Uebergange aus einer stationären Bewegung in eine andere, unendlich wenig von ihr verschiedene, gethan wird, bestimmen, ohne die Bewegungen vollständig zu kennen, indem es genügt, die mittlere lebendige Kraft und die Umlaufszeit in Betracht zu ziehen.

Der die Grössen h und i enthaltende Ausdruck, welcher die Arbeit δL darstellt, ist nicht eine vollständige Variation einer Function von h und i. Bringt man dagegen die Gleichung in folgende Form:

$$\delta L = h\left(\frac{\delta h}{h} + 2\delta \log i\right)$$
$$= h(\delta \log h + 2\delta \log i),$$

so kann man die beiden in der Klammer stehenden Variationen in Eine Variation zusammenziehen, nämlich:

$$\delta L = h\delta(\log h + 2\log i)$$

oder anders geschrieben:

$$\delta L = h\delta \log(hi^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Es ergiebt sich also, dass die Arbeit sich darstellen lässt durch ein Product aus h und der Variation einer Function von h und i.

Dieses Resultat entspricht vollkommen der auf die Wärmetheorie bezüglichen Gleichung

$$dL = ChdZ,$$

welche oben unter (2) angeführt wurde. Die in der Gleichung (23) vorkommende Grösse $\log(hi^2)$ ist in dieser letzteren Gleichung durch das Product CZ vertreten, worin C eine Constante und Z diejenige Grösse ist, welche ich in der Wärmelehre die Disgregation genannt habe. Wir sind daher, sofern wir diesen Begriff auch auf die stationäre Bewegung eines einzelnen Punctes anwenden wollen, zu einer näheren Bestimmung desselben gelangt, nämlich, dass die Disgregation proportional der Grösse $\log(hi^2)$ ist.

8. Um von der geometrischen Bedeutung der Grösse $\log(hi^2)$ eine Vorstellung zu gewinnen, wollen wir für h wieder das Product $\frac{m}{2}\overline{v^2}$ einführen. Dann kommt:

$$\log(hi^2) = \log\left(\frac{m}{2}\overline{v^2} . i^2\right)$$
$$= \log\left(\overline{v^2} . i^2\right) + \log\frac{m}{2}$$
$$= 2\log\left(i\sqrt{\overline{v^2}}\right) + \log\frac{m}{2}.$$

Das letzte an der rechten Seite stehende Glied ist unveränderlich und ist daher für die obige Gleichung (23), in welcher nur die Variation der betrachteten Grösse vorkommt, ohne Bedeutung. Wir brauchen unsere Aufmerksamkeit also nur auf das erste Glied zu richten.

Sei nun als specieller Fall angenommen, dass die Geschwindigkeit constant sei (was z. B. stattfindet, wenn ein Punct sich in kreisförmiger Bahn um ein festes Anziehungscentrum bewegt oder wenn

ein Punct, auf den sonst keine Kraft wirkt, zwischen festen elastischen Wänden, von denen er bei jedem Anstoss mit gleicher Geschwindigkeit abprallt, hin und her fliegt), so kann man für $\overline{v^2}$ einfach v^2 schreiben, und kann dann die Wurzel ausziehen, wodurch der Ausdruck $i\sqrt{\overline{v^2}}$ in iv übergeht. Dieses Product ist gleich der Bahnlänge des Punctes, und man kann somit sagen, dass bei Bewegungen mit constanter Geschwindigkeit die Disgregation (abgesehen von einer additiven Constanten, welche bei der Variation oder Differentiation fortfällt) proportional dem Logarithmus der Bahnlänge ist.

Wenn die Geschwindigkeit veränderlich ist, so ist die Sache nicht ganz so einfach, weil der Mittelwerth des Quadrates der Geschwindigkeit verschieden ist von dem Quadrate des Mittelwerthes der Geschwindigkeit; aber immerhin sieht man, dass die Disgregation zum Logarithmus der Bahnlänge in naher Beziehung steht.

9. Bevor wir die Bewegung eines einzelnen Punctes verlassen, um zu erweiterten Untersuchungen überzugehen, wird es zweckmässig sein, von den drei weiter oben angeführten Ursachen zur Umänderung der Bewegung die letzte noch einer besonderen Betrachtung zu unterwerfen, weil wir dadurch Gelegenheit finden werden, das Resultat unserer Entwickelung mit einem bekannten und wichtigen mechanischen Satze zu vergleichen.

Wir wollen nämlich annehmen, die Umänderung der Bewegung sei dadurch veranlasst, dass der Punct gezwungen wurde, statt der selbst gewählten Bahn eine andere, ihr unendlich nahe liegende Bahn zu beschreiben. In diesem Falle gilt für jede Stelle der veränderten Bahn, verglichen mit der entsprechenden Stelle der ursprünglichen Bahn nach dem Satze von der Aequivalenz von lebendiger Kraft und mechanischer Arbeit, folgende Gleichung:

$$\delta U + \frac{m}{2}\delta(v^2) = 0.$$

Demnach können wir in der Gleichung (19) statt $\overline{\delta U}$ setzen $-\frac{m}{2}\delta\overline{v^2}$, und erhalten somit folgende Gleichung:

$$-\frac{m}{2}\delta\overline{v^2} = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta\log i,$$

woraus durch leichte Umformungen hervorgeht:

$$m\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\frac{\delta i}{i} = 0$$

$$i\delta\overline{v^2} + \overline{v^2}\delta i = 0$$

$$\delta\left(\overline{v^2}.i\right) = 0$$

$$\delta\int_0^i v^2 dt = 0. \qquad \ldots \ldots \quad (24)$$

Diese Gleichung ist der Form nach dieselbe, wie die, welche für einen einzelnen beweglichen Punct den Satz von der kleinsten Wirkung ausdrückt. In der Bedeutung ist freilich insofern noch ein Unterschied, als wir bei Ableitung unserer Gleichung vorausgesetzt haben, dass die ursprüngliche und die veränderte Bewegung in geschlossenen Bahnen stattfinden, welche in keinem Puncte zusammenzufallen brauchen, während bei dem Satze von der kleinsten Wirkung vorausgesetzt wird, dass beide Bewegungen von einem gemeinsamen Anfangspuncte bis zu einem gemeinsamen Endpuncte stattfinden. Indessen ist dieser Unterschied für den Beweis unerheblich, indem die Ableitung der Gleichung (24) unter beiden Voraussetzungen in gleicher Weise geschehen kann, wenn man unter i das eine Mal die Umlaufszeit und das andere Mal diejenige Zeit versteht, welche der bewegliche Punct bedarf, um aus der gegebenen Anfangslage in die gegebene Endlage zu kommen.

Kehren wir nun aber wieder zu unserem allgemeineren, durch die Gleichung (23) ausgedrückten Resultate zurück, und vergleichen es mit dem Satze von der kleinsten Wirkung, so ergibt sich für unser Resultat auch insofern eine erweiterte Anwendbarkeit, als es auch solche Fälle umfasst, wo durch eine vorübergehende fremde Einwirkung die lebendige Kraft geändert wird, oder wo eine Aenderung des Ergals eintritt, während bei dem Satze von der kleinsten Wirkung derartige Fälle ausgeschlossen sind[1]).

---

1) Beiläufig möge noch bemerkt werden, dass in solchen Fällen, wo die vorkommenden Kräfte aus Centralkräften bestehen, welche einer bestimmten (positiven oder negativen) Potenz der Entfernung proportional sind, die hier entwickelten Gleichungen sich in sehr einfacher Weise mit der Gleichung, welche den Satz vom Virial ausdrückt, vereinigen lassen. In solchen Fällen unterscheidet sich nämlich das Virial vom Mittelwerthe des Ergals nur durch einen constanten Factor, denn, wenn eine allgemein durch $\varphi(r)$ bezeichnete Kraft durch die Gleichung

$$\varphi(r) = kr^n$$

bestimmt wird, worin k und n Constante sind, so erhält man durch Integration, wenn man dabei die willkürliche Constante gleich Null setzt:

10. Nachdem wir den einfachen Fall, wo ein einzelner Punct sich in geschlossener Bahn bewegt, behandelt haben, gehen wir zu complicirteren Fällen über.

Wir wollen annehmen, es sei eine sehr grosse Anzahl materieller Puncte gegeben, welche theils unter einander Kräfte ausüben, theils von Aussen her Kräfte erleiden. Unter dem Einflusse dieser sämmtlichen Kräfte sollen die Puncte sich in stationärer Weise bewegen. Dabei soll vorausgesetzt werden, dass die Kräfte ein Ergal haben, d. h. dass die Arbeit, welche bei einer unendlich kleinen Lagenänderung der Puncte von sämmtlichen Kräften gethan wird, durch das negative Differential einer Function der sämmtlichen Coordinaten ausgedrückt wird. Wenn die ursprünglich bestehende stationäre Bewegung in eine andere stationäre Bewegung übergeht, so sollen auch hier die Kräfte ein Ergal haben, welches sich aber vom vorigen nicht blos durch die veränderte Lage der Puncte, sondern auch noch durch einen anderen Umstand unterscheiden kann. Man kann sich diesen letzteren Umstand mathematisch dadurch ausgedrückt denken, dass das Ergal eine Grösse enthält, welche während jeder stationären Bewegung constant ist, aber von einer stationären Bewegung zur anderen ihren Werth ändert.

Ferner wollen wir eine Voraussetzung machen, welche die weiteren Betrachtungen erleichtert, und demjenigen Verhalten entspricht, welches bei der Bewegung, die wir Wärme nennen, obwaltet. Ist der Körper, um dessen Wärmebewegung es sich handelt, ein chemisch einfacher, so sind alle seine Atome unter einander gleich, ist er ein chemisch zusammengesetzter, so kommen zwar verschiedene Arten von Atomen vor, aber von jeder Art gibt es eine sehr grosse Anzahl.

$$\int \varphi(r)\,dr = \frac{k}{n+1} r^{n+1},$$

und demnach gilt die Gleichung:

$$\tfrac{1}{2} r\,\varphi(r) = \frac{n+1}{2} \int \varphi(r)\,dr,$$

woraus folgt, dass das Virial dem Mittelwerthe des Ergals, multiplicirt mit dem Factor $\frac{n+1}{2}$, gleich ist. Der Satz vom Virial lässt sich daher für solche Fälle folgendermaassen aussprechen: die mittlere lebendige Kraft ist gleich dem mit $\frac{n+1}{2}$ multiplicirten mittleren Ergal. Man sieht leicht, wie alle Gleichungen, welche die mittlere lebendige Kraft und das mittlere Ergal enthalten, sich durch Anwendung dieses Satzes vereinfachen lassen.

Es ist nun zwar nicht nothwendig, dass alle diese Atome sich unter gleichen Umständen befinden. Wenn z. B. der Körper aus Theilen von verschiedenen Aggregatzuständen besteht, so bewegen die Atome, welche dem einen Theile angehören, sich in anderer Weise, als die, welche dem andern Theil angehören. Indessen immerhin kann man annehmen, dass jede vorkommende Bewegungsart von einer sehr grossen Anzahl gleicher Atome im Wesentlichen unter gleichen Kräften und in gleicher Weise ausgeführt wird, so dass nur die gleichzeitigen Phasen ihrer Bewegungen verschieden sind. Dem entsprechend wollen wir nun auch voraussetzen, dass in unserem Systeme von materiellen Puncten zwar Puncte verschiedener Art vorkommen können, dass aber von jeder Art eine sehr grosse Anzahl vorhanden sei, und dass auch die Kräfte und Bewegungen in der Weise stattfinden, dass immer eine grosse Anzahl von Puncten sich gleich verhält, indem sie unter dem Einflusse gleicher Kräfte gleiche Bewegungen machen, und nur verschiedene Phasen haben.

Endlich wollen wir vorläufig der Einfachheit wegen noch eine Annahme machen, die später wieder aufgegeben werden soll, nämlich die, dass alle Puncte geschlossene Bahnen beschreiben. Für solche Puncte, von denen vorher gesagt wurde, dass sie sich in gleicher Weise bewegen, nehmen wir jetzt noch specieller an, dass sie gleiche Bahnen mit gleicher Umlaufszeit beschreiben, während andere Puncte andere Bahnen mit anderen Umlaufszeiten beschreiben können. Wenn die ursprüngliche stationäre Bewegung in eine andere stationäre Bewegung übergeht, so ändern sich hierbei die Bahnen und Umlaufszeiten, aber wieder sollen nur geschlossene Bahnen mit bestimmten Umlaufszeiten vorkommen, von denen jede für eine grosse Anzahl von Puncten gilt.

11. Unter diesen Voraussetzungen betrachten wir nun wieder für irgend einen Punct das Product $\frac{dx}{dt}\delta x$, oder, indem wir es gleich noch mit der Masse m des Punctes multipliciren, das Product $m\frac{dx}{dt}\delta x$, worin δx, wie früher, den Unterschied zwischen einem Werthe von x in der ursprünglichen Bahn und dem Werthe von x an der entsprechenden Stelle der veränderten Bahn bedeutet.

Dieses Product ändert während der Bewegung des Punctes periodisch seinen Werth, so dass es immer nach Verfluss der Umlaufszeit i

wieder zu seinem früheren Werthe zurückkehrt. Man kann daher die folgende Gleichung bilden:

$$\int_0^i \frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\delta x\right) dt = 0.$$

Wenn wir aber nicht bloss Einen materiellen Punct betrachten, sondern eine ganze Gruppe von materiellen Puncten, welche sich in gleicher Weise bewegen, und daher die gleiche Umlaufszeit i haben, so können wir diese Gleichung noch vereinfachen. Die Grösse $m\frac{dx}{dt}\delta x$ ändert je nach der Phase, in welcher sich der Punct befindet, ihren Werth. Da aber zu einer bestimmten Zeit die zu der Gruppe gehörigen Puncte verschiedene Phasen haben, und die Anzahl der Puncte, aus welchen die Gruppe besteht, so gross ist, dass man zu jeder Zeit alle Phasen als gleichmässig vertreten ansehen kann, so wird die auf alle diese Puncte bezogene Summe

$$\Sigma m\frac{dx}{dt}\delta x$$

ihren Werth im Verlauf der Zeit nicht merklich ändern. Dasselbe gilt für jede andere Gruppe von Puncten gleicher Art und gleicher Bewegung, und wir können daher die vorige Summe sofort auf alle Puncte unseres Systemes beziehen, und die so vervollständigte Summe ebenfalls als constant betrachten. Wir erhalten also die Gleichung:

$$(25) \quad \ldots\ldots \quad \frac{d}{dt}\Sigma m\frac{dx}{dt}\delta x = 0.$$

Wir wollen nun die hierin angedeutete Differentiation ausführen:

$$(26) \quad \ldots \quad \frac{d}{dt}\Sigma m\frac{dx}{dt}\delta x = \Sigma m\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \Sigma m\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d(\delta x)}{dt}.$$

In dem Ausdrucke $\frac{d(\delta x)}{dt}$, in welchem die Grösse x nach einander variirt und nach t differentiirt ist, darf die Anordnung dieser beiden Operationen nicht vertauscht werden. Wohl aber darf dieses geschehen, wenn die Differentiation sich nicht auf die Zeit t sondern auf die Phase φ bezieht. Wir bilden daher folgende Gleichung:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{d(\delta x)}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt},$$

oder, indem wir gemäss der Gleichung (5) den Differentialcoëfficienten $\frac{d\varphi}{dt}$ durch den Bruch $\frac{1}{i}$ ersetzen, die Gleichung:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{1}{i} \cdot \frac{d(\delta x)}{d\varphi}.$$

Hierin können wir an der rechten Seite die Vertauschung der Differentiation und Variation vornehmen, wodurch wir erhalten:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{1}{i}\,\delta\,\frac{dx}{d\varphi}.$$

Nach dieser Vertauschung führen wir an der rechten Seite wieder den Differentialcoëfficienten nach t ein, indem wir setzen:

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = i\,\frac{dx}{dt}.$$

Dadurch erhalten wir:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{1}{i}\,\delta\left(i\,\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= \frac{1}{i}\left(i\delta\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}\delta i\right)$$

$$= \delta\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}\,\delta \log i.$$

Durch Anwendung dieser Gleichung geht die Gleichung (26) über in:

$$\frac{d}{dt}\Sigma m \frac{dx}{dt}\delta x = \Sigma m \frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \Sigma m \frac{dx}{dt}\left(\delta\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}\delta \log i\right) \quad . \quad (27)$$

$$= \Sigma m \frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \Sigma \frac{m}{2}\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \Sigma m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta \log i.$$

Da der hier an der linken Seite stehende Differentialcoëfficient gemäss (25) gleich Null ist, so erhalten wir hieraus:

$$-\Sigma m \frac{d^2x}{dt^2}\delta x = \Sigma \frac{m}{2}\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \Sigma m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta \log i. \quad . \quad . \quad (28)$$

Ebenso können wir für die beiden anderen Coordinaten folgende Gleichungen bilden:

$$-\Sigma m \frac{d^2y}{dt^2}\delta y = \Sigma \frac{m}{2}\delta\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \Sigma m\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \delta \log i. \quad . \quad (28a)$$

$$-\Sigma m \frac{d^2z}{dt^2}\delta z = \Sigma \frac{m}{2}\delta\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \Sigma m\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \delta \log i. \quad . \quad (28b)$$

Indem wir diese drei Gleichungen addiren, und dabei die Gleichung

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = v^2$$

berücksichtigen, kommt:

$$-\Sigma m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right) = \Sigma \frac{m}{2}\delta(v^2) + \Sigma m v^2 \delta \log i. \quad (29)$$

In dieser Gleichung ersetzen wir nun die Producte $m\frac{d^2x}{dt^2}$, $m\frac{d^2y}{dt^2}$, $m\frac{d^2z}{dt^2}$ durch die Kraftcomponenten X, Y, Z, wodurch sie übergeht in:

$$(30) \qquad -\Sigma(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = \Sigma\frac{m}{2}\delta(v^2) + \Sigma m v^2 \delta \log i.$$

Die so umgestaltete linke Seite der Gleichung haben wir noch einer näheren Betrachtung zu unterwerfen.

12. Da der Voraussetzung nach die in dem Systeme wirkenden Kräfte ein Ergal haben, so ist in allen solchen Fällen, wo beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere das Ergal sich nur insofern ändert, wie es durch die veränderte Lage der Puncte bedingt wird, die linke Seite der vorigen Gleichung einfach die Variation des Ergals, und stellt als solche die beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere gethane Arbeit dar, welche wir mit δL bezeichnet haben. Wenn dagegen das Ergal noch eine weitere Veränderung erleidet, welche, wie oben gesagt, mathematisch dadurch ausgedrückt werden kann, dass das Ergal eine Grösse enthält, die zwar bei jeder stationären Bewegung constant ist, aber beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere ihren Werth ändert, so müssen noch die besonderen Umstände, unter denen dieses geschieht, berücksichtigt werden.

Für einen einzelnen bewegten materiellen Punct ergibt sich aus unseren früheren Betrachtungen, dass die Arbeit δL davon abhängt, in welcher Phase der Punct sich in dem Momente befindet, wo die Aenderung des Ergals eintritt. Dagegen haben wir auch weiter gesehen, dass bei einer grossen Anzahl von Puncten, welche sich in verschiedenen Phasen befinden, so dass in dem Momente der Aenderung des Ergals alle Phasen gleichmässig vertreten sind, für den auf alle Puncte bezüglichen Mittelwerth jener Unterschied verschwindet, und dass man daher, soweit es sich um den Mittelwerth handelt, die nur durch die Lagenänderung der Puncte bedingte Variation des Ergals als den Ausdruck der Arbeit δL betrachten kann.

Ein solcher Fall ist unser gegenwärtiger, wo wir es bei jeder vorkommenden Bewegungsart mit sehr vielen Puncten zu thun haben, die sich in den verschiedensten Phasen befinden, und wir können daher die linke Seite der obigen Gleichung einfach durch δL ersetzen, wodurch wir erhalten:

$$\delta L = \Sigma \frac{m}{2} \delta (v^2) + \Sigma m v^2 \delta \log i. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

13. In der vorstehenden Ableitung war die specielle Voraussetzung gemacht, dass alle Puncte geschlossene Bahnen beschreiben. Wir wollen nun diese Voraussetzung fallen lassen und nur an der Annahme, dass die Bewegung stationär sei, festhalten.

Da bei Bewegungen, die nicht in geschlossenen Bahnen stattzufinden brauchen, der Begriff der Umlaufszeit im wörtlichen Sinne nicht mehr anwendbar ist, so fragt es sich, ob vielleicht ein anderer entsprechender Begriff an dessen Stelle zu setzen ist.

Dazu betrachten wir zunächst von den Bewegungen nur die auf eine bestimmte Richtung bezügliche Componente, z. B. die Componente nach der x-Richtung unseres Coordinatensystemes. Dann haben wir es einfach mit abwechselnden Bewegungen nach der positiven und negativen Seite zu thun, und wenn dabei auch im Einzelnen in Bezug auf Elongation, Geschwindigkeit und Zeitdauer noch mannigfache Verschiedenheiten vorkommen, so liegt es doch im Begriffe einer stationären Bewegung, dass im Grossen und Ganzen in der Art, wie dieselben Bewegungszustände sich wiederholen, eine gewisse Gleichförmigkeit herrscht. Demnach muss sich für die Zeitintervalle, innerhalb deren die Wiederholungen stattfinden, bei jeder Gruppe von Puncten, die sich in ihren Bewegungen gleich verhalten, ein Mittelwerth aufstellen lassen. Bezeichnen wir diese mittlere Zeitdauer einer Bewegungsperiode mit i, so können wir unbedenklich auch für die jetzt betrachtete Bewegung die Gleichung (28) nämlich:

$$- \Sigma m \frac{d^2 x}{dt^2} \delta x = \Sigma \frac{m}{2} \delta \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \Sigma m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta \log i.$$

als gültig ansehen.

Entsprechende Gleichungen lassen sich auch hier für die y- und z-Richtung bilden, und zwar wollen wir annehmen, dass die Bewegungen nach den verschiedenen Coordinatenrichtungen soweit unter einander übereinstimmen, dass wir bei jeder Gruppe von Puncten der Grösse $\delta \log i$ für alle drei Coordinatenrichtungen einen gemeinsamen Werth zuschreiben können. Wenn wir dann mit den drei so gebildeten Gleichungen ebenso verfahren, wie oben mit den Gleichungen (28), (28a) und (28b), so gelangen wir wieder zu der dort unter (31) angeführten Gleichung:

$$\delta L = \Sigma \frac{m}{2} \delta (v^2) + \Sigma m v^2 \delta \log i.$$

14. Für die weitere Behandlung dieser Gleichung tritt dadurch eine Schwierigkeit ein, dass bei den Puncten der verschiedenen Gruppen sowohl die Geschwindigkeit v, als auch die mit i bezeichnete Zeitdauer einer Bewegungsperiode verschieden sein kann, und dass sich daher diese beiden unter dem letzten Summenzeichen vorkommenden Grössen nicht ohne Weiteres trennen lassen. Indessen unter Zuhülfenahme einer nahe liegenden Voraussetzung wird die Trennung möglich, und wir gelangen dadurch zu einer sehr einfachen Form der Gleichung.

Da die verschiedenen zu unserem Systeme gehörenden materiellen Puncte in Wechselwirkung unter einander stehen, so kann nicht die lebendige Kraft einer Gruppe von Puncten sich ändern, während die lebendige Kraft der anderen noch vorhandenen Gruppen ungeändert bleibt, sondern durch die Veränderung der einen lebendigen Kraft wird auch die Veränderung der anderen lebendigen Kräfte bedingt, indem sich immer erst wieder ein gewisses Gleichgewicht zwischen den lebendigen Kräften der verschiedenen Puncte herstellen muss, bevor der neue Zustand stationär bleiben kann. Wir wollen nun für die Bewegung, welche wir Wärme nennen, die Voraussetzung machen, das Gleichgewicht bilde sich immer in der Weise, dass zwischen den lebendigen Kräften der verschiedenen Puncte ein festes Verhältniss bestehe, welches sich bei jeder vorkommenden Aenderung der gesammten lebendigen Kraft wieder herstelle. Dann lässt sich die mittlere lebendige Kraft jedes Punctes durch ein Product von der Form mcT darstellen, worin m die Masse des Punctes und c eine andere für jeden Punct bestimmte Constante ist, während T eine veränderliche Grösse bedeutet, welche für alle Puncte gleich ist. Durch Einsetzung dieses Productes an der Stelle von $\frac{m}{2}v^2$ geht die vorige Gleichung über in:

$$\delta L = \Sigma mc\delta T + \Sigma 2mcT\delta \log i. \tag{32}$$

Hierin kann die Grösse T als gemeinsamer Factor aus der zweiten Summe herausgenommen werden. Wir könnten auch die Variation δT aus der ersten Summe herausnehmen, indessen können wir sie auch unter dem Summenzeichen stehen lassen. Es kommt also:

$$\begin{aligned} \delta L &= \Sigma mc\delta T + T\Sigma 2mc\delta \log i \\ &= T\left(\Sigma mc\frac{\delta T}{T} + \Sigma 2mc\delta \log i\right) \\ &= T(\Sigma mc\delta \log T + \Sigma 2mc\delta \log i), \end{aligned} \tag{33}$$

oder, wenn wir beide Summen in Eine zusammenfassen, und das Variationszeichen vor das Summenzeichen setzen:

$$\delta L = T\delta \Sigma mc(\log T + 2\log i),$$

wofür wir endlich noch schreiben können:

$$\delta L = T\delta \Sigma mc \log(Ti^2). \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

15. Diese letzte Gleichung stimmt, wenn wir unter T die absolute Temperatur verstehen, vollständig mit der für die Wärme aufgestellten Gleichung (1)

$$dL = \frac{T}{A} dZ$$

überein, um deren auf mechanische Principien gegründete Erklärung es sich handelte. Die durch das Zeichen Z repräsentirte Disgregation des Körpers wird hiernach durch den Ausdruck

$$A \Sigma mc \log(Ti^2)$$

dargestellt.

Es ist leicht, auch die Uebereinstimmung mit einer anderen Gleichung der mechanischen Wärmetheorie nachzuweisen.

Denken wir uns, dass unserem Systeme von bewegten materiellen Puncten durch eine vorübergehende äussere Einwirkung lebendige Kraft mitgetheilt und es dann wieder sich selbst überlassen werde, so kann diese mitgetheilte lebendige Kraft zum Theil zur Vermehrung der im Systeme vorhandenen lebendigen Kraft dienen und zum Theil zu mechanischer Arbeit verbraucht werden. Man kann daher, wenn δq die mitgetheilte lebendige Kraft und h die in dem Systeme vorhandene lebendige Kraft bezeichnet, schreiben:

$$\begin{aligned} \delta q &= \delta h + \delta L \\ &= \delta \Sigma mc T + \delta L \\ &= \Sigma mc \delta T + \delta L. \end{aligned}$$

Setzen wir hierin für δL seinen Werth aus (33), so kommt:

$$\begin{aligned} \delta q &= \Sigma 2mc\delta T + T\Sigma 2mc\delta \log i \\ &= T(\Sigma 2mc\delta \log T + \Sigma 2mc\delta \log i) \\ &= T\Sigma 2mc\delta \log(Ti) \end{aligned}$$

oder anders geschrieben:

$$\delta q = T\delta \Sigma 2mc \log(Ti). \quad \ldots \ldots \quad (35)$$

Diese Gleichung entspricht der in meiner Abhandlung „über einige für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der

mechanischen Wärmetheorie" [1]) unter (59) angeführten Gleichung. Multiplicirt man nämlich die vorige Gleichung auf beiden mit A (dem calorischen Aequivalente der Arbeit) und setzt dann für das Product $A\delta q$, welches die mitgetheilte lebendige Kraft nach Wärmemaass gemessen darstellt, das Zeichen δQ, und führt ferner die Grösse S ein mit der Bedeutung

(36) . . . . $S = A\Sigma 2mc\log(Ti)$,

so geht die vorige Gleichung über in:

(37) . . . . $\delta Q = T\delta S$.

Die hierin vorkommende Grösse S ist diejenige, welche ich die Entropie des Körpers genannt habe.

In der letzten Gleichung können wir die Variationszeichen auch durch Differentialzeichen ersetzen, da von den beiden früher neben einander betrachteten Vorgängen (der Veränderung während einer stationären Bewegung und dem Uebergange aus einer stationären Bewegung in eine andere), zu deren Unterscheidung zwei Zeichen nothwendig waren, der erstere jetzt nicht mehr in Betracht kommt. Dividiren wir ausserdem noch die Gleichung durch T, so lautet sie:

$$\frac{dQ}{T} = dS.$$

Denken wir uns diese Gleichung für einen Kreisprocess integrirt, und berücksichtigen dabei, dass S zu Ende des Kreisprocesses denselben Werth hat, wie zu Anfang, so erhalten wir:

(38) . . . . $\int \frac{dQ}{T} = 0$.

Dieses ist die Gleichung, welche ich zuerst im Jahre 1854 als Ausdruck des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie für umkehrbare Kreisprocesse veröffentlicht habe [2]). Damals habe ich sie aus dem Grundsatze, dass die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann, abgeleitet. Später [3]) habe ich dieselbe Gleichung noch auf einem anderen, von jenem sehr verschiedenen Wege abgeleitet, nämlich aus

1) Poggendorff's Annalen Bd. 125, S. 353 und Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie Bd. II, S. 1.

2) Poggendorff's Annalen Bd. 93, S. 481 und Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie, Bd. I, S. 127.

3) Poggendorff's Annalen B. 116, S. 73 und Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie, B. 1, S. 242.

dem oben angeführten Gesetze, dass die Arbeit, welche die Wärme bei einer Anordnungsänderung eines Körpers thun kann, der absoluten Temperatur proportional ist, in Verbindung mit der Annahme, dass die in einem Körper wirklich vorhandene Wärme nur von seiner Temperatur und nicht von der Anordnung seiner Bestandtheile abhänge. Dabei betrachtete ich den Umstand, dass man auf diese Art zu der schon anderweitig bewiesenen Gleichung gelangen konnte, als eine Hauptstütze jenes Gesetzes. Die vorstehende Auseinandersetzung zeigt nun, wie jenes Gesetz, und mit ihm der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, sich auf allgemeine mechanische Principien zurückführen lässt.

Ueber die Bildung electrischer Ringfiguren durch den Strom der Influenzmaschine.

Von

Julius Peterin,

Professor an der k. k. Marine-Academie.

(Hiezu Tafel II Figg. 1 - 12.)

(Vom Herrn Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

Riess hat zuerst die characteristische Formverschiedenheit der schon seit dem Jahre 1768 unter dem Namen der Priestley'schen Ringe bekannten electrischen Figuren je nach der Richtung des sie bildenden Funkenstromes nachgewiesen[1]) und dadurch das Interesse, das bis dahin allein den Staubfiguren eben wegen ihrer Formverschiedenheit zugewendet war, auch auf die electrischen Ringfiguren ausgedehnt. — Riess's Untersuchungen wurden mit der Leydner-Flasche, mit der Electrisirmaschine und mit dem electro-magnetischen Inductionsapparate ausgeführt.

Ich habe die Herbstferien dieses Jahres dazu benützt, um die Versuche Riess's mittelst einer Holtz'schen Influenzmaschine erster Art im physicalischen Cabinete der k. k. Marine-Academie in Fiume zu wiederholen, und dabei Resultate erhalten, die selbstverständlich jenen, welche Riess mit dem Inductionsapparate erzielte, ähnlich sind.

Einzelne Modificationen jedoch in der Bildung und Grösse der electrischen Ringfiguren, die theils in der von mir angewandten Electricitätsquelle, theils in den langen Funken, mit welchen ich experimentirte, ihren Grund haben, sollen hier angegeben und näher beschrieben werden.

---

1) Poggendorff's Annalen, Band CXIV, II. Stück.

§. 1.

Die electrischen Ringfiguren lassen sich an der Holtz'schen Influenzmaschine unmittelbar ohne Anwendung eines besonderen Apparates darstellen. Zu diesem Zwecke werden die beiden Kugelelectroden so wie die obersten Kuppeln der verticalen Messingcylinder der Influenzmaschine blank polirt, und die unteren Theile der beiden Messingcylinder durch einen kurzen Kupferdraht in metallische Verbindung gebracht. Nach Erregung der Influenzmaschine nähert man die beiden Kugelelectroden den Messingcylindern auf eine Distanz von 1—2 Millimetern. Schon nach einer kurzen Dauer des Funkenstromes entstehen sowohl an den beiden Electrodenkugeln, als an den beiden Messingcylindern ausgebildete Ringfiguren und zwar die positive an der positiven Electrodenkugel und an dem unter der negativen Electrode befindlichen Messingcylinder, die negative Ringfigur dagegen an der negativen Electrodenkugel und an dem unter der positiven Electrode liegenden Cylinder.

Schneller und grösser erhält man diese Figuren ohne Anwendung des Condensators, wenn nämlich der Strom an den Unterbrechungsstellen in Form von Büscheln übergeht. Wird aber auf der Influenzmaschine der Condensator aufgesetzt, wodurch hell leuchtende Funken zwischen den Electrodenkugeln und den Messingcylindern entstehen. so treten die Ringfiguren zwar scharf begrenzt, jedoch viel kleiner hervor; auch erfordert ihre Ausbildung eine längere Stromdauer.

§. 2.

Bei mehr als zwei Unterbrechungsstellen des Influenzstromes entstehen ebenfalls die electrischen Ringfiguren der Art, dass an der Stelle, an welcher der positive Strom den Schliessungsleiter verlässt, die positive und an derjenigen Stelle, an welcher er in den Leiter eintritt, die negative Ringfigur sich bildet; vorausgesetzt, dass der Schliessungsleiter an den Uebergangsstellen Flächen darbiete, die zur Erzeugung electrischer Ringfiguren sich eignen.

Bei drei Unterbrechungsstellen wurde der Versuch auf folgende Art angestellt:

Die unteren Theile der verticalen Messingcylinder der Influenzmaschine wurden mit den äusseren Enden des Henley'schen allgemeinen Ausladers mittelst dünner mit Seide übersponnener Kupferdrähte leitend verbunden und die mittleren Messingkugeln des Aus-

laders auf 1—2 Millimeter einander genährt. Eben so weit standen die beiden Electrodenkugeln der Influenzmaschine von den obersten Enden der verticalen Messingcylinder ab. Nach 5 Minuten Stromdauer und ohne Anwendung des Condensators waren die drei Paare Ringfiguren nach dem im Eingange dieses Paragraphen ausgesprochenen Gesetze vollkommen ausgebildet; die Figuren an den beiden Ausladerkugeln nebstdem mit schönen farbigen (rothen, gelben, grünen und blauen) Ringen versehen. Weniger deutliche und viel kleinere Ringfiguren entstanden bei Anwendung des condensirten Stromes.

Bei kurzer Stromdauer oder grösseren Abständen war an allen den Uebergangsstellen, an welchen der positive Strom in den Leiter eingetreten war, gar nichts zu bemerken, während an allen denjenigen Stellen, an welchen derselbe aus dem Schliessungsleiter austrat, sich die positiven Ringfiguren durch schwarze Scheiben kenntlich machten.

§. 3.

Zur Darstellung der Ringfiguren auf Metallplatten wurden nach Riess's Vorgang zwei Stahlnadeln (englische Nähnadeln Nr. 7) durch sehr dünne mit Seide übersponnene Kupferdrähte mit den Messingcylindern der Influenzmaschine leitend verbunden. Unter den freien Spitzen der übrigens von dünnen Glasröhren umgebenen und vertical aufgestellten Nadeln lag isolirt auf einem Holzstative eine blank polirte kreisrunde Messingplatte. Durch Senkung des Statives konnte die Messingplatte in verschiedene Entfernungen von den Stahlspitzen gebracht werden. Nachdem die Influenzmaschine durch eine geladene Leydner Flasche erregt wurde, näherte man die Electrodenkugeln den beiden Messingcylindern bis auf 2 (oder auch mehrere) Millimeter. Bei dieser Anordnung ging der positive Strom von der positiven Electrode zum nächsten Messingcylinder und von der mit diesem leitend verbundenen Nadelspitze auf die Messingplatte, von der Messingplatte zur zweiten Nadelspitze und durch den anderen Cylinder zur negativen Electrode mit Funken oder Büscheln über; je nachdem der condensirte oder der uncondensirte Strom angewendet wurde.

Die hell leuchtenden Funken, welche bei Anwendung des Condensators von der positiven Nadel zur Platte und von der Platte zur negativen Nadelspitze übergehen, bringen auf einer Messingplatte zwar schärfer begrenzte, jedoch viel kleinere Ringfiguren hervor, als die Büschel, die von uncondensirtem Strome herrühren. Auch sind die durch

Büschelentladungen auf Messingplatten erzeugten positiven Ringfiguren mit einem sehr breiten asch- oder stahlgrauen Saume umgeben, welcher Saum bei den durch leuchtende Funken hervorgebrachten Figuren erst bei einer langen Stromdauer oder bei einem grösseren Abstande der negativen Nadel von der Messingplatte sich zu bilden beginnt.

Ich bemerke hier, dass ich mit Riess von den auf einer Metallplatte entstandenen Ringfiguren stets diejenige als negative annehme, welche beim Uebergange des positiven Influenzstromes aus der Nadel in die Platte gebildet wird; während die beim Uebertritte desselben Stromes aus der Platte in die Nadelspitze erzeugte Ringfigur als positive angesehen werden soll.

§. 4.

Was die relative Grösse der durch Büschel und der durch leuchtende Funken dargestellten Ringfiguren anbelangt, so haben die ersteren bei gleichem Abstande der Nadelspitzen von der Messingplatte und bei gleicher Stromdauer nahezu den doppelten Durchmesser der letzteren.

Die Form der durch den condensirten Strom der Influenzmaschine hervorgebrachten electrischen Figuren war bei Abständen der beiden Nadeln von 1—3 Millimetern über der Messingplatte gleich der Form jener Ringfiguren, welche Riess durch den electromagnetischen Inductionsapparat hervorgerufen hat.

Betrug die Entfernung der Nadeln von der Messingplatte 4 bis 5 Millimeter und die Stromdauer 5—10 Minuten, so bestand die positive Ringfigur aus einer schwarzen oder schwarzgrauen Scheibe (in vielen Fällen mit hellem Mittelpuncte) und aus einem dunkelgelben, scharf begrenzten Ringe. Zwischen Ring und Scheibe befand sich ein blassgelber Gürtel mit rothen, grünen und blauen Ringen. Die Figur war ausserdem von einem stahlgrauen Saume umgeben. Dieser stahlgraue Saum bildete sich im Uebrigen auch bei einem Abstande der Nadeln von 3 Mm., jedoch erst nach einer Stromdauer von 10 Minuten.

Die negativen Ringfiguren, welche bei einem Nadelabstande von 4—5 Mm. und bei einer Stromdauer von 10 Minuten durch den condensirten Strom gebildet wurden, bestanden in vielen Fällen aus einer blanken, öfters auch aus einer silbergrauen Fläche mit dunklem Centrum, welche von einem matt gelben Rande umgeben war. Um den

Rand sowie auch im Inneren der Kreisfläche waren Haufen feiner grauer Puncte zu erkennen, welche jene Stellen der Platte bezeichnen, die von dem rasch aufeinander folgenden Funken getroffen werden.

§. 5.

Aehnlich in der Form, nur mit einem breiteren grauen, ins Blaue überspiegelnden Saume, und eben deshalb auch von grösserem Durchmesser sind die durch Büschelentladungen ohne Anwendung des Condensators dargestellten positiven Ringfiguren. Bei 1 Mm. Abstand der Nadelspitze von der Messingplatte und 2 Minuten Stromdauer hatte die positive Ringfigur, den Saum mit einbegriffen, einen Durchmesser von 3 Mm., bei 2 Mm. Abstand und der nämlichen Stromdauer einen beiläufigen Durchmesser von 6 Mm. Bei 3 Mm. Abstand und 5 Minuten Stromdauer betrug der Durchmesser der ganzen positiven Figur über 10 Mm. und bei 4 Mm. Abstand und 10 Minuten Stromdauer nahezu 12 Mm. Der stahlgraue Saum bei Abständen von 2 und 3 Mm. war nach aussen zu brandgelb gefärbt.

Alle diese positiven Ringfiguren hatten entweder eine vollkommene oder wenigstens eine annähernde Kreisform; die durch Büschelentladungen auf einer Messingplatte erzeugten negativen Ringfiguren waren dagegen nur bei Abständen von 1 Mm. oder unter 1 Mm. kreisförmig; bei grösseren Abständen aber hatten dieselben durchgehends eine bogenförmig ausgeschweifte oder Blumenblättern ähnliche Gestalt.

Fig. 1 und 2 stellen zwei Paare Ringfiguren auf Messing dar; Fig. 1 wurde bei 2 Mm. Abstand der Nadelspitzen und 3 Minuten Stromdauer, Fig. 2 bei 3 Mm. Abstand und 5 Minuten Stromdauer erhalten.

Fig. 3 ist eine negative Ringfigur, die bei 4 Mm. Abstand und 10 Minuten Stromdauer entstanden ist.

§. 6.

Ohne Anwendung des Condensators wurden die electrischen Ringfiguren auch auf polirten Kupfer- und Zinkplatten dargestellt. Der Saum der positiven Figur auf Kupfer ist grau ins Röthliche überspielend, auf Zink aschgrau ins Bläuliche übergehend. Die negativen Ringfiguren waren selbst bei Entfernungen der Nadeln von der Zink- und Kupferplatte, die 1 Mm. und unter 1 Mm. betrugen, bogenförmig gelappt oder Blumenblättern ähnlich.

Die Figuren 4, 5 und 6 stellen 3 Paare Ringfiguren, die auf einer Kupferplatte entstanden sind, dar.

Fig. 4 wurde bei einem Nadelabstande von 1 Mm. und 2—3 Minuten Stromdauer; Fig. 5 bei 2 Mm. Abstand und 5 Minuten Stromdauer; Fig. 6 bei 3 Mm. und 10 Minuten Stromdauer erhalten.

In Fig. 7 ist ein Paar auf Zink erzeugter Ringfiguren abgebildet, die bei einer Entfernung der Nadelspitzen von 1 Mm. über einer kreisförmigen Zinkplatte hervorgerufen wurden.

Selbstverständlich können weder die eben erwähnten noch die früheren und die nachfolgenden Abbildungen keinen auch noch so geringen Grad von Genauigkeit beanspruchen, da die ungemeine Zierlichkeit in der Form der electrischen Ringfiguren durch Zeichnungen nicht wieder gegeben werden kann. Wenn ich sie daher hier skizzirt habe, so geschah dies blos aus dem Grunde, um ein ganz allgemeines Bild ihrer äusseren, dem blossen Auge sich darbietenden Formen zu entwerfen.

§. 7.

Um die electrischen Ringfiguren auch bei grossen Entfernungen der Metallplatten von den Nadelspitzen hervorzurufen, habe ich dieselben gesondert mittelst einer einzigen Nadel und bei steter Anwendung des condensirten Stromes dargestellt. Dabei wurde die Metallplatte durch einen dünnen Kupferdraht mit dem positiven oder negativen Conductor der Influenzmaschine in directe leitende Verbindung gebracht, je nachdem die positive oder die negative Ringfigur gebildet werden sollte; während der andere Conductor durch einen zweiten Kupferdraht mit der Stahlnadel metallisch verbunden war. Auf diese Weise habe ich beide Arten von Ringfiguren getrennt erhalten; und zwar bei Nadelabständen von der Platte von 5, 10, 15 und sogar 20 Mm.

Da bei diesen grösseren Abständen die Wiederholung der Funken verschiedene Stellen der Metallfläche trifft, so entstehen ausgebildete Ringfiguren erst nach einer langen Stromdauer, die bei einem Spitzenabstande von 20 Mm. sogar 30 Minuten erreicht. Nach einer kurzen Stromdauer bemerkt man an der Stelle, wo sich die Figur bilden soll, feine Puncte, die wie Nadelstiche aussehen, und sich nahezu kreisförmig lagern. Erst nach und nach bräunt sich zuerst der Mittelpunct der positiven Figur, dann die übrigen Theile; der Saum

nimmt zu seiner Entstehung die längste Stromdauer in Anspruch. Die Ausbildung der negativen Ringfigur erfordert eine bedeutend längere Stromdauer als die der positiven.

In den meisten Fällen bestehen die bei einem Abstande von 5—20 Mm. auf einer Messingplatte dargestellten positiven Ringfiguren aus einem schwarzgrauen, röthlich schillernden Flecke, der inmitten einer silbergrauen Scheibe liegt. Die Scheibe ist von einem gelben mit grauen Puncten besäeten Ringe umgeben; in einiger Entfernung dieses Ringes tritt der stahlgraue Saum auf, der bei fortgesetzter Stromdauer nach aussen hin sich braungelb färbt.

Die negative Figur besteht gewöhnlich aus einer grauen, in der Mitte braun gefärbten Scheibe, eingeschlossen von einem dunkelgelben Rande, der mit einem Haufen feiner Puncte ganz umgeben erscheint. Ein sehr blasser, aschgrauer Saum wurde nur äusserst selten bei sehr langer Stromdauer beobachtet.

Die Ringfiguren, welche in Fig. 8 abgebildet erscheinen, sind bei 10 Mm. Abstand und 10 Minuten Stromdauer, die in Fig. 9 bei 15 Mm. Abstand und 15 Minuten Stromdauer, und endlich die in Fig. 10 bei 15 Mm. und 20 Minuten Stromdauer auf Messingplatten entstanden.

§. 8.

Auch auf polirten Kupfer- und Zinkplatten wurden bei Spitzenabständen von 5, 10, 15 und 20 Mm. die electrischen Ringfiguren getrennt dargestellt. Der Saum der positiven Figur auf Kupfer ist röthlich grau und bleibend ausgebildet, der der negativen Figur viel blasser und erst bei schiefer Beleuchtung erkennbar.

Bei 15 Mm. Entfernung der Nadelspitze von der Kupferplatte und 20 Minuten Stromdauer betrug der beiläufige Durchmesser der positiven Ringfigur ohne Saum 7 Mm., mit Saum 11 Mm. (Fig. 11).

Das in Fig. 12 abgebildete Paar entspricht einem Abstande von 10 Mm. und einer Stromdauer von 10 Minuten.

Die auf polirten Zinkplatten gebildeten Ringfiguren hatten bei 5 Mm. Abstand einen aschgrauen, bei 10 und 15 Mm. einen schönen, dunkelblauen Saum. Bei 10 Mm. Abstand und 10 Minuten Stromdauer war der approximative Durchmesser der positiven Ringfigur ohne Saum 5, mit Saum über 8 Mm., der der negativen ohne Saum 7, mit Saum 9 Mm.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber einige manometrische Schulversuche.

Von Victor von Lang.

(Hiezu Tafel III Figg. 6—10.)

1. Das Manometer, Fig. 6. Dasselbe besteht aus einem Pulverglas, in welches mittelst Kork und Siegellack zwei Glasrohre eingekittet werden. Um letztere mehr zu sichern, wird an ihrem oberen Ende ein Stückchen Kork zwischen sie geschoben, worauf man mit Bindfaden die beiden Rohre zusammenschnürt. In das eine Rohrende wird mittelst eines Kautschuckstöpsels ein kleines Glasrohr luftdicht eingepasst. Man kann letzteres Röhrchen auch mittelst Kork und Siegellack einkitten, doch hindert dies die Reinigung des einen Rohres. Das Röhrchen ist gebogen und an der Spitze etwas ausgezogen, um leichter den Kautschuckschlauch darüber zu bringen, welcher das Manometer mit dem Apparat verbindet, wo der Druck gemessen werden soll. Es genügen hiezu ganz dünne Schläuche (etwa 5 Mm. dick), welche sich sehr bequem handhaben lassen. Das Manometer wird bis zur halben Rohrhöhe mit Wasser gefüllt und letzteres nach Bedürfniss gefärbt. Bildet wie gewöhnlich in Auditorien die schwarze Tafel den Hintergrund, so ist es zweckmässig, im Wasser einen weissen Niederschlag etwa durch Chlorsilber zu erzeugen.

2. Gasdiffusion, Fig. 7. Wie ich zuerst in den Sitzungsberichten der kais. Academie der Wissenschaften Band 61 S. 288 berichtet habe, kann man die Diffusion der Gase sehr schön mittelst der zu galvanischen Zwecken bestimmten Thonzellen zeigen. Man steckt in eine solche Zelle mittelst eines dünnen Korkes ein Glasrohr und verkittet dann die Oeffnung der Zelle mit Gyps. Es ist zweckmässig, das Glasrohr aussen zu biegen und das Ende wieder dünn auszuziehen. Steckt man über dieses Ende den Kautschuckschlauch

des Manometers und taucht die Zelle in Kohlensäure, so zeigt das Manometer alsogleich eine Druckverminderung in der Zelle an. Das Entgegengesetzte tritt ein, wenn man die Zelle in umgekehrter Stellung in eine Glocke bringt, in die Leuchtgas einströmt.

3. Druckverminderung beim Ausströmen von Gasen. Man zeigt diese Erscheinung mit dem bekannten in Fig. 8 abgebildeten Apparat, nur wird die seitlich eingefügte Röhre etwas ausgezogen und durch das Kautschuckrohr mit dem Manometer verbunden.

4. Druckverminderung beim Ausströmen von Flüssigkeiten. Ich benutze hierzu den in Fig. 9 abgebildeten Ausfluss-Apparat, dessen oberer Theil von Glas ist. In die Ausflussöffnung wird ein Messingstück geschraubt, das in Fig. 10 in natürlicher Grösse gezeichnet ist. An demselben ist am Ort des kleinsten Querschnittes eine Seitenbohrung angebracht und über diese Oeffnung ein Messingrohr gelöthet, welches mit dem Manometer durch ein Kautschuckrohr verbunden wird. Man kann zweckmässig zu diesem Messingrohr ein Stück von einem Löthrohr nehmen, wie sie im Handel sehr billig vorkommen.

Micrometrisches Microscop von Ertel & Sohn.

(Hiezu Tafel II Figg. 13—15.)

Die Construction dieses Microscopes unterscheidet sich im Wesentlichen vor allen Anderen darin, dass der todte Gang der Schraube nicht durch Spiralfedern, die ein schnelles Abnützen der Schraube herbeiführen, aufgehoben wird. Ferner haben die Spiralfedern noch den Nachtheil, dass sich die Schraube schwerer bewegt, wenn die Federn zusammengedrückt werden. Bei diesem Microscop ist ein ungleicher Gang nun ganz vermieden, der Schlitten, worauf die Fäden gezogen sind, geht die ganze Länge des Kastens ganz gleichmässig.

Um den todten Gang zu vermeiden und eine ganz gleichmässige Bewegung zu erzielen, ist folgende Einrichtung getroffen.

In dem Kästchen *a* Figg. 13—15 (Tafel II) bewegt sich der Schlitten *b*. In dem Schlitten *b* ist die Mutter der Schraube eingeschnitten. Wo das Gewinde der Schraube endet, ist eine Flansche, die auf der inneren Seite des Stahldeckels *d*, der den Kasten *a* hier verschliesst, anliegt. Wird nun die Schraube von rechts nach links

gedreht, mithin der Schlitten *b* entfernt, so ist natürlich, dass sich die Flansche der Schraube gegen die Stahlplatte *d* andrückt. Dreht man die Schraube im entgegengesetzten Sinne, so wird sich die Flansche von der Stahlplatte entfernen. Um dieses zu verhindern, wirkt auf der entgegengesetzten Seite der Flansche eine Stahlfeder *e*, die durch zwei Schrauben an die Flansche angezogen wird.

Ist nun zwischen der Feder *e* der Flansche und der Platte *d* kein Zwischenraum, so ist auch kein todter Gang vorhanden und einen Zwischenraum zu vermeiden ist nicht schwierig.

Es wäre nun einzuwenden, dass, wenn die Schraube in ihrer Mutter nicht vollkommen schliesst, ein todter Gang zum Vorscheine kommt. Um dieses zu vermeiden, ist eine dünne federnde Spange *g*, in der das Gewinde der Schraube geschnitten ist, vor die Mutter, die der Schlitten *b* bildet, so gelegt, dass die Schraube von der Mutter etwas weggezogen wird. Mag nun der Schlitten bewegt werden gleichviel in welchem Sinne, ein todter Gang wird nie vorhanden sein — selbst wenn die Schraube in ihrer Mutter lose wird. Der Druck dieser Spange ist immer ein gleichmässiger und der Schlitten wird sich in jeder Lage ganz gleichmässig bewegen.

Auf die Schraube ist die Trommel *h* conisch aufgepasst, die durch den Schraubenkopf sanft angedrückt wird; dazwischen ist eine kleine Feder gelegt. *h'* ist der Index.

Auf der anderen Seite ist der Kasten *a* durch die Platte *m* verschlossen. In der Mitte dieser Platte ist eine Schraube *n*, die auf die Kammplatte *o* wirkt. Der Kamm *p* (Figg. 14, 15) ist in die Platte *o* streng eingepasst. Um die Kammplatte im Sinne des Schlittens bewegen zu können durch die Schraube *n*, ist zwischen die Platte *m* und *o* eine Feder gelegt, die bei Fig. 14 sichtbar ist.

Das Ocular ist ein Ramsden'sches, das so gefasst ist, dass es sich in der Hülse, die in den Kasten *a* eingeschraubt ist, hin und her bewegen kann.

Der untere Theil des Kastens *a* ist mit der Platte *r* verschraubt — mithin ist die ganze innere Einrichtung verschlossen. An die Platte *r* schraubt sich das Rohr, das an den betreffenden Theil des Instrumentes befestigt wird.

Zweistiefelige Hahnluftpumpe in der physikalischen Anstalt des Herausgebers construirt von F. Niemeitz.

(Hiezu Tafel I.)

Der Mechaniker Herr F. Niemeitz aus Göttingen, welchem die technische Leitung meiner Werkstätte übertragen ist, hat vor Kurzem der zweistiefeligen Hahnluftpumpe eine so einfache und zugleich zweckmässige Construction gegeben, dass es die Physiker und Chemiker vielleicht interessiren dürfte, von der näheren Einrichtung des Apparates Kenntniss zu erhalten.

Fig. 1 Tafel I stellt die Luftpumpe im Aufrisse, Fig. 2 im Grundrisse dar. Ein starker Dreifuss trägt eine massive Säule *T*, auf welche oben eine dicke sechseckige Platte aufgesetzt ist, so dass das Ganze einen Tisch von etwa $4^1/_2$ Fuss Höhe bildet. In die Tischplatte ist das starke Messingstück *PP'* eingelassen, an welches sich ein Fortsatz anschliesst, auf welchen der Teller *R* aufgeschraubt werden kann. Dieser besteht aus Eisenguss mit einer eingekitteten dicken Spiegelglasplatte, die selbstverständlich genau plan geschliffen ist.

An das Stück *PP'* sind die beiden Stiefel *S*, *S'* angeschraubt, deren Kolben die gezahnten Triebstangen *M*, *M'* tragen, die in den Rollen *F*, *F'* geführt und durch ein Zahnrad *Z* mittelst der Kurbel *K*, *K'* bewegt werden. Die Barometerprobe ist unten an das Stück *PP'* hinter den beiden Stiefeln angeschraubt, wie dies Fig. 1 zeigt.

Das Stück *PP'* hat innen eine Kreuzbohrung (aus Fig. 5 am besten ersichtlich), in deren Mitte sich der Hahn befindet, der drei parallele Bohrungen besitzt, wie sie in Fig. 3—6 angezeigt sind. Die Manipulation der Pumpe ist nun bei näherer Betrachtung dieser Figuren leicht verständlich.

1. Verdünnen der Luft im Recipienten *G*. Steht der linke Kolben und damit die linke Triebstange *M* unten, so beginnt man mit der Hahnstellung Fig. 6. Dreht man die Kurbel *KK'* und damit das Zahnrad *Z*, so geht der Kolben im Stiefel *S'* herab, die Luft tritt aus dem Recipienten in diesen Stiefel, während die im Stiefel *S* befindliche in die äussere Luft beim Aufsteigen des Kolbens (der Triebstange *M*) getrieben wird. Ist die Triebstange *M* oben, *M'* unten, so dreht man den Hahn in die Stellung Fig. 5 u. s. f.

2. Comprimiren der Luft. Linker Kolben und damit linke Triebstange unten, Anfangsstellung des Hahnes Fig. 5. Die Luft des

Stiefels S wird dann in den Recipienten getrieben, während S' beim Herabgehen der Triebstange von der äusseren Luft gefüllt wird.

3. Abschliessen des Recipienten. Bringt man den Hahn in die Stellung Fig. 3, so wird der Recipient und die Barometerprobe abgeschlossen und findet zugleich eine Ausgleichung des schädlichen Raumes wie beim Grassmann'schen Hahn statt.

4. Zulassen der äusseren Luft. Will man Luft in den ausgepumpten Recipienten einlassen, so bringt man den Hahn in die Stellung Fig. 4. Beide Stiefel sind jeder für sich abgesperrt und die äussere Luft kann in die Barometerprobe und den Recipienten strömen. Es ist eine allbekannte Regel, dass das Luftzulassen langsam zu geschehen hat, will man nicht Gefahr laufen, dass die Barometerprobe Schaden leidet.

Die Bewegungen des Hahnes in die Stellungen Figg. 5 und 6 sind durch Stellstiften regulirt; will man den Hahn in die Stellung Fig. 4 bringen, so kann der Hebel, mittelst dessen man die Drehung bewirkt, etwas gehoben und so über die Stellstiften weggeführt werden. Es ist leicht ersichtlich, dass die Pumpe auch mit Selbststeuerung versehen werden kann, ohne dass jedoch hiemit ein wesentlicher Vortheil erzielt würde. Bei der grossen Einfachheit stellt sich der Preis entsprechend niedrig, dieselbe kommt mit Mahagonytisch auf 200 fl. zu stehen, dabei beträgt die Höhe der Stiefel 32 Centimeter, ihr Durchmesser 6 Centimeter und kann die Verdünnung rasch auf 1 Millimeter herabgebracht werden. C.

Photometrische Untersuchungen.

Von Ogden N. Rood.

Herr Prof. Rood hatte die Güte, uns seine photometrischen Untersuchungen aus dem „American Journal of Science and Arts“ einzusenden. Dieselben enthalten unter Anderem mehrere Beobachtungsreihen, aus welchen sich das Resultat ergibt, dass Glasspiegel, nach Liebig's Methode versilbert, bei einem Einfallswinkel von 45 Graden 91,3, bei einem Einfallswinkel von nur 5 Graden 92,1 Procent des auffallenden Lichtes reflectiren. Bei dem grossen Interesse, das der Gegenstand bietet, behalten wir uns eine nähere Angabe der Details in einem der nächsten Hefte vor. C.

Berichtigung.

Auf Seite 387 Zeile 3 von oben des VI. Bandes des Repertoriums ist zu lesen: S. Merz, anstatt L. Merz.

Ueber Fluorescenz.

Von

E. Lommel.

I.

Es wird mit Recht behauptet, dass die Lehre vom Licht unter den physikalischen Disciplinen die vollendetste sei; die scheinbar verwickeltsten Erscheinungen der Beugung, der Doppelbrechung und Rotationspolarisation lassen sich vollständig aus mechanischen Principien erklären. Eine Gruppe anziehender Lichtphänomene, welche man unter dem Namen „Fluorescenz" zusammenfasst, macht jedoch hievon eine Ausnahme. Das sanfte blaue Licht der besonnten Chininsalze ebenso wie der blutrothe Schimmer der Blattgrünlösung blieben uns, so umfassende experimentelle Untersuchungen wir auch darüber besitzen, theoretisch noch theilweise oder gänzlich in Geheimniss gehüllt.

Vielleicht kann es zur Anbahnung des Verständnisses der Fluorescenzerscheinungen Einiges beitragen, wenn ich die theoretischen Anschauungen hier mittheile, welche ich mir über diesen Gegenstand gebildet habe.

Ich glaube dies am besten thun zu können, indem ich anknüpfe an die Untersuchung einer Fluorescenzerscheinung, welche sich durch ungewöhnliche Farbenpracht und Lichtstärke auszeichnet.

Herr Prof. Zech zeigte auf der Naturforscherversammlung zu Innsbruck im Jahre 1869 die alkoholische Lösung einer Anilinfarbe, **Magdalaroth** (Rose de Magdala) vor, welche prachtvoll orangegelb fluorescirt.

Um die Umstände dieser Fluorescenz genauer kennen zu lernen, wurde zuerst nach der Methode des Herrn Pierre[1]) ein reines Sonnenspectrum auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit entworfen. Der Spalt sowie die brechende Kante des Flintglasprismas war vertical,

1) Sitzungsberichte der Wiener Acad. Bd. LIII. II. Abth.



der aus dem letzteren austretende Farbenfächer wurde durch ein total reflectirendes Prisma nach unten geworfen. Die Fluorescenz beginnt zwischen *C* und *D* und erstreckt sich ohne Unterbrechung in derselben orangegelben Nuance bis über das violette Ende des Spectrums hinaus; sie ist weitaus am stärksten im Grüngelb hinter *D*, nimmt dann wieder ab und erreicht im Grün, zwischen *E* und *b*, ein zweites weniger lichtstarkes Maximum; von da an wird das Fluorescenzlicht immer schwächer, scheint jedoch im Violett nochmals zu einem dritten wenig ausgeprägten Maximum anzuschwellen, und verschwindet nachher allmählig im Ultraviolett. Nun wurde dieses „fluorescirende" Spectrum durch eine Cylinderlinse zu einem schmalen Streifen zusammengezogen, in welchem die Fraunhofer'schen Linien noch deutlich zu erkennen waren, und dann durch ein Prisma à vision directe, dessen brechende Kante mit dem Spectralstreifen parallel lief, betrachtet. Das „abgeleitete" Spectrum des Fluorescenzlichtes enthielt Roth, Orange, Gelb und Grünlichgelb, wovon das Gelb am intensivsten war. Das Roth, mit welchem es anfing, schien der nämlichen Stelle des abgelenkten Sonnenspectrums zu entsprechen, bei welcher im fluorescirenden Spectrum die Fluorescenz beginnt.

Das Fluorescenzlicht des Magdalaroths ist so intensiv, dass es sich selbst im gewöhnlichen Tages- oder Kerzenlicht spectroscopisch untersuchen lässt. Ich benutzte hiezu theils das Merz'sche Universalspectroscop, um die fluorescirende Flüssigkeit von oben zu betrachten, theils ein gewöhnliches Steinheil'sches Spectroscop, dessen Spalt auf die in einem Glasgefäss befindliche Flüssigkeit gerichtet wurde. Bei der letzteren Beobachtungsart war ein störender Einfluss des an der Oberfläche des Glases zerstreuten Lichtes nicht hinderlich, weil dasselbe, an sich schon weit schwächer als das Fluorescenzlicht, durch die Dispersion noch mehr geschwächt wurde; ebenso wenig konnte das Fluoresciren des Glases selbst die Beobachtung beeinträchtigen, namentlich wenn Kerzenlicht zur Anwendung kam. Die Scala des Steinheil'schen Spectroscops war so gestellt, dass die Fraunhofer'schen Linien folgende Stellen einnahmen:

B	28
C	34
D	50
E	71
F	90

G	137
H	162

Auf diese Zahlen wurden die Messungen mit dem Spitzenmicrometer, womit das Merz'sche Spectroscop ausgerüstet ist, reducirt.

Das Fluorescenzlicht beginnt hienach schwach bei 35, wächst an Intensität bis unmittelbar vor *D*, nimmt dann wieder rasch ab und verschwindet bei 53.

Da das Natriumlicht (*D*) zu den Strahlen gehört, welche die Fluorescenz des Magdalaroths erregen, so konnten die letzteren Versuche auch mit Natriumlicht angestellt werden. Dasselbe wurde mittelst Bunsen'schen Brenners und Kochsalzperle im dunkelen Zimmer erzeugt, die Scala ebenfalls mit einer Natriumflamme beleuchtet und alles directe Licht vom Spalte ferngehalten. Das Fluorescenzspectrum zeigte dieselben Grenzen (35—53), die oben schon angegeben sind. Das homogen gelbe Natriumlicht hat also nicht blos rothe und orangegelbe Strahlen von kleinerer, sondern auch gelbe von gleicher und grünlichgelbe von grösserer Brechbarkeit erregt. Da das Spectrum des Fluorescenzlichtes jenseits *D* bald aufhört und daselbst schon sehr lichtschwach ist, und das erregende Natriumlicht selbst keine grosse Intensität besitzt, so konnte nur mit grosser Aufmerksamkeit, aber doch mit aller Bestimmtheit, constatirt werden, dass auch jenseits der durch das Vergleichsprisma gelieferten Natriumlinie nach der brechbareren Seite hin noch Fluorescenzlicht vorhanden war. Immerhin war zu wünschen, dass das für Natriumlicht gefundene Resultat mehr augenfällig bestätigt werde.

Der brechbarere Theil des Roth, welches von einem Kupferoxydulglas durchgelassen wird, gehört für unsere Flüssigkeit ebenfalls noch zu den fluorescenzerregenden Strahlen. Die Oeffnung, durch welche der Heliostat ein Bündel horizontaler Sonnenstrahlen in das verdunkelte Zimmer sandte, wurde durch ein solches Glas verschlossen, so dass nur Licht in's Zimmer gelangte, welches vorher durch jenes Glas gesiebt war. Die Lösung des Magdalaroths fluorescirte in diesem rothen Licht mit seiner gewöhnlichen orangegelben Farbe. Nun wurde das Spectroscop vor dem die Flüssigkeit enthaltenden Glasgefäss so aufgestellt, dass durch den offenen Theil des Spaltes das Fluorescenzlicht, durch das Vergleichsprima das an der Glaswand reflectirte erregende Licht eindrang; das an der Glaswand zerstreute

Licht, welches etwa noch durch den offenen Spalt hereingelangte, konnte der Absicht, in welcher der Versuch angestellt wurde, offenbar nicht schaden. Das Spectrum des Fluorescenzlichtes konnte so mit dem im Gesichtsfeld unmittelbar darüber befindlichen Spectrum des erregenden Lichtes direct verglichen werden. Das Ergebniss war entscheidend. Das Spectrum des erregenden durch das Kupferglas gegangenen Lichtes umfasste das Roth und Orangeroth bis zum Theilstrich 48 der Scala; es war heller als das Fluorescenzspectrum und zeigte die Fraunhofer'schen Linien mit grosser Schärfe. Das Spectrum des Fluorescenzlichtes zeigte Roth, Orange, Gelb und Grüngelb; es zeigte keine Fraunhofer'schen Linien (zum Beweise, dass das diffuse Licht nicht merklich mitwirkte) und reichte von 35 bis 53, also um ein augenfälliges Stück weiter nach der brechbareren Seite hin als das Spectrum des erregenden Lichtes. Das durch Rubinglas gegangene rothe Licht hat also nicht blos rothe, sondern auch die brechbareren gelben und grüngelben Strahlen hervorgerufen.

Das „Stokes'sche Gesetz", wonach die Brechbarkeit der erregenden Strahlen stets die obere Grenze bilden soll für die Brechbarkeit der erregten, ist demnach kein Naturgesetz, sondern nur eine Regel, welche wohl für die Mehrzahl der Fluorescenzerscheinungen zuzutreffen scheint, mit dem Wesen derselben aber in keinem nothwendigen Zusammenhang steht. Es ist irrig, die Fluorescenz als einen Vorgang zu bezeichnen, „bei welchem stets brechbare Strahlen in weniger brechbare umgewandelt werden." Dieser allgemein verbreitete Irrthum ist vielleicht mit Schuld daran, dass uns die Einsicht in das Wesen der Fluorescenz bis jetzt verschlossen blieb.

Bekanntlich werden sämmtliche erregende Strahlen von dem fluorescirenden Körper absorbirt; die Absorption, welche die Fluorescenz stets begleitet, muss daher beim Studium der letzteren nothwendig berücksichtigt werden. Zu dem vorliegenden Zwecke schien es mir zu genügen, die Absorption des Magdalaroths bei mehreren willkührlich gewählten Concentrationsgraden zu bestimmen. Eine concentrirtere tief dunkelrothe Lösung, welche nur oberflächlich schmutzig orangegelb fluorescirte, liess nur das äussere Roth bis 35 durch, dort begann die Absorption, von 36 an war das gesammte übrige Spectrum in völlige Dunkelheit gehüllt. Eine solche Lösung liefert bei gleicher Helligkeit ein homogeneres Roth als das Rubinglas.

Eine schwächere schön rothe Lösung liess das Roth durch bis 46; von da schwache Absorption bis 48. Von 48 an völlige Dunkelheit bis 98, wo das Violett wieder schwach aufdämmerte und bis 122 sichtbar blieb.

Eine ganz schwach rosenroth gefärbte, aber stark orange fluorescirende Lösung zeigte zwischen 53 und 60 einen schwarzen Absorptionsstreifen, welcher gegen das rothe Ende hin scharf begrenzt, sich in das verdunkelte Grün allmälig abstufte; zwischen E und b zeigte sich ein dunklerer Streifen; das ebenfalls geschwächte Blau und Violett war bis 160, also beinahe bis H hin sichtbar.

Halten wir diese Ergebnisse mit den obigen über die Fluorescenz erlangten zusammen, so ergibt sich:

Das fluorescirende Spectrum beginnt an derselben Stelle wie das in concentrirter Lösung absorbirte. Einem jeden Maximum der Absorption entspricht an derselben Stelle ein Maximum der Fluorescenz.

Wie lässt sich nun die hier beschriebene Erscheinung theoretisch erklären? Die Thatsachen sind folgende: Jeder absorptionsfähige Lichtstrahl erregt die Flüssigkeit gleichsam zum Selbstleuchten; und zwar ruft jeder homogene Lichtstrahl die nämliche (aus Roth 35 bis Gelb 53) zusammengesetzte Fluorescenzfarbe hervor.

Wir werden, um die Fluorescenz zu verstehen, zuerst die mechanischen Vorgänge bei der Absorption näher betrachten müssen. Nach dem Euler'schen Princip, welches durch Kirchhoff zu allgemeiner Anerkennung gebracht, sich in neuester Zeit so glänzend in der Spectralanalyse der Himmelskörper bewährt hat, absorbirt ein Körper alle Lichtstrahlen, mit deren Schwingungszahlen seine kleinsten Theilchen selbst zu schwingen vermögen. Wir müssen uns denken, dass jedes Körpermolecül (das Wort „Molecül" im chemischen Sinne verstanden) vermöge der Art und Weise seines Aufbaues aus Atomen und vermöge der besondern durch die Molecularkräfte zwischen diesen bestehenden Verkettung auf eine gewisse Anzahl einfacher pendelartiger Schwingungen gleichsam abgestimmt ist. Wird nun das Molecül von einer Welle getroffen, deren Periode mit einer jener dem Molecül eigenthümlichen Schwingungen übereinstimmt, so setzt sie durch ihre in gleichem Tact wiederholten Stösse das Molecül in Bewegung oder verstärkt dessen etwa schon vorhandene Bewegung. Die Welle gibt dabei entweder theilweise oder gänzlich

ihre lebendige Kraft an die Molecüle des Körpers ab, sie geht deshalb nur geschwächt oder gar nicht durch den Körper hindurch, d. h. sie wird absorbirt. Andere Schwingungen, welche mit den in den Körpermolecülen gleichsam präformirten nicht stimmen, werden ungehindert oder wenig geschwächt durchgelassen. Dieser Vorgang ist analog mit dem, welcher in der Lehre vom Schall Resonanz genannt wird. Eine Saite erklingt bekanntlich, wenn in ihrer Nähe eine gleichgestimmte angeschlagen wird; die angeschlagene aber verstummt rascher, als wenn jene gleichgestimmte nicht vorhanden wäre, weil ein Theil ihrer lebendigen Kraft zur Bewegung der anderen verwendet d. h. von dieser absorbirt wurde.

Nun kann aber auch gezeigt werden (was im IV. Theile dieser Abhandlung ausführlicher geschehen soll), dass eine Wellenbewegung auch dann von einem Körpermolecül absorbirt wird, wenn dieses zwar nicht mit gleicher, aber mit genau halb so grosser oder genau doppelt so grosser Schwingungszahl zu vibriren fähig ist, oder wenn dasselbe, um die Ausdrücke der Akustik zu gebrauchen, eine Octave tiefer oder eine Octave höher gestimmt ist. Gewöhnlich nimmt man an, dass die Kraft, welche das aus seiner Gleichgewichtslage entfernte Körpertheilchen wieder dahin zurückzuführen strebt, dieser Entfernung einfach proportional sei. Diese Annahme basirt auf der Voraussetzung, dass diese Entfernung, verglichen mit dem gegenseitigen Abstand der schwingenden Theilchen, verschwindend klein sei; wenn diese Voraussetzung für die Theilchen des freien Aethers auch völlig zutreffen mag, so dürfte es doch kaum erlaubt sein, dieselbe ohne Weiteres auch auf die Schwingungen der Atome innerhalb der Molecüle auszudehnen. Immerhin führt jene Annahme zu einer ersten Annäherung an das wirkliche Verhalten, und als eine solche ist hinsichtlich der Absorption das so eben besprochene Euler-Kirchhoff'sche Princip zu betrachten. Nehmen wir dagegen, um uns der Wahrheit mehr zu nähern, an, dass die zwischen den Atomen innerhalb eines Molecüls thätigen elastischen Kräfte ausser von der ersten Potenz auch noch von dem Quadrat der Elongation abhängen[1]), so ergibt sich neben dem Euler'schen Princip noch der folgende Satz: Ein Körper absorbirt auch diejenigen

1) Dieselbe Annahme hat Helmholtz seiner Theorie der Combinationstöne zu Grunde gelegt; Pogg. Ann. Bd. XCIX.



Strahlen, deren Schwingungszahlen doppelt so gross oder halb so gross sind als die seiner eigenen Molecüle.

Nennen wir den Euler-Kirchhoff'schen Satz das „Princip der directen Absorption“ oder „der Absorption durch Einklang“, so können wir den vorstehenden als „Princip der indirecten Absorption“ oder „der Absorption durch die nächst tiefere oder nächst höhere Octave“ bezeichnen.

Es ist begreiflich, dass die indirecte Absorption von der directen an Energie übertroffen wird; ebenso lässt sich zeigen, dass die Absorption durch die tiefere Octave weit energischer wirkt als die durch die höhere Octave. Dadurch rechtfertigt es sich, wenn wir die erstere vorzugsweise berücksichtigen.

In der Regel wird ein Körpermolecül nicht nur einer, sondern vieler unter sich unharmonischer Schwingungen fähig sein, von denen die einen leichter, die andern schwieriger ansprechen, und demgemäss auch die gleich oder eine Octave höher oder tiefer gestimmten Wellen mehr oder weniger vollständig absorbiren. Auf welche Weise das Molecül auch in schwingende Bewegung versetzt werden mag, stets werden alle jene Vibrationen zusammen erklingen, welche dem Molecüle vermöge der Art der Verkettung seiner Atome eigen sind. Aus der Akustik ist bekannt, dass es geradezu unmöglich ist, z. B. eine Metallplatte blos mit einem einzigen ihrer Eigentöne zum Tönen zu bringen; wie man sie auch schlagen oder streichen mag, es erwacht stets neben dem beabsichtigten Einzelton eine Anzahl jener unharmonischen Obertöne, welche den Klang für unser Ohr so unangenehm rasselnd machen; nur jene Obertöne kommen nicht zu Stande, welche durch besondere Vorkehrungen am Entstehen verhindert sind. Dass innerhalb eines Körpermolecüls solche Hindernisse bestehen, sind wir nicht berechtigt anzunehmen. Vielmehr erscheint es sachgemäss, anzunehmen, dass die Erregung oder Verstärkung einer einzigen der ihm eigenthümlichen einfachen Schwingungen stets auch die Erregung oder Verstärkung seiner übrigen Schwingungen nothwendig im Gefolge hat.

Es dürfte daher gerechtfertigt sein, folgenden Satz auszusprechen:

Wenn ein Molecül durch (directe oder indirecte) Absorption in schwingende Bewegung versetzt wird, so erklingt es nicht blos in der Schwingungsperiode der absorbirten Welle (resp. deren nächst niederen Octave),

sondern sämmtliche ihm eigenthümliche Schwingungsperioden klingen mit.

Durch diese Sätze sind wir nun in den Stand gesetzt, den mechanischen Hergang bei der Fluorescenz des Magdalaroths zu begreifen. Wir nehmen an, dass das Molecül des Magdalaroths zu schwingen vermöge mit den Schwingungszahlen des Roth, Orange und Gelb von 35 bis 53 der Spectroscopscala, dagegen nur in den nächst tiefern Octaven der gelbgrünen, grünen, blauen und violetten Strahlen, wobei nicht ausgeschlossen bleibt, dass auch für das genannte Roth, Orange und Gelb noch die tiefere Octave mitklinge. Die Absorption erfolgt also im grössten Theile des Spectrums durch die nächst tiefere Octave, nur zwischen 35 und 53 auch durch Einklang. Durch jede absorbirte einfache Wellenbewegung, sei dieselbe roth, oder grün, oder violett, wird das Molecül in die nämliche ihm eigenthümliche zusammengesetzte schwingende Bewegung versetzt oder darin bestärkt, und zwar am lebhaftesten durch jene Wellen, welche am vollkommensten absorbirt werden. Da von den sichtbaren Strahlen das Roth, Orange und Gelb von 35 bis 53 zu den Eigentönen des Molecüls gehören, so wird es, lebhaft bewegt, in einer aus diesen Tönen gemischten Farbe selbstleuchten d. h. fluoresciren, während die ebenfalls mitklingenden tieferen Octaven des Grün, Blau und Violett als zum unsichtbaren ultrarothen Theil des Spectrums gehörig für unser Auge unvernehmbar bleiben. Die Maxima der Fluorescenz müssen auf die nämlichen Theile des Spectrums fallen, in welchen Maxima der Absorption auftreten, also in unserem Falle das Hauptmaximum in den Bereich der selbst in verdünnter Lösung stark absorbirten gelbgrünen Strahlen, ein zweites weniger ausgeprägtes Maximum zwischen E und b.

Wir sehen, dass die Theorie von den beobachteten Thatsachen vollkommen Rechenschaft gibt. Man könnte aber fragen, warum fluorescirt denn das gewöhnliche Anilinroth nicht, welches doch eine ähnliche Absorptionserscheinung zeigt wie das Magdalaroth? Wir antworten, weil dasselbe leuchtende Strahlen nur durch die nächst tiefere Octave, dagegen keine durch Einklang absorbirt, weil es demnach die Fähigkeit nicht besitzt, leuchtende Schwingungen auszusenden.

Der chemische Unterschied zwischen Magdalaroth und gewöhnlichem Anilinroth ist mir nicht bekannt; es ist aber wohl denkbar, dass ein Melecül durch eine leichte Modification in seinem Bau die

Fähigkeit erlangen kann, sichtbare Schwingungen auszusenden, während es vorher nur in tiefen ultrarothen Tönen zu schwingen vermochte.

Als nothwendige Folgerung aus der Theorie würde sich ergeben, dass jeder Körper, welcher sichtbare Strahlen durch Einklang absorbirt, in der aus diesen Strahlen zusammengesetzten Mischfarbe fluoresciren wird. Zeigt sich dagegen im Bereich des sichtbaren Spectrums zwar Absorption, aber keine Fluorescenz, so muss diese Absorption auf Rechnung der nächst tieferen oder höheren Octave gesetzt werden.

II.

Mit der Fluorescenz des Magdalaroths analog ist die bekannte des Chlorophyll's. Herr Hagenbach[1]) hat dieselbe neuerdings mit grosser Genauigkeit untersucht; nach seinen Angaben, welche ich an einem schon über ein Jahr gestandenen ätherischen Auszug aus Herba menthae piperitae durchaus bestätigt fand, beginnt das fluorescirende Spectrum etwas vor B im Roth und erstreckt sich mit der gleichen rothen Färbung, aber mit mannigfach wechselnder Intensität bis über das violette Ende hinaus. Herr Hagenbach zählt sieben hellere Streifen auf und bezeichnet dieselben vom weniger brechbaren zum brechbareren Ende hin mit I—VII. Bei der durch längeres Stehen modificirten Blattgrünlösung ist jedoch die Trennung zwischen Streif VI und VII nicht zu bemerken. Der erste Fluorescenzstreif liegt zwischen B und C, der zweite zwischen C und D näher bei D, der dritte nahe hinter D, der vierte unmittelbar vor E, der fünfte hinter b nach F hin, der sechste (aus VI und VII verschmolzen) bedeckt, hinter F beginnend, das noch übrige Spectrum. Bei weitem am hellsten ist der erste Streif, der nächsthelle ist der letzte. Jedem hellen Fluorescenzstreifen entspricht im Absorptionsspectrum ein dunkler Streifen, von denen der erste bei weitem der intensivste ist; die Absorption im Violett ist weniger intensiv, jedoch stärker als in den übrigen Streifen. Das Spectrum des rothen Fluorescenzlichtes, aus welcher Gegend des fluorescirenden Spectrums es auch genommen werden mag, beginnt genau an der Stelle, wo die Fluorescenz auftritt, etwas vor B, erstreckt sich bis hinter C und ist am hellsten zwischen B und C. Die wirksamen d. i. die absorptions-

1) Untersuchungen über die optischen Eigenschaften des Blattgrüns; Pogg. Ann. Bd. CXLI. S. 245.

fähigen Strahlen, welches ihre eigene Farbe auch sein mag, erregen im Chlorophyll nur rothe Strahlen von 27 bis 36. Danach müsste z. B. irgend ein Strahl zwischen *B* und *C* nicht blos Roth von geringerer Brechbarkeit, sondern auch Roth von der Brechbarkeit *C* hervorzurufen im Stande sein.

Um dies nachzuweisen, wurde auf die untere dickere Kohle der electrischen Lampe ein reines Lithiumsalz gebracht. Der electrische Flammenbogen leuchtet alsdann vorzugsweise mit Lithiumlicht; dasselbe besteht aus nur zwei homogenen Strahlengattungen, welche sich im Spectroscop als eine sehr glänzende rothe und eine weit schwächere orangegelbe Linie darstellen. Das Licht der rothen Linie liegt seiner Schwingungszahl nach zwischen *B* und *C*, und gehört demnach zu den Strahlen, welche im Chlorophyll am stärksten absorbirt werden und dessen Fluorescenz am stärksten erregen. Das an sich schon schwächere Licht der orangegelben Linie gehört dagegen in den Theil des Spectrums, dessen Fluorescenz erregende Kraft nur schwach ist. Um das nie zu vermeidende gelbe Licht der Natriumlinie (*D*) und die im Flammenbogen vorhandenen Strahlen höherer Brechbarkeit zu beseitigen, wurde das Licht des Flammenbogens durch ein rothes Glas geschickt, welches nur die rothen und orangefarbenen Strahlen bis vor *D* (also *D* nicht mehr) durchlässt, und dann mittelst einer Linse auf der Glaswand des Gefässes, welches die Chlorophylllösung enthielt, concentrirt. Durch den offenen Theil des Spectroscopspaltes wurde nun das Fluorescenzlicht betrachtet, während das einfallende Licht, an der Glaswand des Gefässes zerstreut, durch das Vergleichsprisma hereingelangte. Man sieht so im Gesichtsfeld des Fernrohrs zwei Spectra über einander, oben das Spectrum des erregenden Lichts, unten das Spectrum des Fluorescenzlichtes. Das erstere zeigte auf schwachem continuirlichen Grunde die rothe und die orangegelbe Lithiumlinie. Das Spectrum des Fluorescenzlichtes hatte genau dasselbe Aussehen und dieselbe Ausdehnung, wie bei Tages- oder Kerzenlicht; es erstreckte sich von *B* bis *C* zu beiden Seiten der rothen Lithiumlinie. Wenn wir also zugeben, dass bei diesem Versuch nur das Licht der rothen Lithiumlinie merklich Fluorescenz erregend wirken konnte, weil einerseits das nicht zu beseitigende continuirliche Roth unvergleichlich schwächer war als jenes, und andrerseits das Licht der orangegelben Lithiumlinie auf das Chlorophyll eine nur sehr schwache Wirkung übt, so ist hiemit bewiesen, dass das rothe Lithiumlicht nicht

nur die weniger brechbaren Strahlen gegen *B* hin, sondern auch die brechbareren Strahlen gegen *C* hin hervorruft.

Die theoretische Erklärung der Fluorescenz des Chlorophylls liegt nach dem Vorausgegangenen auf der Hand. Das Chlorophyllmolecül ist fähig, mit den Schwingungszahlen der Strahlen von 27 bis 36 zu schwingen, jedoch nur mit den nächst tieferen Octaven der brechbareren Strahlen (wobei nicht ausgeschlossen bleibt, dass auch die nächst tieferen Octaven der Strahlen von 27 bis 36 vertreten seien). Es absorbirt daher die ersteren durch Einklang, die letzteren vermöge der tieferen Octave. Jeder absorbirte Strahl, indem er die lebendige Kraft des gesammten Schwingungscomplexes steigert, bewirkt demnach das Selbstleuchten oder Fluoresciren in jenen rothen Tönen, welche unter allen Eigentönen des Chlorophyllmolecüls allein in den Bereich des sichtbaren Spectrums fallen.

Alles bisher Gesagte bezieht sich nur auf das in Alkohol oder Aether gelöste Chlorophyll. In den Pflanzen aber findet sich das Blattgrün nicht gelöst, sondern in der Form von festen Körnern. Es erhebt sich daher die Frage, wie sich das feste Chlorophyll dem Lichte gegenüber verhält.

Durch eine dicke Lage von grünen Blättern, welche gerade noch durchscheinend ist, geht nur das äusserste Roth vor der Linie *B* durch. Das feste Chlorophyll ist also, ebenso wie das gelöste, bei hinreichend dicker Schicht fähig, sämmtliche Strahlen des Spectrums von *B* an bis an das violette Ende zu absorbiren.

Die Absorptionserscheinung eines einzelnen grün durchscheinenden Blattes hat mit derjenigen der Chlorophylllösung zwar grosse Aehnlichkeit, stimmt jedoch nicht völlig damit überein.

Durch ein grosses schön dunkelgrünes Blatt von Phrynium setosum (Blätter anderer Pflanzen ergaben dasselbe Resultat) wurden die Sonnenstrahlen gesendet und das durchgehende Licht spectroscopisch analysirt. Der schwarze Streifen im Roth beginnt schon merklich vor *B* und erstreckt sich bis hinter *C*; im brechbareren Theile des Spectrums beginnt die Verdunkelung schon bald hinter *E*, das verdunkelte Grün, Blau und Violett bleibt aber noch sichtbar bis jenseits der Mitte von *F* und *G*, von hier an herrscht völliges Dunkel. Das Roth, Orange, Gelb und Grün zwischen *C* und *E* geht mit ziemlicher Lichtstärke durch, am hellsten erscheint das Gelb. Die Absorptionsstreifen II, III, IV, welche die Lösung zeigt, sind nicht

vorhanden. Wir haben also beim festen Chlorophyll kräftige Absorption nur im Roth zwischen *B* und *C* und im Violett.

Das feste Chlorophyll fluorescirt nicht, sei es dass man das aus alkoholischer Lösung niedergeschlagene, oder das in den Blättern enthaltene untersucht. Es scheint hienach, dass das feste Blattgrün auch die rothen Strahlen zwischen *B* und *C* nur indirect absorbirt, und dasselbe erst durch Auflösung, d. h. durch Vertheilung seiner Molecüle zwischen den Molecülen einer Flüssigkeit, die Fähigkeit erlangt, mit den Schwingungszahlen jener rothen Strahlen zu vibriren.

Bekanntlich beziehen die grünen (chlorophyllhaltigen) Pflanzen die gesammte Kohlenstoffmenge, welche sie zum Aufbau ihres Körpers bedürfen, aus der Luft, indem sie die gasförmige Kohlensäure zerlegen in Kohlenstoff, welcher in der Pflanze zurückbleibt, und Sauerstroff, welchen sie an die Atmosphäre zurückgeben. Diese Assimilation des Kohlenstoffs, für welche die abgeschiedene Sauerstoffmenge als Maass dienen kann, vollzieht sich nur in den chlorophyllhaltigen Zellen unter dem Einflusse des Lichts. Das Chlorophyll bleibt unthätig für die Assimilation, wenn es nicht durch Licht von geeigneter Qualität und Intensität angeregt wird; das Licht bewirkt keine Assimilation, wenn es nicht auf chlorophyllhaltige Zellen trifft. Daraus folgt, dass das Studium dieses wichtigsten Lebensprocesses der Pflanzen, ohne welchen kein Wachsthum und Gedeihen möglich ist, gegründet sein muss auf eine genaue Bekanntschaft mit dem Verhalten des Chlorophylls zum Licht.

Es dürfte daher nicht unangemessen sein, an dieser Stelle die Frage zu besprechen, welche Strahlengattung für die Assimilation der Pflanzen die wirksamste ist.

Vor Allem leuchtet ein, dass nur ein absorbirter Strahl chemisch wirken kann. Die chemische Arbeit in der Pflanzenzelle wird verrichtet durch die lebendige Kraft, welche der Strahl bei der Absorption an die Zelle abgibt. Die wirksamsten Strahlen werden wir daher unter denjenigen suchen müssen, welche am leichtesten und vollständigsten absorbirt werden.

Auf die Absorptionsfähigkeit eines Strahles kommt es aber nicht allein an, um seine Wirksamkeit zu beurtheilen, sondern auch auf die Grösse der lebendigen Kraft, welche er der Pflanze zuführt, d. h. auf seine „mechanische Intensität."

Ein Strahl, der nicht absorbirt wird (wie z. B. das äusserste Roth) wird gar nicht wirken, wie gross auch seine mechanische Intensität sein mag. Ein Strahl, der vollständig absorbirt wird, bringt nur eine schwache Wirkung hervor, wenn seine mechanische Intensität gering ist.

Es fragt sich nun, ob wir Mittel besitzen, um die mechanische Intensität der Sonnenstrahlen, d. i. die lebendige Kraft der Aetherschwingungen, zu beurtheilen oder zu messen.

Die Lichtstärke, wie wir sie mit unserem Auge sehen, die „physiologische Intensität", hat für die Beurtheilung der mechanischen Intensität der verschiedenen Strahlengattungen gar keinen Werth. Dass unsere Netzhaut die ultrarothen Strahlen nicht wahrnimmt, dagegen für Strahlen von gewisser Schwingungsdauer (die gelben) höchst empfindlich ist, ja dass wir überhaupt von einem Theil der Sonnenstrahlen einen Eindruck empfangen, den wir Licht nennen, kann für die Pflanze gleichgiltig sein; für sie gibt es nur Strahlung, Wellenbewegung des Aethers, kein Licht. Die Lichtstärkecurve des Sonnenspectrums drückt nur die subjective Beziehung der Strahlung zu unserem Auge aus, mit objectiven Vorgängen ausser uns darf sie nicht in Beziehung gebracht werden.

Aehnliches gilt von der bisher sogenannten „chemischen Intensität", wie sie durch die Wirkung der Strahlen auf Silbersalze oder Chlorknallgas bestimmt wird. Chemisch kann jeder Strahl wirken, der absorbirt wird; verschiedene Körper absorbiren verschiedene Strahlen, in dem einen bringt das Roth, in einem anderen das Violett chemische Wirkung hervor. Dass das Violett und Ultraviolett von den empfindlichen Silbersalzen und dem Chlorknallgas absorbirt und zu chemischer Arbeit verwendet werden, berechtigt nicht, diese vorzugsweise als „chemische Strahlen" zu bezeichnen. Die Curve der sog. „chemischen Intensität" des Sonnenspectrums drückt nur die Beziehung der verschiedenen Strahlen zu jenen Reagentien aus, für das Verhalten der Pflanze zu den Strahlen ist sie ohne Belang.

Die mechanische Intensität kann aber bestimmt werden mit Hilfe eines Körpers, welcher alle Strahlengattungen gleich vollständig absorbirt, indem er die lebendige Kraft ihrer Schwingungen in Wärme umsetzt. Ein solcher Körper ist der Kienruss. Führt man die mit Russ geschwärzten Löthstellen einer „linearen" Thermosäule dem Spectrum entlang, so giebt der Ausschlag des Galvanometers die mechanische Intensität d. i. die lebendige Kraft der

Schwingungen an, welche an jeder Stelle des Spectrums herrscht. Die Wärmecurve des Spectrums ist demnach zugleich die Curve der lebendigen Kräfte seiner einzelnen Strahlen. Der Thermomultiplicator ist der eigentliche „Strahlungsmesser" oder „Actinometer." Man erhält durch ihn die mechanische Intensität der verschiedenen Strahlen zurückgeführt auf dasselbe Wärmemaass, unabhängig von jeder subjectiven Empfindung, und unabhängig von jedem specifischen Absorptionsvermögen.

Bekanntlich befindet sich, in einem mittelst eines Steinsalzprismas entworfenen Spectrum, das Maximum der Wärmewirkung im Ultraroth; von da an senkt sich die Wärmecurve stetig gegen das violette Ende, woselbst die Wärmewirkung nur noch gering ist.

Für die Assimilationsthätigkeit der Pflanze sind die wirksamsten Strahlen diejenigen, welche durch das Chlorophyll am stärksten absorbirt werden und zugleich eine hohe mechanische Intensität (Wärmewirkung) besitzen. Es sind dies die rothen Strahlen zwischen *B* und *C*.

Die blauen und violetten Strahlen können, obgleich sie kräftig absorbirt werden, nur eine unbedeutende Wirkung ausüben, weil ihre mechanische Intensität sehr gering ist.

Die äussersten rothen Strahlen bringen trotz ihrer sehr grossen mechanischen Intensität gar keine Wirkung hervor, weil sie nicht absorbirt werden.

Die gelben Strahlen können, trotz ihrer ziemlich grossen mechanischen Intensität, nur schwach wirken, weil sie nur in geringem Maasse absorbirt werden. Dasselbe gilt von den orangefarbenen und grünen Strahlen.

Die mir bekannten Versuche über Assimilationsthätigkeit der Pflanzen in verschiedenfarbigem Lichte bestätigen die obigen Sätze oder sie enthalten wenigstens keinen Widerspruch dagegen. Diese Versuche sind freilich nur schwierig mit einander vergleichbar, weil die mechanische Intensität der angewendeten Strahlen ausser Acht gelassen wurde. In Zukunft wird der Thermomultiplicator zu den nothwendigen Apparaten eines pflanzenphysiologischen Laboratoriums gehören müssen, um damit die lebendige Kraft der benutzten Lichtsorten an den verschiedenen Stellen ihres Spectrums zu bestimmen und unter sich zu vergleichen.

Ich will mich hier nur auf die neuesten, in dem botanischen In-

stitut des Herrn Prof. Sachs in Würzburg ausgeführten Assimilationsversuche[1]) beziehen. Es wurde jedesmal ein grünes Blatt in den ausgebauchten Theil eines calibrirten durch Quecksilber abgesperrten Glasrohres gebracht, eine bekannte Menge Kohlensäure hinzugefügt, und der Apparat dann unter einer doppelwandigen mit einer gefärbten Flüssigkeit gefüllten Glasglocke den Sonnenstrahlen ausgesetzt. Die nach der Exposition zurückgebliebene Kohlensäuremenge wurde durch Absorption mittelst Kalilauge bestimmt und die zersetzte Menge dieses Gases als Differenz gefunden.

Es ergaben sich folgende Resultate:

Absorbirende Flüssigkeiten	Procentische Mittelwerthe für zersetzte Kohlensäure
Wasser	100
Chromsaures Kali	88,6
Kupferoxyd-Ammoniak	7,6
Orsellin	53,0
Anilinviolett	38,9
Anilinroth	32,1
Chlorophyll	15,9

Die Lösung des chromsauren Kali absorbirt die brechbarere Hälfte des Spectrums, lässt dagegen die weniger brechbare Hälfte vollkommen durch. Da sich in dieser die wirksamsten rothen Strahlen (zwischen *B* und *C*) befinden, muss die Wirkung des durchgegangenen Lichtes eine bedeutende sein.

Das Kupferoxyd-Ammoniak dagegen lässt nur die brechbarere Hälfte des Spectrums, das Blau und Violett, durch und verschluckt die weniger brechbaren Strahlen. Die Wirkung kann aus oben bereits angegebenen Gründen nur eine geringfügige sein.

Von den übrigen Flüssigkeiten geben diejenigen, welche das wirksame Roth durchlassen (Orsellin, Anilinviolett, Anilinroth) einen guten Erfolg. Es ist für mich nicht zweifelhaft, dass z. B. das Anilinroth eben so lebhaft wirken würde als das chromsaure Kali, wenn dafür gesorgt würde, dass die mechanische Intensität der durchgegangenen Strahlen für beide Lösungen gleich wäre. Dazu müsste aber das

1) Arbeiten des botanischen Instituts in Würzburg, herausgegeben von Prof. Dr. Julius Sachs. Heft I. Dr. W. Pfeffer: die Wirkung farbigen Lichts auf die Zersetzung der Kohlensäure in Pflanzen. Leipzig. Engelmann, 1871.

chromsaure Kali in bedeutend dickerer Schicht angewendet werden als das Anilinroth.

Die Chlorophylllösung, welche gerade die wirksamsten rothen Strahlen zwischen *B* und *C* nicht durchlässt, wirkt schlecht. Der geringe Effect, den sie hervorbringt, rührt her von den Strahlen zwischen *C* und *F*, welche von dem Pflanzenblatt zwar nur schwach absorbirt werden, dafür aber eine ziemlich hohe mechanische Intensität besitzen.

In der citirten Abhandlung wird aus diesen Versuchen der Schluss gezogen, dass die gelben Strahlen, welche unserem Auge als die hellsten erscheihen, auch die Assimilationsthätigkeit am kräftigsten anregen. Dieser Schluss ist unrichtig. Denn wäre dem so, dann müsste die Chlorophylllösung, welche die gelben Strahlen sehr gut durchlässt, kräftiger wirken, als Orsellin, Anilinviolett und Anilinroth, welche das Gelb nicht durchlassen.

Damit, dass hier die rothen Strahlen zwischen *B* und *C* als diejenigen bezeichnet werden, welche die Sauerstoffabscheidung vorzugsweise bewirken, soll keineswegs gesagt sein, dass eine Pflanze, von ihnen allein bestrahlt, vollkommen gedeihen könne. Es gibt ausser dem Assimilationsprocess noch andere Vorgänge in der Pflanze, welche sich nur unter der Einwirkung des Lichtes vollziehen, aber durch andere Strahlengattungen angeregt werden. Das Protoplasma z. B. absorbirt vorzugsweise die violetten Strahlen und scheint durch diese zu seinen Bewegungen veranlasst zu werden.

Schliesslich sei noch eine die Fluorescenz des Chlorophylls betreffende Bemerkung gestattet. Es ist die Ansicht geäussert worden, dass diese Eigenschaft des Blattgrüns dazu bestimmt sei, die schwach wirkenden brechbareren Strahlen in wirksame weniger brechbare umzuwandeln, und jene dadurch für die Pflanze „verdaulich“ zu machen. Nun haben wir aber gesehen, dass das Stokes'sche Gesetz irrig ist, wonach die Fluorescenz ein Vorgang sein soll, „bei welchem stets brechbarere Strahlen in weniger brechbare umgewandelt werden.“ Die Fluorescenz ist vielmehr ein Vorgang, welcher die Absorption begleitet, und bei dem Chlorophyll darin besteht, dass die Molecüle in der Farbe derjenigen Strahlen selbstleuchten, welche sie direct zu absorbiren vermögen.

Wie wir gesehen, sind die Strahlen zwischen *B* und *C*, welche am kräftigsten absorbirt werden, auch diejenigen, welche weitaus am

stärksten Fluorescenz erregen. Es würden also nach jener Ansicht gerade diejenigen Strahlen am stärksten „verdaulich gemacht", welche einer Verdaulichmachung gar nicht erst bedürfen. Mit der Bemerkung übrigens, dass das feste Chlorophyll in der Pflanze gar nicht fluorescirt, fällt jene Anschauung, welche sich durch ihren teleologischen Beigeschmack ohnedies wenig empfiehlt, von selbst in sich zusammen.

III.

Das Magdalaroth und das Chlorophyll können wir als die Repräsentanten einer ersten Klasse fluorescirender Substanzen betrachten.

Eine zweite Klasse fluorescirender Substanzen ist durch weit zahlreichere Beispiele vertreten, so dass die hieher gehörigen Erscheinungen bisher vorzugsweise als Typus der Fluorescenzerscheinungen betrachtet wurden. Sie sind es auch, welche ich in einem früher publicirten „Versuch einer Theorie der Fluorescenz" [1]) allein im Auge hatte. Diese Theorie, deren Grundgedanke (Combinationstöne) richtig zu sein scheint, bedarf nur einer leichten Modification und einer weiteren Ausführung, um, wie ich hoffe, einen vollständigen Einblick in den mechanischen Hergang auch dieser Fluorescenzen zu gewähren.

Auch hier dürfte es sich empfehlen, die theoretischen Erörterungen an ein concretes Beispiel, an die allbekannte Fluorescenz des Aesculins, anzuknüpfen. Die wässerige Aesculinlösung, an sich farblos und durchsichtig, leuchtet im Sonnen- oder Tageslicht sehr schön hellblau, während bei Kerzenlicht kaum eine Spur von Fluorescenz zu bemerken ist. Das auf der Oberfläche der Flüssigkeit entworfene Spectrum beginnt erst im Violett hinter G Fluorescenzlicht zu zeigen, welches etwas hinter H seine grösste Lichtstärke erreicht und sich dann mit abnehmender Intensität noch weit über das gewöhnliche Ende des Spectrums hinaus in dessen ultravioletten Theil erstreckt (bis zur Liniengruppe O). Hier sind es also blos dunkelblaue, violette und ultraviolette Strahlen, welche erregend wirken. In der ganzen Ausdehnung des fluorescirenden Spectrums herrscht derselbe bläuliche Farbenton; dieser ist, wie man an dem abgeleiteten Fluorescenzspectrum erkennt, aus allen Farben von Roth bis Violett gemischt; jeder einfache Lichtstrahl, er sei violett oder ultraviolett, erregt die nämliche aus unzähligen einfachen Lichtarten zusammenge-

1) Pogg. Ann. CXVII. Pag. 642.

setzte Fluorescenzfarbe. Das direct durch das Spectroscop gesehene Spectrum des Fluorescenzlichts erstreckt sich von 35 (etwas hinter *C*) bis zur Mitte zwischen *G* und *H* (etwa 150). Selbstverständlich werden alle erregenden Strahlen von der Aesculinlösung absorbirt, die Absorption beginnt an derselben Stelle des Spectrums (142), wo auch der erste Schimmer der Fluorescenz anfängt.

Um die hier skizzirten Thatsachen zu erklären, nehmen wir an, dass das Aesculinmolecül in den Perioden jener dunkelblauen, violetten und ultravioletten Strahlen zu schwingen fähig sei, dagegen nicht in den Perioden der übrigen sichtbaren Strahlen, noch auch in deren nächst tieferen Octaven. Jene brechbareren Strahlen werden demnach direct absorbirt, die übrigen leuchtenden Strahlen weder direct noch indirect; diese letzteren werden daher ungestört durchgelassen, die Lösung zeigt sich im durchgehenden Lichte farblos.

Hienach müsste jedes Aesculinmolecül selbst leuchten oder fluoresciren in jenen Farben, welche es direct absorbirt hat. Wir werden jedoch kaum erwarten dürfen, etwa das äusserste Violett in dem Fluorescenzlicht wahrzunehmen, da es selbst im einfallenden Lichte wegen der geringen Empfindlichkeit unserer Netzhaut für so rasche Schwingungen nur schwach sichtbar ist. Das von dem schwingenden Molecül unmittelbar ausstrahlende brechbarste violette Licht kann demnach, wenn ich so sagen darf, wegen seiner geringen „physiologischen Intensität“ nur wenig zu der wahrgenommenen Fluorescenzerscheinung beitragen.

Dieselbe erklärt sich aber vollständig, wenn wir annehmen, dass das Molecül auch noch Schwingungen von langsamer Periode zu machen vermöge, welche, etwa um eine Octave tiefer liegend als die direct absorbirten Strahlen, dem unsichtbaren ultrarothen Theile des Spectrums angehören. Diese ultrarothen Schwingungen können mit jenen dunkelblauen, violetten und ultravioletten Schwingungen zusammenwirkend Combinationstöne liefern, welche vermöge ihrer Schwingungszahlen in den weniger brechbaren sichtbaren Theil des Spectrums fallen. Obgleich diese Combinationstöne ohne Zweifel an „mechanischer Intensität“ zurückstehen werden hinter den primären Schwingungen, denen sie ihre Entstehung verdanken, so ist doch ihre „physiologische Intensität“,

d. h. die Empfindlichkeit unseres Auges für ihre Schwingungszahlen, gross genug, um jenen Mangel hinreichend auszugleichen.

Um nun die Entstehung dieser Combinationstöne zu begreifen, ist vor Allem eine klare Vorstellung über den molecularen Bau der Körper nothwendig. Unter einem „Molecül" verstehen wir stets, wie in der Chemie, eine Atomgruppe, welche durch die Natur, Anzahl und gegenseitige Lage ihrer Atome völlig bestimmt ist. Diese Atomgruppe ist von einer Aetherhülle umgeben, welche einen integrirenden Bestandtheil des Molecüls ausmacht. Vermöge der Kräfte, welche die Atome zusammenhalten, sind diese fähig, um ihre Gleichgewichtslage zu schwingen; die Perioden dieser Schwingungen werden aber nicht beliebige sein können, sondern sie sind bedingt durch die besondere Art der molecularen Architectonik, durch die chemische Constitution; mit andern Worten, das Molecül ist vermöge seines Baues auf eine gewisse Anzahl einfacher Schwingungen gestimmt. Diese Schwingungen erfolgen, gleichviel ob oder wie der Schwerpunct des Molecüls schon bewegt ist; sie sind so zu sagen innere Angelegenheiten des Molecüls; wir wollen sie deshalb intramoleculare Schwingungen nennen.

Zwischen jedem Molecül und seinen benachbarten sind wieder Molecularkräfte thätig, welche die Molecüle zu einem Körper zusammenfügen. Wie durch die chemische Molecularkraft oder Affinität das Molecül aus Atomen, so wird durch die physicalische Molecularkraft oder Cohäsion der Körper aus Molecülen aufgebaut. Beide Kräfte wirken völlig unabhängig von einander. Durch die erstere wird die chemische Zusammensetzung, durch die letztere der Aggregatzustand bedingt. Diese physikalische Molecularkraft, welche die Beziehungen der Molecüle unter sich vermittelt, wird die ganzen Molecüle sammt ihren Aetherhüllen, oder, genauer gesagt, die Schwerpuncte derselben, zu Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage befähigen, welche erfolgen ganz unbekümmert darum ob oder welche Bewegungen innerhalb des Molecüls etwa schon vorhanden sind. Diese intermolecularen (durch Cohäsion bewirkten) Schwingungen, wie wir dieselben im Gegensatz zu jenen intramolecularen (durch die Affinität bewirkten) nennen wollen, sind, weil sie nicht von der chemischen Zusammensetzung abhängen, ihrer Periode nach unbestimmt, sie hängen blos vom Aggregatzustande oder von der Temperatur ab.

Wenn man einen festen Körper erwärmt, so wird dadurch zu-

nächst die lebendige Kraft seiner intermolecularen Schwingungen (d. h. der Schwingungen der ganzen Molecüle) erhöht, zugleich aber, indem eine Ausdehnung, d. i. eine grössere gegenseitige Entfernung der Schwerpuncte der Molecüle erfolgt, die Thätigkeit der Cohäsionskräfte so geändert, dass das Molecül (gleichsam jetzt stärker gespannt) dadurch fähig wird, neben den bereits vorhandenen auch kürzere Schwingungsperioden zu liefern. Nachdem der Körper bis zum Weissglühen erhitzt ist, strahlt derselbe alle Lichtarten vom Roth bis zum Violett aus, und zwar vermöge seiner intermolecularen Schwingungen. Sein Licht bildet ein continuirliches Spectrum, gleichviel ob der glühende Körper aus Eisen oder Platin, aus Thonerde oder Magnesia besteht. Wenn auch die intramolecularen Schwingungen, welche sich im Spectroscop durch helle Linien und Bänder offenbaren, gleichzeitig vorhanden wären, sie können auf dem hellen Grunde des continuirlichen Farbenbandes nicht zur Wahrnehmung gelangen. Erst wenn die intermolecularen Beziehungen völlig gelöst, die Cohäsion völlig aufgehoben, d. h. der Körper in den gasförmigen Zustand versetzt ist, können die intramolecularen Schwingungen für sich zur Erscheinung kommen als helle Spectrallinien. Wir sehen also, dass das continuirliche Spectrum eines glühenden festen oder flüssigen Körpers durch die intermolecularen, das Linienspectrum eines glühenden Gases durch die intramolecularen Schwingungen erzeugt wird.

Beide Arten von Schwingungen werden wellenartig fortgepflanzt durch den Aether, welcher den ganzen Raum erfüllend auch die Körpermolecüle frei umfluthet. Bei dieser Fortpflanzung nehmen wir an, dass die elastische Kraft, welche die Schwingungen eines Aetheratoms unterhält, der jeweiligen Entfernung desselben aus seiner Gleichgewichtslage (Elongation) proportional sei. Diese Annahme gründet sich auf die Voraussetzung, dass die Schwingungsweite eines Atoms sehr klein bleibe im Vergleich mit dem gegenseitigen Abstand der benachbarten Atome. So gerechtfertigt diese Annahme für den freien Aether auch sein mag, für die einander näher gerückten Atome der an das Molecül gebundenen Aetherhülle wird sie nicht mehr zulässig sein. Für diese werden wir vielmehr, um der Wahrheit näher zu kommen, annehmen müssen, dass die elastische Kraft nicht nur von der ersten, sondern auch noch von der zweiten Potenz der Elongation abhänge.

Denselben Unterschied, wie für die elastischen Kräfte des freien und des gebundenen Aethers, müssen wir statuiren für die elastischen Kräfte, welche einerseits die intermolecularen, andrerseits die intramolecularen Schwingungen der Körpertheilchen unterhalten. Der gegenseitige Abstand der Körpermolecüle von einander dürfte hinlänglich gross sein, um die elastische Kraft, welche das Molecül zur Gleichgewichtslage hinzieht, der Elongation proportional zu setzen. Für die eng verketteten Atome innerhalb eines Molecüls wird jedoch jene Voraussetzung nicht mehr gestattet sein. Auch hier sehen wir uns zu der Annahme genöthigt, dass die elastische Kraft, welche die intramolecularen Schwingungen der Körperatome unterhält, auch noch von der zweiten Potenz der Elongation abhänge. Wir haben diese Annahme schon oben bei der Erörterung der Fluorescenzerscheinungen erster Klasse ausgesprochen, und daraus das Princip der indirecten Absorption gefolgert.

Auch die Fluorescenz zweiter Klasse betrachten wir als einen Vorgang, welcher sich innerhalb des Körpermolecüls und der mit ihm verbundenen Aetherhülle vollzieht. Wenn nämlich zwei von den Körperatomen erregte pendelartige Schwingungen ein Atom der Aetherhülle ergreifen, so wird die schwingende Bewegung, welche dasselbe annimmt, nicht blos aus jenen primären Schwingungen zusammengesetzt sein (wie das im freien Aether der Fall wäre), sondern es werden namentlich noch zwei pendelartige Schwingungen hinzukommen, deren Schwingungszahlen resp. gleich der Differenz und gleich der Summe der Schwingungszahlen der primären Bewegungen sind. Diese beiden Schwingungen, der Differenzton und der Summationston (nach Helmholtz), sind beide in der Bewegung der Aetherhülle objectiv vorhanden und pflanzen sich durch den freien Aether ebenso wie die primären Schwingungen der Körperatome unverändert fort. Das Molecül sammt seiner Aetherhülle leuchtet also nicht blos in den seinen Atomen eigenthümlichen Lichtarten, sondern auch noch mit allen möglichen aus diesen combinirten Differenz- und Summationstönen. Die letzteren, auch an mechanischer Intensität hinter den Differenztönen zurückstehend, werden sich der Wahrnehmung entziehen, weil sie ihrer hohen Schwingungszahlen wegen zu den ultravioletten Strahlen gehören. Die Differenztöne dagegen fallen, für die Fluorescenzen zweiter Klasse, gerade in

die hellsten Theile des sichtbaren Spectrums und erscheinen in ihrer Mischung als Fluorescenzlicht.

Halten wir nun fest, dass nach einem bereits oben ausgesprochenen Satze jeder absorbirte einfache Strahl in dem Molecül alle Schwingungen wachruft oder verstärkt, welche demselben eigen sind, und nehmen wir an, dass ausser den direct absorbirten dunkelblauen, violetten und ultravioletten Schwingungen auch noch eine Gruppe ultrarother Schwingungen zu den Eigentönen des Aesculinmolecüls gehöre, so erklärt sich dessen Fluorescenzerscheinung vollständig. Die Schwingungszahlen jener direct absorbirten brechbareren Strahlen seien etwa zwischen 725 und 1100 Billionen per Secunde enthalten, die der im Molecül erregten ultrarothen Schwingungen zwischen 370 und 400 Billionen, so werden die daraus hervorgehenden Differenztöne das Bereich von 325 bis 730 Billionen Schwingungen umfassen, d. h. das von dem Molecül ausstrahlende Fluorescenzlicht wird nebst ultrarothen Strahlen alle Farben des sichtbaren Spectrums aufweisen[1].

Ausser den bisher betrachteten gibt es noch eine Klasse von Fluorescenzerscheinungen, welche Herr Pierre als zusammengesetzte bezeichnet. Bei ihnen zeigt das fluorescirende Spectrum an verschiedenen Stellen verschiedene Färbung und auch das abgeleitete Fluorescenzspectrum erweist sich an verschiedenen Stellen verschieden zusammengesetzt. Beispiele hiefür sind die Lacmus- und die Quassiatinctur[2]. Man kann solche Erscheinungen willkürlich hervorrufen, indem man mehrere einfach fluorescirende Flüssigkeiten, z. B. Magdalaroth, Curcuma und Aesculin, mit einander mischt. Da die Ursache der Fluorescenz innerhalb des Molecüls ihren Sitz hat, so werden sich die einzelnen fluorescirenden Molecüle, solange sie nicht chemisch auf einander wirken, gegenseitig nicht stören. Hieraus wäre zu schliessen, dass z. B. in der Lacmustinctur drei verschiedene fluorescirende Substanzen enthalten sind.

Die hier vorliegende Theorie der Fluorescenz gibt, wie es scheint, über alle hieher gehörigen Erscheinungen genügende Rechenschaft, obgleich sie mit dem bisher als Grundgesetz allgemein angenommenen Stokes'schen Gesetz in Widerspruch steht. Sie nimmt nämlich an, dass jeder wirksame, d. i. absorbirte Lichtstrahl alle dem

---

1) Bei den Fluorescenzen erster Klasse gehören sämmtliche Differenztöne in das Gebiet der unsichtbaren ultrarothen Strahlen.

2) Pierre, Sitzungsberichte d. Wiener Acad. Bd. LIII. II. Abth.



Molecül eigenen Schwingungen wecke, gleichviel ob deren Schwingungszahl gleich, kleiner oder grösser sei als diejenige des erregenden Strahls. An dem Magdalaroth wurde dieses Verhalten experimentell nachgewiesen.

Für die Fluorescenzen zweiter Classe ist dieser Nachweis deswegen schwierig, weil man sich nicht leicht ein homogenes Licht von hoher Brechbarkeit und solcher Intensität verschaffen kann, dass man erwarten dürfte, im Fluorescenzspectrum die Strahlen von höherer Brechbarkeit, für welche unser Auge so wenig empfindlich ist, noch wahrzunehmen. Ich hoffe übrigens, diesen Nachweis später noch liefern zu können. Das Ergebniss beim Magdalaroth dürfte indessen hinreichen, um das Stokes'sche Gesetz völlig zu entkräften.

Fassen wir die Resultate unserer bisherigen Erörterungen zusammen, so theilen sich nach den Gesichtspuncten der Theorie die Fluorescenzerscheinungen in folgende drei Classen:

I. Classe: Fluorescenz durch Resonanz. Eine Gruppe weniger brechbarer Lichtstrahlen wird direct, die brechbareren indirect (durch die nächst tiefere Octave) absorbirt. Die Substanz fluorescirt in der Mischfarbe der direct absorbirten Strahlen. Beispiele: Magdalaroth, Chlorophyll.

II. Classe: Fluorescenz durch Differenztöne. Die brechbareren Strahlen werden direct und theilweise indirect absorbirt, und erregen nebst ihren eigenen noch eine Gruppe ultrarother Schwingungen. Die Substanz fluorescirt in der Mischfarbe aus den Differenztönen, welche jene brechbareren schwach leuchtenden oder dunkeln mit diesen wenig brechbaren dunkeln Strahlen erzeugen. Beispiele: Aesculin, Chinin, Curcuma.

III. Classe: Zusammengesetzte Fluorescenz. Sie zeigt sich, wenn zwei oder mehrere fluorescirende Substanzen I. oder II. Classe mit einander gemischt sind, ohne chemisch auf einander zu wirken. Beispiele: Lacmus, Quassia.

IV.

Um das bisher Vorgetragene mathematisch zu begründen, bezeichnen wir mit m die Masse eines im Molecularverbande befindlichen Körperatoms, und mit x die Entfernung desselben von seiner Gleichgewichtslage zur Zeit t. Die Kraft, welche das Atom in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, sei nicht blos von der ersten,

sondern auch von der zweiten Potenz der Elongation abhängig, und werde ausgedrückt durch

$$ax + bx^2,$$

wo a und b constante Coefficienten sind. Dieser Ausdruck involvirt zugleich die Annahme, dass eine Verschiebung nach der Seite der negativen x eine andere elastische Kraft entwickle als eine Verschiebung nach der Seite der positiven x, eine Annahme, welche wir gewiss für ein in den molecularen Bau eingefügtes Körperatom als zutreffend anerkennen müssen. Ausser der elastischen Kraft wirke auf das Atom noch eine Aetherwelle mit periodisch veränderlichem Impuls, dessen Intensität ausgedrückt sei durch

$$f \sin pt.$$

Die Differentialgleichung der Bewegung des Körperatoms lautet alsdann

$$(1) \quad \ldots \ldots - m \frac{d^2 x}{dt^2} = ax + bx^2 + f \sin pt\ .$$

Um sie zu integriren, betreten wir den von Helmholtz[1]) gezeigten Weg; wir denken uns x in eine Reihe nach Potenzen einer kleinen Grösse ε entwickelt, und setzen

$$(2) \quad \ldots \ldots x = \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_3 + \ldots .$$

$$(2a) \quad \ldots \ldots f = \varepsilon f_1\ .$$

Werden diese Ausdrücke in (1) eingeführt und die mit gleichhohen Potenzen von ε multiplicirten Glieder einzeln gleich Null gesetzt, so ergibt sich zur Bestimmung der Grössen x_1, x_2, x_3, ... die folgende Reihe von Differentialgleichungen:

$$(3a) \quad \ldots \ldots a x_1 + m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = - f_1 \sin pt$$

$$(3b) \quad \ldots \ldots a x_2 + m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = - b x_1^2$$

$$(3c) \quad \ldots \ldots a x_3 + m \frac{d^2 x_3}{dt^2} = - 2 b x_1 x_2$$

. . . .

Das vollständige Integral der Gleichung (3a) ist nun

$$(4) \quad \ldots x_1 = A \sin\left(t \sqrt{\frac{a}{m}} + \varphi\right) + \frac{f_1}{mp^2 - a} \sin pt$$

wo A und φ zwei willkürliche Constante sind.

1) Ueber Combinationstöne; Pogg. Ann. Bd. XCIX.



Führen wir diesen Werth von x_1 in die Gleichung (3b) ein, indem wir der Kürze wegen

$$\frac{f_1}{mp^2 - a} = B$$

setzen, so wird dieselbe nach einer leicht zu übersehenden Umformung

$$ax_2 + m\frac{d^2x_2}{dt^2} = -b\left\{\tfrac{1}{2}(A^2+B^2) - \tfrac{1}{2}A^2\cos\left(2t\sqrt{\frac{a}{m}}+2\varphi\right)\right.$$
$$-\tfrac{1}{2}B^2\cos(2pt)$$
$$+AB\cos\left((p-\sqrt{\frac{a}{m}})t-\varphi\right)$$
$$\left.-AB\cos\left((p+\sqrt{\frac{a}{m}})t+\varphi\right)\right\}$$

Das Integral derselben lautet

$$x_2 = -\frac{b}{2a}(A^2+B^2) + A\sin\left(t\sqrt{\frac{a}{m}}+\varphi\right)$$
$$-\frac{bA^2}{6a}\cos\left(2t\sqrt{\frac{a}{m}}+2\varphi\right) - \frac{bB^2}{2(4mp^2-a)}\cdot\cos(2pt)$$
$$+\frac{bAB}{m(p-\sqrt{\frac{a}{m}})^2-a}\cos\left((p-\sqrt{\frac{a}{m}})t-\varphi\right)$$
$$-\frac{bAB}{m(p+\sqrt{\frac{a}{m}})^2-a}\cos\left((p+\sqrt{\frac{a}{m}})t+\varphi\right)$$

oder abgekürzt geschrieben

$$x_2 = -\frac{b}{2a}(A^2+B^2) + A\sin\left(t\sqrt{\frac{a}{m}}+\varphi\right) \quad . \quad . \quad (5)$$
$$-M\cos\left(2t\sqrt{\frac{a}{m}}+2\varphi\right) - N\cos 2pt + P\cos\left((p-\sqrt{\frac{a}{m}})t-\varphi\right)$$
$$-Q\cos\left((p+\sqrt{\frac{a}{m}})t+\varphi\right)$$

worin

$$(6) \quad . \quad . \quad \begin{cases} M = \dfrac{bA^2}{6a} \\ N = \dfrac{bf_1^2}{2\,(4mp^2 - a)\;(mp^2 - a)^2} \\ P = \dfrac{bf_1 A}{\left(m\,(p - \sqrt{\frac{a}{m}})^2 - a\right)\;(mp^2 - a)} \\ Q = \dfrac{bf_1 A}{\left(m\,(p + \sqrt{\frac{a}{m}})^2 - a\right)\;(mp^2 - a)} \end{cases}$$

ist. Bleiben wir bei dieser zweiten Annäherung unter Vernachlässigung der höheren Glieder der Reihe (2) stehen, so erkennen wir, dass ausser dem Eigenton des Atoms, dessen Schwingungszahl $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{m}}$ ist, und dem Ton der ankommenden Welle (Schwingungszahl $\frac{p}{2\pi}$) auch noch die nächsthöheren Octaven dieser Töne $\left(\frac{2}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{m}}\text{ und }\frac{2p}{2\pi}\right)$ und der Differenz- und Summationston (mit den Schwingungszahlen $p - \sqrt{\frac{a}{m}}$ und $p + \sqrt{\frac{a}{m}}$) in der Bewegung des Atoms vorhanden sind.

Im Allgemeinen, wenn die Schwingungszahl der ankommenden Welle in keiner besonderen Beziehung steht zu der Schwingungszahl des Atoms selbst, werden die Amplituden dieser Töne klein bleiben gegenüber der Amplitude des Eigentons, und diese selbst wird keinen wesentlichen Zuwachs erhalten aus der lebendigen Kraft der Welle, d. h. die Welle wird nur wenig geschwächt weiterziehen.

Nehmen wir dagegen an, die Schwingungszahl der Welle sei gleich der Schwingungszahl des Atoms, also $p = \sqrt{\frac{a}{m}}$, so werden die Amplituden B, N, P und Q unendlich gross, d. h. die Welle, welche mit dem Eigenton des Molecüls im Einklang ist, ist bestrebt, die Amplitude dieses Tons über alle Grenzen hinaus zu steigern, was in Wirklichkeit freilich nur bis zur Zerreissung des Molecularverbandes (chemische Wirkung) gehen kann. Zu dieser Steigerung der lebendigen Kraft des schwingenden Atoms wird selbstverständlich die lebendige Kraft der Welle verbraucht, d. h. die Welle wird **absorbirt**.

Wir haben also das Princip der directen Absorption: Ein schwingendes Körpertheilchen absorbirt eine dasselbe treffende Welle, wenn diese im Einklang schwingt mit einer der Eigenschwingungen des Theilchens.

Nehmen wir ferner an, die Schwingungszahl der Welle sei halb so gross als diejenige des Atoms, d. i. $p = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{m}}$, so wird die Amplitude N unendlich gross; die Welle wird demnach absorbirt, verstärkt aber doch nur den Eigenton des schwingenden Atoms; denn die zur Amplitude N (gegen welche jetzt alle übrigen verschwinden) gehörige Schwingungszahl ist $2p = \sqrt{\frac{a}{m}}$.

Endlich werde die Schwingungszahl der Welle doppelt so gross angenommen als diejenige des Atoms, also $p = 2\sqrt{\frac{a}{m}}$ gesetzt. Dann wird die Amplitude P unendlich gross, die Welle wird also ebenfalls absorbirt, indem sie wiederum den Eigenton des Atoms verstärkt; die zur Amplitude P gehörige Schwingungszahl ist nämlich $p - \sqrt{\frac{a}{m}} = 2\sqrt{\frac{a}{m}} - \sqrt{\frac{a}{m}} = \sqrt{\frac{a}{m}}$.

Für andere Schwingungszahlen der Welle als die genannten tritt, so lange wir bei der zweiten Annäherung stehen bleiben, ein Unendlichwerden irgend einer Amplitude nicht ein, somit auch keine Absorption.

Die beiden vorstehenden Sätze fassen wir zusammen als Princip der indirecten Absorption: Ein schwingendes Körpertheilchen absorbirt eine dasselbe treffende Wellenbewegung, wenn diese eine Octave höher oder tiefer schwingt als eine der Eigenschwingungen des Theilchens.

Um die beiden Arten der indirecten Absorption ihrer Energie nach mit einander zu vergleichen, setzen wir in dem Ausdruck für N

$$p = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{m}} + \delta$$

wo δ eine sehr kleine Grösse vorstellt, deren höhere Potenzen zu vernachlässigen sind. Dann wird

$$N = \frac{2bf_1^2}{9a^2\sqrt{am}\,.\,\delta}$$

Setzen wir ebenso in P

$$p = 2\sqrt{\frac{a}{m}} + \delta$$

so ergibt sich

$$P = \frac{bf_1 A}{6a\sqrt{am}\,.\,\delta}$$

folglich das Verhältniss

$$\frac{P}{N} = \tfrac{3}{4}\,.\,\frac{A}{f_1}\,.\,a$$

oder, weil $f = \varepsilon f_1$ ist:

$$\frac{P}{N} = \tfrac{3}{4}\,.\,\frac{\varepsilon A}{f}\,.\,a$$

Die Grössen εA (die anfängliche Amplitude des schwingenden Atoms) und f (die Amplitude der zu absorbirenden Wellenbewegung) sind mit einander vergleichbar und wahrscheinlich nur wenig von einander verschieden. Dagegen wird a, die elastische Kraft in der Entfernungseinheit, durch eine enorm grosse Zahl ausgedrückt[1]). Die Amplitude, welche das schwingende Atom bei der Absorption durch die tiefere Octave zu erreichen strebt, wird demnach die Amplitude bei der Absorption durch die höhere Octave weit übertreffen.

Was die Theorie der Combinationstöne anlangt, welche oben als die Ursache der Fluorescenzen zweiter Klasse angegeben worden sind, so ist dieselbe, mit der Helmholtz'schen Theorie der akustischen Combinationstöne durchaus übereinstimmend, kurz folgende.

Ein Atom der Aetherhülle eines Molecüls besitze die Masse μ, und zur Zeit t die Elongation x. Ausser von der elastischen Kraft $\alpha x + \beta x^2$ werde es noch ergriffen von zwei durch die Körperatome des Molecüls erregten Aetherwellen, deren Einwirkungen durch

$$f \sin(pt) \text{ und } g \sin(qt + \gamma)$$

ausgedrückt sein sollen. Die Differentialgleichung seiner Bewegung

$$-\mu \frac{d^2x}{dt^2} = \alpha x + \beta x^2 + f \sin(pt) + g \sin(qt + \gamma)$$

liefert, wenn man wieder

---

1) Setzen wir z. B. die Masse eines Wasserstoffatoms $= 1$, so ist dessen Schwingungszahl $n = \frac{\sqrt{a}}{2\pi}$, folglich $a = 4\pi^2 n^2$. Nehmen wir $n =$ der Schwingungszahl der Wasserstofflinie $C = 475\,.\,10^{12}$, so wäre $a = 4\pi^2\,.\,475^2\,.\,10^{24} = 891\,.\,10^{28}$, d. i. eine Zahl, welche mit 31 Ziffern geschrieben wird.

$$x = \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_3 + \ldots$$
$$f = \varepsilon f_1$$
$$g = \varepsilon g_1$$

setzt, und genau so wie oben verfährt, als erste Annäherung

$$x_1 = A \sin\left(t\sqrt{\frac{\alpha}{\mu}} + \varphi\right) + u \sin(pt) + v \sin(qt + \gamma)$$

worin

$$u = \frac{f_1}{\mu p^2 - \alpha} \text{ und } v = \frac{g_1}{\mu p^2 - \alpha}$$

ist. Nun kann aber der Eigenton des Aetheratoms, dessen Schwingungszahl $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{\mu}}$ ist, weggelassen werden, weil derselbe, wenn auch Anfangs vielleicht vorhanden, jedenfalls bald erlischt. Es bleibt also noch als erste Annäherung

$$x_1 = u \sin pt + v \sin(qt + \gamma).$$

Die zweite Annäherung, ebenfalls mit Weglassung des Eigentons, ergibt sich wie folgt:

$$x_2 = -\frac{\beta}{2\alpha}(u^2 + v^2) - \frac{\beta u^2}{2(4\mu p^2 - \alpha)} \cos 2pt$$
$$-\frac{\beta v^2}{2(4\mu q^2 - \alpha)} \cos(2qt + 2\gamma) + \frac{\beta uv}{\mu(p-q)^2 - \alpha} \cos([p-q]t - \gamma)$$
$$+\frac{\beta uv}{\mu(p+q)^2 - \alpha} \cos([p+q]t + \gamma),$$

und fasst in sich ausser den nächst höheren Octaven der primären Töne (Schwingungszahlen $\frac{2p}{2\pi}$ und $\frac{2q}{2\pi}$) auch noch den Differenzton $\left(\frac{p-q}{2\pi}\right)$ und den Summationston $\left(\frac{p+q}{2\pi}\right)$, welche beide in der Bewegung des Aetheratoms objectiv vorhanden, sich mit den primären Tönen in den umgebenden freien Aether fortpflanzen.

Untersuchungen über die Färbung der Rauchquarze oder sog. Rauchtopase.

Von

Prof. Dr. A. Forster.

Im Herbst des Jahres 1868 machten zwei bekannte „Strahler“[1]), Peter Sulzer und dessen Sohn von Guttanen, einen Fund an schwarzen Bergcrystallen von solcher Grossartigkeit, dass derselbe in weiten Kreisen das grösste Aufsehen verursachte. In der That war dieser Fund auch geeignet, das Interesse aller Naturfreunde im höchsten Grade zu erregen. Am Tiefengletscher im Kanton Uri wurde von den Genannten eine Crystallhöhle entdeckt, aus welcher nicht weniger als 300 Centner Rauchquarzcrystalle erbeutet wurden. Unter diesen Crystallen befanden sich wahre Prachtexemplare sowohl in Bezug auf Grösse als Schönheit und tief schwarze Farbe. Es mag hier nur angeführt werden, dass einzelne wohlausgebildete Crystalle ein Gewicht von 300 Pfund erreichen. Die schönsten Exemplare besitzt das Berner Museum, welches dieselben Herrn F. Bürki als Geschenk verdankt. Es würde hier kaum am Orte sein, auf eine nähere Beschreibung des merkwürdigen Fundes einzugehen, die Interessenten finden denselben in einer Abhandlung des Bergingenieurs Herrn v. Fellenberg, welche in den Verhandlungen der Berner Naturforschenden Gesellschaft (1868, S. 135) erschienen ist, ausführlich beschrieben.

Es ist natürlich, dass dieser Fund in der Naturforschenden Gesellschaft besprochen wurde und dass die Frage nach der Ursache der schwarzen Färbung der Crystalle aufgeworfen wurde.

Zunächst zeigte ein einfacher Versuch, dass die Farbe durch Erhitzen verschwand, wobei die Rauchquarze ebenso wasserhell wie der schönste Bergcrystall wurden.

---

1) „Strahler“ = Crystallsucher.

Diese Entfärbung erfolgt bereits bei circa 200° C., wenn auch ziemlich langsam; in höherer, noch unter der Glühhitze liegender, Temperatur dagegen in wenigen Minuten.

Bei der Dichte des Crystalles hat die Annahme einer die ganze Masse durchdringenden organischen Substanz, welche beim Erhitzen ausgetrieben wird, etwas Ungewöhnliches, besonders da es in keiner Weise gelingen wollte, eine solche organische Substanz nachzuweisen.

Beim Erhitzen werden die Crystalle allmälig heller und heller, ohne zu decrepitiren, nach dem Erkalten erscheinen sie wasserhell, ohne dass, bei vorsichtigem Erhitzen, Risse entstanden wären, durch welche eine organische Substanz sich hätte entfernen können.

Eine Gewichtsabnahme durch Erhitzen konnte mit Sicherheit auch nicht constatirt werden; bei Anwendung von 10 bis 12 Grm. trat zwar eine Abnahme von circa 1 Milligrm. ein, aber es ist zur Genüge bekannt, dass auch ein leerer Platintiegel nach dem Glühen Schwankungen von diesem Betrage in seinem Gewichte zeigen kann.

Kochen mit Königswasser oder einer Mischung von chromsaurem Kali und Schwefelsäure veränderten die Färbung in keiner Weise.

Unter diesen Umständen musste man sich fragen, ob die Ursache der Färbung nicht vielmehr in einer durch Temperaturerhöhung bedingten Umlagerung der Molecüle zu suchen sei, mit anderen Worten: ob der Rauchquarz nicht etwa als allotrope Modification des Bergcrystalls anzusehen sei? Hierdurch bedingte Farbenveränderungen sind ja bekannt; ich erinnere nur an das durch Fällung erhaltene rothe Jodquecksilber, welches beim Erhitzen in gelben Crystallen sublimirt, welche durch Berührung oder Erschütterung wieder in die rothe Modification übergehen.

Die Möglichkeit einer Allotropie schien noch durch die resultatlosen Bemühungen Flückigers[1]), eine färbende Substanz zu entdecken, an Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.

Meine Untersuchungen hatten daher den Zweck, zu entscheiden, ob die Färbung in einer sehr geringen Beimengung organischer Substanz, oder in einer durch Erhitzen bedingten allotropen Veränderung ihren Grund habe.

Da das Fehlschlagen der Bemühungen, eine organische Substanz nachzuweisen, möglicher Weise durch ungeeignete Methoden oder An-

1) Siehe meine Abhandlung über diesen Gegenstand in den Mittheilungen der Berner Naturf. Gesellschaft 1871.

wendung zu geringer Mengen bedingt sein konnte, so durfte die erstere Annahme nicht ohne Weiteres als widerlegt betrachtet werden.

Ehe ich nun zur Beschreibung meiner Untersuchungen übergehe, habe ich noch die angenehme Pflicht, zweien Herren für die Freundlichkeit, mit welcher sie mir das Material zur Verfügung stellten, meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Die erste Quantität schwarzen Quarzes und einen ausserordentlich schönen, tiefschwarzen, wohlausgebildeten Crystall erhielt ich von Herrn Bergingenieur v. Fellenberg, und als diese Menge erschöpft war, einen dunkelschwarzen, beinahe 30 Pfund schweren Crystall durch Herrn Fr. Bürki, welchem bekanntlich auch unser Museum die schönsten Crystalle des ganzen Fundes verdankt.

Da die chemische Untersuchung ohne Resultat geblieben war, so hoffte ich, vielleicht physicalische Unterschiede zwischen Rauchquarz und Bergcrystall nachweisen zu können, welche dann gestattet hätten, die Annahme einer allotropen Modification zu machen.

Hier musste vor Allem die Dichte in Betracht kommen, da dieselbe bekanntlich ein wesentliches Unterscheidungsmittel allotroper Modificationen ist. Ausserdem sollte sich die Untersuchung noch auf Bestimmung der Brechungsindices, Circularpolarisation und das sonstige optische Verhalten erstrecken.

Aus dem schon vorhin erwähnten, sehr homogenen und tiefschwarzen Crystall, den ich der Güte des Herrn v. Fellenberg verdanke, liess ich ein Prisma (brechende Kante parallel zur Hauptaxe) und eine planparallele Platte senkrecht zur Hauptaxe schleifen.

1. Untersuchung der Platte.

Dicke derselben: $4{,}35^{mm}$.

So vollkommen homogen der ungeschliffene Crystall erschienen war, so wenig traf dies bei der geschliffenen Platte zu. Beobachtete man die Platte im durchfallenden Lichte des wolkenlosen Himmels, so war die ungleiche Vertheilung der Farbe sehr auffallend.

Die Platte zeigte dunklere Figuren, welche, in eigenthümlicher Weise mit einer Spitze gegen den Mittelpunct der Platte gerichtet, die Fläche derselben in Dreiecke theilen, deren Schenkel vom Mittelpuncte nach den natürlichen Kanten der Pyramide laufen. Innerhalb dieser Felder ist die Färbung von zahlreichen, beinahe farblosen, unregelmässigen Adern durchzogen, welche meist radial vom Mittelpuncte

zu verlaufen scheinen. Mit einer Loupe beobachtet, traten noch mehr Details von untergeordneter Bedeutung auf. In einer Ecke der Platte bemerkte man mit Hülfe einer stärkeren Loupe kleine Höhlungen; Flüssigkeit konnte in denselben nicht bemerkt werden.

Die Erklärung dieser merkwürdigen Vertheilung der Farbe folgt später.

Im polarisirten Lichte erwies sich die Platte als rechts drehend.

2. Bestimmung der Brechungsexponenten.

Zur Bestimmung der Brechungsexponenten benutzte ich ein neu angefertigtes Repetitions-Refractometer aus der physicalischen Werkstätte von Hermann und Pfister in Bern. Das Instrument darf mit Recht ein ausgezeichnetes genannt werden. Die Ablesung des 10zölligen Theilkreises geschah durch vier Nonien und zwei Ablesemicroscope. Die Fehler der Theilung erwiesen sich als so gering, dass das Aufstellen einer Correctionstabelle, besonders in Anbetracht der vierfachen Ablesung und der Repetition, überflüssig erschien. In der That zeigte es sich, dass die mit Hülfe dieses Instrumentes abgeleiteten Brechungsquotienten eine ungewöhnliche Uebereinstimmung darboten.

Das Wesentliche der Construction des sehr zweckmässig eingerichteten Instrumentes ist von H. Wild mit Herrn Hermann vereinbart worden, und will ich daher einer Beschreibung desselben durch Herrn Wild, der dies beabsichtigen soll[1]), nicht vorgreifen.

Die Bestimmung der Brechungsindices erfolgte durch die Methode der Minimal-Ablenkung; als Lichtquelle diente eine durch schwefelsaures Natron gelb gefärbte Gasflamme. Ueber die Einzelheiten der Versuche will ich keine näheren Angaben machen, sondern nur bemerken, dass der verwendete Apparat in sehr sicherer Weise die nöthigen Cautelen, wie Verticalstellen der brechenden Kante etc., einzuhalten erlaubte, und dass die Bestimmungen für eine mittlere Temperatur von 19^0 C. gelten. Die Temperaturschwankungen betrugen nicht mehr als 1,5^0 C.

Ich hätte freilich gewünscht, ausser den Brechungsexponenten für D noch andere zu bestimmen; indessen scheiterten diese Versuche an der Undurchsichtigkeit des Prismas. Die sehr intensiven Strahlen der Natriumflamme vermochten zwar durchzudringen, nicht aber die blaue

1) Zufolge mündlicher Mittheilung des Herrn Hermann.

Strontiumlinie oder die blaue Wasserstofflinie; ebenso erwies sich die rothe Wasserstofflinie als zu lichtschwach.

a. Bestimmung des brechenden Winkels.

Zur Bestimmung des brechenden Winkels verwendete ich das Spiegelbild der beleuchteten Spalte. Ich erhielt in drei Versuchen die folgenden Resultate:

$$a = 60^0\ 11'\ 5''.$$

Nun wurde die Stellung der Fernrohre zu einander verändert und der mit den Nonien verbundene Tisch so gedreht, dass andere Stellen der Theilung zur Ablesung kamen. Ich erhielt nun:

$$a_1 = 60^0\ 11'\ 2''.$$

Wiederum veränderte man den Winkel beider Fernrohre und verwendete andere Stellen der Theilung zur Ablesung, wobei erhalten wurde:

$$a_2 = 60^0\ 11'\ 10''.$$

b. Bestimmung der Minimalablenkang für $Na_a = D$.

1. Ordentlich gebrochener Strahl.

Erhalten wurde:
$$\varphi = 41^0\ 17'\ 23''$$
$$\varphi_1 = 41^0\ 17'\ 10''$$
$$\varphi_2 = 41^0\ 17'\ 13''$$

2. Ausserordentlich gebrochener Strahl.

Erhalten wurde:
$$\varphi' = 42^0\ 7'\ 23''$$
$$\varphi'_1 = 42^0\ 7'\ 17''$$
$$\varphi'_2 = 42^0\ 7'\ 28''$$

Ich hätte nun aus je dreien dieser gut übereinstimmenden Werthe das Mittel nehmen und hieraus die Brechungsexponenten ableiten können; um aber den grösst möglichen Fehler kennen zu lernen, welcher aus diesen Resultaten abgeleitet werden kann, combinirte ich alle Werthe des brechenden Winkels mit allen Werthen der Minimalablenkung. Nach dieser Methode erhielt ich für den ordentlichen und ausserordentlichen Strahl je 9 Werthe des Brechungsexponenten. Der mittlere Fehler des Endresultates wurde entsprechend der Methode der kleinsten Quadratsummen durch die Formel

$$\pm \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n\,(n-1)}}$$

berechnet, der wahrscheinliche Fehler des Resultates aus der Formel

$$\pm\, 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n\,(n-1)}}.$$

Schliesslich mag noch angeführt werden, dass durch die Art der Beobachtung wohl constante Fehler, veranlasst durch das Instrument, möglichst vermieden sein dürften.

Brechungsquotienten des ordentlich gebrochenen Strahls für $Na_\alpha = D$.

Brechender Winkel.	Minimalablenkung.	Brechungsquotient.	d.
60° 11′ 5″	41° 17′ 23″	1,544187	+ 0,000019
60° 11′ 5″	41° 17′ 10″	1,544151	— 0,000017
60° 11′ 5″	41° 17′ 13″	1,544156	— 0,000012
60° 11′ 2″	41° 17′ 23″	1,544207	+ 0,000039
60° 11′ 2″	41° 17′ 10″	1,544164	— 0,000004
60° 11′ 2″	41° 17′ 13″	1,544177	+ 0,000009
60° 11′ 10″	41° 17′ 23″	1,544179	+ 0,000011
60° 11′ 10″	41° 17′ 10″	1,544137	— 0,000031
60° 11′ 10″	41° 17′ 13″	1,544152	— 0,000016

Mittel = 1,544168

Wahrscheinlicher Fehler = ± 0,0000055.

Brechungsquotienten des ausserordentlich gebrochenen für $Na_\alpha = D$.

Brechender Winkel.	Minimalablenkung.	Brechungsquotient.	d.
60° 11′ 5″	42° 7′ 23″	1,553325	— 0,000003
60° 11′ 5″	42° 7′ 17″	1,553307	— 0,000021
60° 11′ 5″	42° 7′ 28″	1,553344	+ 0,000016
60° 11′ 2″	42° 7′ 23″	1,553345	+ 0,000017
60° 11′ 2″	42° 7′ 17″	1,553327	— 0,000001
60° 11′ 2″	42° 7′ 28″	1,553358	+ 0,000030
60° 11′ 10″	42° 7′ 23″	1,553318	— 0,000010
60° 11′ 10″	42° 7′ 17″	1,553299	— 0,000029
60° 11′ 10″	42° 7′ 28″	1,553330	+ 0,000002

Mittel = 1,553328

Wahrscheinlicher Fehler = ± 0,0000042.

Aus diesen Versuchen erhalten wir also die Brechungsquotienten:

$$o = 1{,}544168 \pm 0{,}0000055$$
$$e = 1{,}553328 \pm 0{,}0000042.$$

Rudberg[1]) fand für Bergcrystall und die Linie D:

$$o = 1{,}54418$$
$$e = 1{,}55328.$$

Man sieht, dass die von mir gefundenen Brechungsquotienten des Rauchquarzes bis auf einige Einheiten der fünften Decimale mit den von Rudberg für Bergcrystall gefundenen Werthen übereinstimmen.

Zugleich widerlegen diese Resultate die Angaben von Pfaff[2]) bezüglich der Brechungsquotienten des Rauchquarzes. Pfaff beobachtete nach der wenig zuverlässigen Methode der Bestimmung des Polarisationswinkels und erhielt folgende Zahlen:

$$o = 1{,}478$$
$$e = 1{,}485,$$

welche, wie man sieht, erheblich von meinen Werthen differiren.

Aus meinen Bestimmungen hat sich also ergeben, dass die Brechungsindices des Rauchquarzes und Bergcrystalls identisch sind; dieses Resultat lässt nun mit Sicherheit erwarten, dass auch die Dichte von Rauchquarz und Bergcrystall die gleiche sei.

Um aber direct nachzuweisen, dass die Färbung des Rauchquarzes in keinem Zusammenhang mit seinem Brechungsvermögen stehe, brachte ich das Prisma in ein Luftbad, dessen Temperatur ich langsam und vorsichtig auf 260⁰, später auf 300⁰ C. erhöhte. Schon nach einigen Stunden war eine Entfärbung merklich; dieselbe schritt aber nur langsam fort, um erst nach 80stündigem Erhitzen vollendet zu sein. Das entfärbte Prisma erschien beinahe wasserklar und zeigte nur noch einen sehr geringen Stich ins Bräunliche; Risse waren nicht entstanden. Nun wurden wieder brechender Winkel und Minimalablenkung in ganz gleicher Weise wie vorhin bestimmt und erhalten:

Minimalablenkung für $Na\,\alpha$.

Brechender Winkel.	Ordentlicher Strahl.	Ausserordentlicher Strahl.
60⁰ 11′ 7″	41⁰ 17′ 20″	42⁰ 7′ 17″
60⁰ 11′ 5″	41⁰ 17′ 17″	42⁰ 7′ 23″
60⁰ 11′ 10″	41⁰ 17′ 20″	42⁰ 7′ 26″.

1) Pogg. Ann. XIV. Beer, höhere Optik 286.

2) Pogg. Ann. 127. Fortschritte der Phys. 1866, p. 216.

Combinirt man diese Werthe wie vorhin, so erhält man:

Brechungsquotienten des ordentlich gebrochenen Strahls für $Na_\alpha = D$.

Brechender Winkel.	Minimalablenkung.	Brechungsquotient.	d.
60° 11′ 7″	41° 17′ 20″	1,544174	+ 0,000003
60° 11′ 7″	41° 17′ 17″	1,544162	— 0,000009
60° 11′ 7″	41° 17′ 20″	1,544174	+ 0,000003
60° 11′ 5″	41° 17′ 20″	1,544181	+ 0,000010
60° 11′ 5″	41° 17′ 17″	1,544168	— 0,000003
60° 11′ 5″	41° 17′ 20″	1,544181	+ 0,000010
60° 11′ 10″	41° 17′ 20″	1,544167	— 0,000004
60° 11′ 10″	41° 17′ 17″	1,544161	— 0,000010
60° 11′ 10″	41° 17′ 20″	1,544167	— 0,000004

Mittel = 1,544171

Wahrscheinlicher Fehler = ± 0,0000017.

Brechungsquotienten des ausserordentlich gebrochenen Strahls für $Na_\alpha = D$.

Brechender Winkel.	Minimalablenkung.	Brechungsquotient.	d.
60° 11′ 7″	42° 7′ 17″	1,553300	— 0,000018
60° 11′ 7″	42° 7′ 23″	1,553319	+ 0,000001
60° 11′ 7″	42° 7′ 26″	1,553331	+ 0,000013
60° 11′ 5″	42° 7′ 17″	1,553307	— 0,000011
60° 11′ 5″	42° 7′ 23″	1,553325	+ 0,000007
60° 11′ 5″	42° 7′ 26″	1,553338	+ 0,000020
60° 11′ 10″	42° 7′ 17″	1,553299	— 0,000019
60° 11′ 10″	42° 7′ 21″	1,553318	0,000000
60° 11′ 10″	42° 7′ 26″	1,553324	+ 0,000006

Mittel = 1,553318

Wahrscheinlicher Fehler = ± 0,0000029.

Für das entfärbte Prisma erhalten wir also die Brechungsquotienten:

$$o = 1{,}544171 \pm 0{,}0000017$$
$$e = 1{,}553318 \pm 0{,}0000029.$$

Eine Vergleichung dieser Quotienten mit denjenigen für das natürliche Prisma ergiebt, dass durch das Entfärben die Bre-

chungsverhältnisse des Rauchquarzes nicht verändert werden.

Dieser Umstand liess erwarten, dass auch die Dichte von der Färbung unabhängig sei, da bekanntlich eine Veränderung der Dichte von einer Veränderung des Brechungsquotienten, und umgekehrt, begleitet ist. Immerhin schien es mir von Interesse, eine genaue Dichtebestimmung des natürlichen und des entfärbten Rauchquarzes vorzunehmen. Die Methode soll im Folgenden beschrieben werden.

Dichtebestimmung.

Zu den folgenden Bestimmungen wurden ausschliesslich klare geschliffene Stücke verwendet und zwar:

1) Ein Petschaft von Goldarbeiter Gast in Bern. Dasselbe erschien, bis auf einen kleinen Fehler im Innern des Crystalls, der das Aussehen einer kleinen Druse hatte, vollkommen klar und homogen gefärbt. Das Gewicht betrug 104 Grm.

2) Ein von demselben Herrn Gast erhaltenes geschliffenes Stück aus einer Broche. Dieses Stück war sehr dunkel gefärbt und vollkommen fehlerlos. Gewicht 18 Grm. Die Dichte desselben wurde nach dem Entfärben (durch Erhitzen im Luftbad) bestimmt.

Die Bestimmungen wurden auf der eidgen. Normal-Eichstätte mit Hülfe einer sehr feinen Waage von Hermann und Pfister und eines Gewichtssatzes, dessen Fehler bestimmt wurden, und zwar nach der Methode, welche Herr Wild in seinem „Bericht über die Arbeiten zur Reform der schweizerischen Urmaasse" beschrieben hat, ausgeführt.

Die damals herrschende Witterung, trübes Nebelwetter, begünstigte ie Genauigkeit der Resultate, indem von den Einwirkungen der Sonne, deren Strahlen die Eichstätte zu gewissen Tageszeiten exponirt st, kein Nachtheil zu befürchten war. Um nicht künstlich Temperaturschwankungen zu veranlassen, wurde während mehreren Tagen nicht geheizt, wie auch während der Versuche vom Heizen abgesehen wurde.

Nachdem die Waagen mehrere Tage im ungeheizten Zimmer gestanden hatten, durfte man annehmen, dass ihre ganze Masse die Lufttemperatur angenommen habe, und war nun sehr besorgt, diese Temperatur möglichst wenig zu verändern. Der Beobachter näherte sich bei Ausführung der Wägung so wenig als möglich, die Gewichte wur-

den mit einer so langen Zange auf die Waagschalen gebracht, dass die Hand nicht in das Gehäuse eingeführt werden musste.

Alle Wägungen wurden nach der Borda'schen Methode ausgeführt. Gleichzeitig wurde beobachtet:

a. die Lufttemperatur;

b. der Barometerstand;

c. ein im Waagegehäuse befindliches Hygrometer;

d. die Temperatur des destillirten Wassers, in welches der Körper eingetaucht wurde.

Zur Bestimmung der Lufttemperatur verwendete ich ein von Geissler in Bonn verfertigtes, in $1/10^0$ getheiltes, calibrirtes Instrument. Unmittelbar nach Beendigung der Versuche bestimmte ich den Nullpunct des Instrumentes und fand denselben bei $+ 0{,}35^0$. Um die wahre Temperatur zu erhalten, waren also an der abgelesenen Zahl zwei Correcturen anzubringen, nämlich die Correction für das Caliber und die Correction der Nullpunctsverschiebung.

Die Wassertemperatur wurde mit einem feinen Thermometer von Fastré, welches ich mit dem genannten Geissler'schen Thermometer sorgfältig verglichen hatte, gemessen.

Die Bestimmung des Barometerstandes erfolgte mit Hülfe eines von Hermann angefertigten Barometers mit Messingscala. Die Ablesung wurde durch Nonius und Loupe auf $1/10^{mm}$ ausgeführt und die erhaltene Zahl nach der Formel

$$B_0 = B_t - B_t (\alpha - \beta) t$$

worin

α der cubische Ausdehnungscoëfficient des Quecksilbers = 0,00018153,

β der lineare Ausdehnungscoëfficient des Messings = 0,000018782,

t die nach Graden Celsius abgelesene Temperatur des Thermometers attaché (unter der Annahme, die Temperatur des Quecksilbers und der Scala sei identisch) bedeutet, auf 0^0 reducirt.

Das Haarhygrometer aus der Werkstätte für physicalische Apparate in Genf, unter Leitung von Schwerd verfertigt, ist ebenfalls von Wild[1]) geprüft und mit einem Psychrometer verglichen worden. Dasselbe besitzt zwei Theilungen. Die eine ist zwischen dem Puncte absoluter Trockenheit und demjenigen vollkommener Sättigung mit Wasserdampf in 100 gleiche Theile getheilt, die andere giebt, zufolge

1) Schweizerische Urmaasse p. 143.

besonderer Voruntersuchung, die relative Feuchtigkeit direct in Procenten der Sättigung. Wild hat durch eine längere Vergleichung mit dem Psychrometer die Zuverlässigkeit des Instrumentes geprüft und die anzubringende Correction bestimmt. Wenn sich auch innerhalb der seit jener Justirung verflossenen Zeit diese Correction etwas verändert haben sollte, so kann dies doch nicht in solcher Weise geschehen sein, dass die verlangte Genauigkeit der Dichtebestimmung darunter merklich leiden kann. Diese Erwägung bestimmte mich, die von Wild angegebene Correction anzubringen.

Alle Dichtebestimmungen wurden durch Abwägen der Crystalle in Luft und Wasser nach folgender Methode vorgenommen:

Der Crystall wurde auf die linke Waagschale gebracht und durch auf die rechte Schale gelegte Gewichte äquilibrirt. Hierauf nahm man den Körper von der Waage und ersetzte ihn durch Gewichte aus einem vergoldeten Argentan-Gewichtssatze, dessen Fehler genau bestimmt waren, und beobachtete Temperatur, Barometerstand und Luftfeuchtigkeit. Man erhielt so das Gewicht in Luft (I). Jetzt hing man denselben an einen feinen Platindraht so an der Waagschale auf, dass er in ein Gefäss mit destillirtem Wasser vollkommen eintauchte, und markirte den Stand des Wassers im Gefässe durch eine aufgeklebte Papiermarke. Man brachte die Waage durch Taragewichte wieder ins Gleichgewicht, bestimmte ausser Lufttemperatur, Druck und Feuchtigkeit noch die Wassertemperatur und ersetzte schliesslich Crystall und Draht durch aufgelegte Gewichte. Man erhielt so das Gewicht von Crystall + Draht in Wasser (II). Durch die gleiche Operation wurde nun das Gewicht des Drahtes allein im Wasser bestimmt (III); indem man in das Gefäss Wasser bis zur Marke eingoss, erreichte man, dass der Draht ebenso tief eintauchte, wie bei Wägung II.

Zieht man das Resultat dieser Wägung von Wägung (II) ab, so erhält man das Gewicht des Crystalls in Wasser (IV).

Bezeichnen wir mit

Q = absolutes Gewicht des Crystalls,

D_t = dessen Dichte bei t^0 $C.$,

G = absolutes Gewicht der dem Crystall das Gleichgewicht haltenden Gewichtsstücke (I),

d_t = Dichte der Gewichtsstücke bei t^0 $C.$

$$\lambda_t = \text{Dichte der Luft für} \begin{cases} t^0 = \text{Temperatur}, \\ B = \text{Barometerstand}, \\ h = \text{absolute Feuchtigkeit}, \\ \varphi = \text{geographische Breite} = 46^0\ 57'\ 9'', \\ H = \text{absolute Höhe über d. Meer} = 540^{\,\text{m}}, \end{cases}$$

so ist:

$$Q - \frac{Q\lambda_t}{D_t} = G - \frac{G\lambda_t}{d_t}$$

$$Q\left(1 - \frac{\lambda_t}{D_t}\right) = G\left(1 - \frac{\lambda_t}{d_t}\right) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Ist ferner:

G' = absolutes Gewicht der Gewichtsstücke, welche dem in Wasser getauchten Crystall das Gleichgewicht halten (IV),

$D_{t'}$ = Dichte des Crystalls bei der Temperatur t',

$W_{t'}$ = Dichte des Wassers bei t'^0, bezogen auf Wasser von $+ 4^0 = 1$,

dann haben wir:

$$Q - \frac{Q W_{t'}}{D_{t'}} = G' - \frac{G'\lambda_t}{d_t}$$

$$Q\left(1 - \frac{W_{t'}}{D_{t'}}\right) = G'\left(1 - \frac{\lambda_t}{d_t}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Dividirt man Gleichung (1) durch Gleichung (2), so kommt:

$$\frac{G}{G'} = \frac{1 - \frac{\lambda_t}{D_t}}{1 - \frac{W_{t'}}{D_{t'}}}$$

Hieraus erhält man die Dichte des Crystalls bei t^0:

$$D_t = \frac{W_{t'} \frac{D_t}{D_{t'}} \frac{G}{G'} - \lambda_t}{\frac{G}{G'} - 1}$$

Nun ist, wenn wir mit α den cubischen Ausdehnungscoëfficienten des Quarzes bezeichnen, $D_t = \frac{D_0}{1 + \alpha t}$; führt man dies in vorstehende Gleichung, so erhält man die Dichte des Crystalls bei 0^0 C., bezogen auf Wasser von $+ 4^0$ C. aus der Formel:

$$(3) \quad . \; . \; . \; . \quad D_0 = \frac{\frac{G}{G'} \cdot W_{t'}(1 + \alpha t') - \lambda_t(1 + \alpha t)}{\frac{G}{G'} - 1}$$

Für α nahm ich den von Steinheil für Bergcrystall bestimmten Werth = 0,00003255 an.

Die Dichte der trockenen Luft bei 0° C., 760 mm Barometerstand für eine Breite φ^0 und eine Höhe von H Meter über dem Meer ergibt sich aus der Kohlrauch'schen Formel

$$0{,}001292753\ (1 - 0{,}0025935 \cos 2\varphi)\ (1 - 0{,}00000031417\ H).$$

Für die eidgenössische Eichstätte, deren

geographische Breite $\varphi = 46^0\ 57'\ 9''$

Meereshöhe $H = 540$ Meter,

erhält man die Dichte trockener Luft bei dem Barometerstand B und der Temperatur t aus der Formel

$$\varDelta = \frac{0{,}001292762\ .\ B}{760\ (1 + 0{,}003665\ t)}.$$

Da die Luft bei den Wägungen immer Wasserdampf enthält, so muss derselbe in Rechnung gebracht werden. Bezeichnen wir daher mit h die absolute Feuchtigkeit (berechnet aus den Angaben des Hygrometers), ist ferner 0,62208 das spec. Gewicht des Wasserdampfes, bezogen auf Luft, so haben wir die Dichte der feuchten Luft:

$$\lambda_t = \frac{0{,}001292762\ (B - h)}{760\ (1 + 0{,}003665\ t)} + \frac{0{,}001292762\ .\ 0{,}62208\ h}{760\ (1 + 0{,}003665\ t)}$$

$$\lambda_t = \frac{0{,}001292762\ .\ (B - 0{,}37792\ h)}{760\ (1 + 0{,}003665\ t)}$$

Nach dieser Methode und mit diesen Constanten arbeitend erhielt ich durch Einführen meiner Beobachtungsresultate in die Formel (3) die Dichte bei 0° C., bezogen auf Wasser von + 4° C.:

1) Für das Petschaft von Gast = 2,65027 ± 0,00009.

Wild hat als Dichte des fehlerfreien Bergcrystalls gefunden 2,65062. Diese Zahl differirt von der von mir für Rauchquarz gefundenen erst in der vierten Decimale. Erinnerte man sich noch daran, dass das untersuchte Petschaft einen kleinen Fehler im Innern zeigte, so wird man die kleine Differenz begreifen und zu dem Schlusse kommen, dass die Dichten von Bergcrystall und Rauchquarz sich nicht merklich unterscheiden.

2) Um den Einfluss kennen zu lernen, welchen das Entfärben

des Rauchquarzes durch Hitze auf seine Dichte äussert, wurde nun die Dichte eines geschliffenen Stückes aus einer Broche, welches ich im Luftbad entfärbt hatte, bestimmt.

Ich fand $D_0 = 2{,}65022 \pm 0{,}00010$.

Vergleicht man diese Zahl mit der für das Petschaft gefundenen, so hat man

$$\begin{aligned} \text{Dichte des Rauchquarzes} &= 2{,}65027 \\ \text{Dichte des entfärbten Rauchquarzes} &= 2{,}65022 \\ \hline \text{Differenz} &= 0{,}00005 \end{aligned}$$

Diese Zahlen beweisen zur Genüge, dass die Färbung in keiner Beziehung zur Dichte steht. Ich verzichte daher auf die Angabe weiterer Dichtebestimmungen, welche ich mit verschiedenen Proben Rauchquarz ausgeführt habe, und will nur bemerken, dass diese Dichte vom kleinsten Fehler in dem untersuchten Stücke schon um mehrere Einheiten der vierten Decimale verändert wird.

Zu genauen Dichtebestimmungen haben sich mir einfache Bruchstücke als ungeeignet erwiesen, indem die durch das Zerschlagen entstehenden Sprünge immer mehr oder weniger lufthaltig sind; es sollen daher stets nur geschliffene fehlerfreie Stücke angewendet werden.

Diese Versuche beweisen indirect, dass die Färbung durch eine in sehr geringer Menge beigemischte Substanz bedingt ist, da sie den Beweis erbracht haben, dass dieselbe in keinem Zusammenhang mit den wichtigsten physicalischen Eigenschaften steht. Immerhin genügte mir dieser indirecte Beweis nicht und ich trachtete, die fremde Substanz wirklich nachzuweisen.

Der Rest des von Herrn v. Fellenberg erhaltenen Rauchquarzes wurde zu circa linsengrossen Stückchen zerschlagen; dieselben wurden mit Salzsäure extrahirt, dann mit grossen Mengen Brunnenwasser, zuletzt mit destillirtem Wasser gewaschen. Die nassen Crystalle brachte man in eine Porzellanschale, welche man auf dem Wasserbad so lange erhitzte, bis die Stückchen sich vollkommen trocken anfühlten. Die noch heissen Crystallstückchen brachte man rasch unter den Recipienten der Luftpumpe über eine Schale voll concentrirter Schwefelsäure, wo man dieselben unter häufig wiederholtem Evacuiren 5 Tage stehen liess. Während dieser Zeit war eine Glasretorte, um dieselbe widerstandsfähiger zu machen, mit einem Lehmbeschlag versehen worden. Die Retorte wurde nun, um jede Spur etwa vorhandener organischer Substanz zu entfernen, mit einer heissen

Mischung von Schwefelsäure und einer Lösung von chromsaurem Kali angefüllt. Nach dem Erkalten wurde die Lösung ausgegossen, die Retorte mit destillirtem Wasser ausgespült und dann unter Erhitzen durch einen eingeblasenen Strom heisser Luft scharf ausgetrocknet. In die so vorbereitete Retorte brachte man die getrockneten Crystalle und zog darauf den Hals der Retorte in eine Spitze aus.

Durch die Luftpumpe wurde jetzt die Retorte von Luft entleert und sofort mit chemisch reinem, durch concentrirte Schwefelsäure getrocknetem Wasserstoffgas gefüllt. Das Wasserstoffgas wurde wieder entleert, durch eine neue Menge ersetzt und diese Operation sechs Mal wiederholt. So durfte man sich überzeugt halten, aus der Retorte allen Sauerstoff entfernt zu haben, und jetzt wurde die Spitze zugeschmolzen.

Die mit 760 Grm. Rauchquarz beschickte Retorte wurde so auf einen kleinen Kohlenofen gesetzt, dass die zugeschmolzene Spitze in ein Gefäss mit kaltem Wasser tauchte.

Nach 4stündigem starkem Feuern erschien der Quarz vollkommen entfärbt und in der Spitze hatte sich eine circa 0,1 Grm. betragende, trübliche Flüssigkeit angesammelt.

Als nach dem Erkalten der Hals abgeschnitten wurde, bemerkte man einen starken eigenthümlichen Geruch, den ich nicht anders als empyreumatisch zu bezeichnen weiss.

Die Flüssigkeit zeigte folgende Eigenschaften:

1) Dieselbe war beinahe farblos, nur schwach bräunlich gefärbt und zeigte den vorhin erwähnten eigenthümlichen Geruch.

2) Rothes Lacmuspapier wurde durch dieselbe stark gebläut, Curcumapapier gebräunt.

   Dieselbe enthielt demnach einen basischen Körper.

3) Brachte man in das Röhrchen, welches die Flüssigkeit enthielt, mit Hülfe einer Pincette ein Stückchen rothes Lacmuspapier, ohne die Wände zu berühren, so bläute sich dasselbe in wenig Augenblicken sehr intensiv.

   Die alkalisch reagirende Substanz ist demnach eine flüchtige.

4) Ein Tröpfchen der Flüssigkeit wurde auf einen Objectträger gebracht und mit Platinchlorid versetzt. Sofort trat eine Trübung ein, nach kurzer Zeit entstand ein Niederschlag, welcher unter dem Microscop als aus Octædern bestehend erkannt wurde.

5) Der Rest der Flüssigkeit mit einigen Tropfen Höllensteinlösung



versetzt, gab einen dicken weissen Niederschlag, welcher sich bei Zusatz eines Tropfens Salpetersäure klar löste.

Das Resultat dieses Versuches war so merkwürdig, dass ich lebhaft wünschen musste, denselben mit einer grössern Quantität zu wiederholen, aber es war inzwischen schon ziemlich schwierig geworden, Material zu erhalten, so dass ich in Bern nur noch 2—3 Pfund ankaufen konnte. Ich wandte mich in meiner Verlegenheit an Herrn Apotheker Lindt, welcher mit grösster Bereitwilligkeit versprach, mir zur Erlangung genügenden Materials behülflich sein zu wollen. In der That stellte mir einige Tage später Herr Fr. Bürki, durch Herrn Lindt von meinen Wünschen in Kenntniss gesetzt, brieflich das Material im Interesse der Wissenschaft zur Verfügung. Ich erhielt von demselben einen tief schwarzen, circa 30 Pfund wiegenden, werthvollen Crystall und war somit zu weiteren Versuchen mit Substanz glänzend ausgestattet.

Es gereicht mir zum besonderen Vergnügen, Herrn Bürki, der in Bern als eifriger Förderer wissenschaftlicher Bestrebungen längst bekannt ist, für diese werthvolle Unterstützung meiner Arbeit den verbindlichsten Dank öffentlich auszusprechen.

Der Crystall wurde nun mit einem schweren Hammer zerschlagen und im sogenannten Diamantmörser zu etwa linsengrossen Stückchen zerklopft, welche genau wie im vorigen Versuch gewaschen und getrocknet wurden. Eine bedeutend grössere Retorte wurde ebenfalls in ganz gleicher Weise vorgerichtet; in dieselbe füllte man aber jetzt 4500 Gramm der kleinen Quarzstückchen, füllte wie vorhin mit Wasserstoffgas, schmolz die Spitze zu und erhitzte im Kohlenfeuer, während die Spitze in Eis gehalten wurde.

Nach sechsstündigem starken Feuern waren die Crystalle bis auf die oberste Schichte vollkommen entfärbt. Der Versuch musste aber trotzdem schon jetzt unterbrochen werden, weil die Retorte in diesem Augenblick einen Sprung erhielt.

Das Resultat des Versuches war das folgende:

1) In der Spitze hatten sich 0,5 — 0,6 Gramm einer schwach trüben Flüssigkeit von eigenthümlichem empyreumatischem Geruch condensirt.

2) Der ganze untere Theil des Retortenhalses zeigte einen schwarzgrauen russartigen Anflug, welcher unter dem Microscop vollkommen amorph erschien und den ich für Kohlenstoff, von

der Zersetzung einer organischen Materie herrührend, ansehe. Eine Täuschung ist nicht denkbar, da vor dem Versuch der ganze Retortenhals vollkommen rein und von keinem Stäubchen irgend einer Substanz getrübt war.

3) Ein Stückchen blaues Lacmuspapier wurde durch die bei gewöhnlicher Temperatur sich bildenden Dämpfe der Flüssigkeit stark gebläut.

4) Ein Tropfen Salzsäure zu einigen Tropfen der Flüssigkeit gebracht, bewirkte ein Entweichen von Gasbläschen, welche ohne Zweifel als Kohlensäure anzusehen sind.

5) Ein Tropfen Platinchlorid erzeugte in der Flüssigkeit einen aus microscopischen Octædern bestehenden Niederschlag.

6) Ueberliess man einige Tropfen der mit Salzsäure neutralisirten Flüssigkeit der freiwilligen Verdunstung auf einem Objectträger, so erhielt man ein crystallinisches Residuum, welches unter dem Microscop die characteristischen Formen des Salmiaks zeigte. Um vor jeder Täuschung sicher zu sein, brachte ich auf denselben Objectträger einen Tropfen Salmiaklösung. Nach der freiwilligen Verdunstung waren beide Residua nicht von einander zu unterscheiden.

7) Höllensteinlösung erzeugte einen dicken weissen Niederschlag, welcher sich mit einem Tropfen Salpetersäure klar löste.

Die Resultate aus 3, 4, 5, 6, 7 ergeben mit vollkommener Sicherheit, dass der in der Flüssigkeit enthaltene alkalische Stoff kohlensaures Ammoniak ist.

Es ist hiernach als bewiesen anzusehen, dass das kohlensaure Ammoniak, welches sich in dem Destillat fand, das Product der trockenen Destillation eines **stickstoff-** und **kohlenstoff**haltigen organischen Stoffes sei, welcher Stoff **eben die Färbung der schwarzen Bergcrystalle bedingt.**

Dies erklärt auch die regelmässige Anordnung der Färbung. Wyrouboff[1]) hat nachgewiesen, dass in gefärbten Flussspathen die Farbstofftheilchen eine regelmässige treppenförmig pyramidale Lage haben; ebenso liess sich in Kochsalzcrystallen, welche aus einer gefärbten Lösung erhalten worden waren, eine regelmässige Anordnung des Farbstoffes erkennen. Wyrouboff schliesst hieraus, dsss in vielen

---

1) Bull. de Moscou 1867. III. Fortschritte der Physik 1867. 75.

Fällen, in welchen sich Crystalle aus gefärbten Lösungen gebildet haben, der Farbstoff in den Schliffen eine bestimmte geometrische Figur besitzen werde, so dass derselbe oft die innere Structur des Crystalls anzeige.

Ein Blick auf die planparallel geschliffene Platte lässt sofort die hexagonale Structur des Schliffes erkennen, so dass auch dieses Verhalten die Annahme rechtfertigt, es haben sich die schwarzen Bergcrystalle aus einer durch organische Substanz dunkel gefärbten Lösung durch langsames Auscrystallisiren gebildet. Von besonderem Interesse scheint mir der Umstand, dass die färbende Substanz stickstoffhaltig ist; ob dieselbe ursprünglich thierischen oder pflanzlichen Ursprungs gewesen sein mag? — Dies zu entscheiden muss ich den Geologen überlassen, wenn mir auch, im Hinblick auf die allgemeine Verbreitung des Stickstoffs im Thierreiche, die erstere Möglichkeit als wahrscheinlicher vorkommt.

Zusammenstellung.

Aus den vorliegenden Untersuchungen ergeben sich demnach folgende Resultate:

I. Der Farbstoff der schwarzen Bergcrystalle ist in mehr oder minder regelmässigen Figuren angeordnet, welche die hexagonale Structur der Crystalle deutlich erscheinen lassen:

II. Die Brechungsexponenten des Rauchquarzes sind:

$o = 1.544168.$

$e = 1.553328.$ (Vid. pag. 100)

III. Die Brechungsexponenten des durch Hitze entfärbten Rauchquarzes sind:

$o = 1.544171.$

$e = 1.553318.$ (Vid. pag. 101)

IV. Die Dichte des Rauchquarzes bei 0° C. bezogen auf Wasser von + 4° C. beträgt

$D = 2.65027.$ (Vid. pag. 107)

V. Die Dichte eines durch Hitze entfärbten Stückes Rauchquarz unter gleichen Verhältnissen wie oben wurde gefunden:

$D = 2.65022.$ (Vid. pag. 107)

VI. Die Färbung des Rauchquarzes ist durch einen organischen kohlenstoff- und stickstoffhaltigen Körper bedingt.

VII. Dieser organische Körper wird durch Erhitzen zersetzt und liefert unter den Producten der trockenen Destillation in einer Wasserstoffatmosphäre kohlensaures Ammoniak.

Notiz zur Kenntniss der Phosphorescenz durch Temperaturerhöhung.

In den Berliner Berichten über die Fortschritte der Physik fand ich, Jahrgang 1866 pag. 206, ein kurzes Referat der Arbeit von Wyrouboff über die färbenden Substanzen des Flussspathes, nach welcher Wyrouboff die Phosphorescenz des Flussspathes als von der Zersetzung beigemengter organischer Substanz abhängig erklärt.

Das kurze, entschiedene Aussprechen dieser total irrigen Meinung veranlasste mich, die Sache näher zu prüfen und zunächst die Originalarbeit zu studiren.

Herr Wyrouboff hat in seiner Arbeit als färbende Substanzen der Flussspathe Kohlenwasserstoffe nachgewiesen und sagt bei Besprechung des Flussspathes von Welsendorff wörtlich:

„La phosphorescence est très-intense dans la fluorine de Welsendorff, mais elle cesse immédiatement après la décoloration, comme dans toutes les fluorines, du reste.“

„Il faut en conclure, nécessairement, que le phénomène dépend uniquement de la matière organique.“

Unter den Schlüssen, welche Wyrouboff aus seiner Arbeit zieht, findet sich auch:

„4º Que la phosphorescence n'est que le resultat de la décomposition de la matière colorante et n'appartient pas au fluorure de calcium lui-même.“

Schon Seebeck und nach ihm mehrere Physiker sind entgegengesetzter Meinung, indem dieselben die Fähigkeit, beim Erhitzen zu phosphoresciren, als in der Molecularstructur der betreffenden Substanzen bedingt ansehen.

Nach meinen Erfahrungen und meiner Ueberzeugung muss ich die von Wyrouboff so bestimmt ausgesprochene Behauptung für vollkommen irrig erklären und sehe mich daher, um zu verhüten, dass diese Meinung unangefochten in Lehrbücher übergehe und sich so in der Wissenschaft festsetze, veranlasst, deren Unhaltbarkeit im Folgenden nachzuweisen.

1) Zunächst ist es mir unbegreiflich, wie W. aus den Ergebnissen seiner eigenen Arbeit den angeführten Schluss ziehen konnte. Wyrouboff hat acht Flussspathproben untersucht und die Menge des Kohlenstoffs und Wasserstoffs in denselben bestimmt. Von diesen acht Proben waren drei stark phosphorescirend, drei schwach — sehr schwach phosphorescirend, eine Probe phosphorescirte nur an den gefärbten Theilen und die letzte farblose Probe gar nicht.

Die letzte farblose Probe: Fluorine blanche du Cumberland, erschien in grossen vollkommen durchsichtigen Crystallen, enthielt keine organische Substanz und phosphorescirte auch nicht durch Erhitzen.

Diese Probe, für sich allein betrachtet, scheint Wyrouboff's Ansicht zu bestätigen. Es ist aber bekannt, dass es farblose wasserklare Flussspathe giebt, denen die Fähigkeit, durch Erhitzen zu phosphoresciren, in ausgezeichneter Weise zukömmt. Ich selbst besitze derartige Flussspathe und bin gerne bereit, Hrn. Wyrouboff oder jedem sich für den Gegenstand Interessirenden Proben davon zu übersenden. Auf der andern Seite besitze ich sehr stark gefärbte Flussspathe, denen nur ein geringes Leuchtvermögen innewohnt.

Die Unabhängigkeit des Phosphorescenzvermögens von dem Gehalt an organischer Substanz ergiebt sich sehr auffallend durch Vergleichung der drei stark phosphorescirenden mit den drei schwach phosphorescirenden Proben Wyroúboff's.

I. Stark phosphorescirende Flussspathe.

	Gehalt an $C + H$.
Fluorine de Welsendorff	0,0208 %
Fluroine verte du Beaujolais	0,0120 „
Fluorine dichroique du Cumberland . . .	0,0110 „
Mittel	0,0146 %

II. Schwach — sehr schwach phosphorescirende Flussspathe.

	Gehalt an $C + H$.
Fluorine jaune de Durham	0,0098 %
Fluorine violette de Schneeberg	0,0182 „
Fluorine bleue de Lichtenberg	0,0174 „
Mittel	0,0185 %

Wie man sieht. ist der Gehalt an organischer Sustanz

im Mittel in den schwach phosphorescirenden Flussspathen sogar grösser als in den stark phosphorescirenden.

2) Die Untersuchungen von Canton, Seebeck, Dessaignes, Pearsall[1]) haben gezeigt, dass man Flussspathen, deren Phosphorescenzvermögen durch zu starkes Erhitzen zerstört worden ist, dieses Vermögen durch einige Entladungen einer Leydenerflasche wieder ertheilen kann. Diese Versuche habe ich wiederholt und bestätigt gefunden. Da hier natürlich den Flussspathen keine organische Substanzen zugeführt werden, so beweist schon dieser einzige Versuch unbestreitbar das Irrthümliche der Ansicht Wyrouboff's.

1) Pogg. Annalen Bd. 22, pag. 567.

Eine merkwürdige Beobachtung am Goldblatt-electroscop.

Von

Prof. Dr. A. Forster.

(Vom Herrn Verfasser gütigst eingesandt.)

Divergiren die Blättchen eines Goldblattelectroscopes mit — E, so muss ihre Divergenz durch Annäherung eines — electrischen Körpers zunehmen und bei Näherung eines + electrischen Körper abnehmen.

Um meinen Zuhörern diesen Satz nachzuweisen, hatte ich folgende Aufstellung vorgenommen. Dicht vor dem Linsenkopf (bestimmt die Strahlen der Knallgaslampe parallel zu machen) einer Duboscq'schen Knallgaslaterne befand sich auf einem Stativ ein Goldblattelectroscop mit zwei Blättchen. Durch eine Linse erzeugte ich auf einem weissen Schirm im verdunkelten Zimmer ein stark vergrössertes Bild der Blättchen; nun rieb ich eine Kautschukstange an einem Katzenfell und berührte mit der stark electrischen Stange die Kugel des Electroscopes. Nach dem Entfernen der Stange zeigten die Blättchen eine bleibende Divergenz von circa 70°. Ich rieb nun die Kautschukstange von Neuem und näherte dieselbe von oben vorsichtig dem Knopf des Electroscopes in der Weise, dass die Axe der Stange einen rechten Winkel mit der Verticalaxe des Electroscopes bildete, und erwartete natürlich, die Diverenz zunehmen zu sehen. Zu meinem grossen Erstaunen nahm die Divergenz ab, wurde bei weiterem Annähern = 0, um bei noch geringerer Entfernung von Stange und Electroscop wieder zu wachsen. Entfernte man die Stange in gleicher Weise langsam, so nahm die Divergenz ab, wurde = 0, um bei grösserer Entfernung der Stange wieder ihren vorigen Werth zu erhalten.

Sehr vielfache Wiederholungen des Versuches gaben stets das gleiche Resultat, nur ist nöthig, dass die Electricitätsquelle kräftig

electrisch sei; daher gelingt der Versuch mit Anwendung eines geriebenen Glasstabes nicht leicht.

Die Sache war mir vollkommen räthselhaft, ebenso allen Personen, denen ich den Versuch zeigte.

Nach verschiedenen misslungenen Versuchen, die Sache aufzuklären, stiegen mir endlich Zweifel auf: ob die Blättchen des Electroscopes durch Berühren mit einer geriebenen Kautschukstange wirklich mit — E divergiren? So paradox dieser Zweifel mir selbst zuerst schien, so musste ich mich doch überzeugen, dass derselbe vollkommen gerechtfertigt war, denn Versuche mit einem Fechner'schen Säulenelectroscop belehrten mich, dass die geriebene Kautschukstange allerdings — electrisch, dass aber die Blättchen des Goldblattelectroscops + electrisch seien.

Um sich hievon zu überzeugen, braucht man nur folgenden Versuch anzustellen.

Man reibt eine Kautschukstange mit einem Katzenfell und nähert dieselbe dem Knopfe des Fechner'schen Electroscops. Das Blättchen bewegt sich nach dem + Pol der Zamboni'schen Säule; die Stange ist also — electrisch.

Man reibt die Stange von Neuem, berührt mit derselben den Knopf des Goldblattelectroscops (mit zwei Blättchen) und entfernt die Stange sofort. Nähert man nun den Knopf des mit Electricität geladenen Electroscops dem Knopfe des Fechner'schen Electroscops, so bewegt sich dessen Blättchen nach dem — Pol der Zamboni'schen Säule; die Blättchen divergiren also mit + E, es wird also das Goldblattelectroscop durch Berühren mit der — electrischen Stange positiv electrisch!

Sobald nachgewiesen ist, dass die Blättchen mit + E divergiren, hat die Erklärung der zuerst beschriebenen Erscheinung keine Schwierigkeit mehr, und es bleibt jetzt nur noch übrig zu erklären, wie es möglich ist, dass sich die Blättchen des Electroscops durch Berühren mit einer stark — electrischen Stange positiv laden können.

Dies geschieht in folgender Weise.

Nähert man dem Knopf des Electroscops die stark — electrische Stange, so findet Vertheilung der Electricitäten im Electroscop statt. Die + E strömt in den Knopf, in welchem sie durch die — E der Stange gebunden wird; die — E strömt in die Blättchen, welche unter ihrem Einfluss divergiren. Unter dem Einfluss der Stange

strömt — E aus dem Electroscop ab, während im Knopfe sich immer mehr + E ansammelt und gebunden wird. Im Momente des Berührens von Stange und Knopf gibt die Stange diejenige Menge — E, welche an der Berührungsstelle vorhanden ist, an den Knopf ab und neutralisirt in demselben eine entsprechende Menge + E. Da aber die mit dem Knopfe nicht in unmittelbarer Berührung befindlichen Theile der Stange ihre — E nicht abgeben, so wird dieser Ueberschuss von — E die angedeutete Vertheilung und Bindung fortsetzen, in Folge dessen sich im Knopfe viel mehr gebundene + E als in den Blättchen freie — E ansammelt (weil ein fortwährender Verlust an — E des Electroscops stattfindet).

Entfernt man nun langsam die Stange, so wird ihr bindender Einfluss auf den Knopf abnehmen und eine gewisse Menge + E in die Blättchen strömen, dort eine entsprechende Menge — E neutralisirend. Ist die Stange so weit entfernt, dass gerade so viel + E aus dem Knopf in die Blättchen abströmen kann, als diese — E enthalten, so müssen die Blättchen unelectrisch werden und ihre Divergenz = 0 sein. Bei weiterer Entfernung wird noch mehr der bisher gebundenen + E aus dem Knopf in die Blättchen strömen, dort überwiegen und nun eine Divergenz der Blättchen mit + E veranlassen; hat man den bindenden Stab ganz entfernt, so wird die ganze bisher gebundene + E frei und bewirkt eine starke positive Divergenz der Blättchen.

Nähert man nun wieder die Stange, so erfolgen die beschriebenen Vorgänge einfach in umgekehrter Reihenfolge.

Wie man sieht, beruht die ganze Erklärung darauf, dass die durch Vertheilung entstandene und durch die — electrische Stange gebundene + E überwiegt über die dem Electroscop durch Berührung mitgetheilte — E (was leicht erklärlich ist, da ein electrischer Nichtleiter seine Electricität nur an der unmittelbar berührten Stelle abgibt).

Soll aber die Influenz überwiegen, so ist es nöthig, dass die einwirkende Electricitätsquelle stark electrisch sei.

Dass unter den besprochenen Umständen auch ohne sichtbare Ableitung aus dem Electroscop wirklich — E abströmt, kann man leicht nachweisen, indem man dem Knopfe eine geriebene Kautschukstange nur nähert, ohne denselben zu berühren. Unter diesen Verhältnissen kann von der Stange keine E auf ihn direct über-

strömen, und doch zeigen die Blättchen, wenn die Stange nach secundenlangem Wirken entfernt wird, kräftige + Divergenz. Die Erklärung ist hier sehr einfach. Der Umstand aber, dass man in einem Electroscop durch **Berühren** mit einer stark negativ electrischen Stange positive Divergenz erhalten kann, scheint mir von einiger Wichtigkeit.

Gesetzt, ich wünsche, ohne im Besitz eines Säulenelectroscops zu sein, zu erfahren, ob ein Körper beim Reiben mit einem bestimmten Reibzeug + oder — electrisch wird, so ertheile ich den Blättchen des genannten Electroscops eine beliebige Electricität, in Folge deren die Blättchen divergiren. Nun nähere ich den zu prüfenden Körper. Nimmt die Divergenz zu, so ist er gleichnamig electrisch mit der den Blättchen ertheilten Electricität; nimmt die Divergenz ab, so ist er ungleichnamig electrisch.

Um aber den Blättchen eine bestimmte Electricität zu ertheilen, berührt man eben den Knopf mit einem durch Reiben electrisch gemachten Körper und nimmt an, dass die Blättchen gleichnamige Electricität mit diesem Körper annehmen.

Bei der allgemeinen Verbreitung und Vorzüglichkeit der Kautschukstäbe ist es aber sehr wahrscheinlich, dass man in diesem Falle einen Kautschukstab anwenden wird. Man glaubt natürlich, den Blättchen durch Berührung mit diesem geriebenen Stab — E zu ertheilen und beurtheilt unter dieser Voraussetzung alle eintretenden Erscheinungen.

Da aber die Blättchen, wie ich nachgewiesen, nicht — sondern + electrisch geworden sind, so müssen alle Schlüsse, aus dem beschriebenen Versuche gezogen, **absolut falsch sein**, d. h. **man wird einen durch Reiben + electrisch gewordenen Körper für — electrisch halten und umgekehrt.**

Um sich vor Irrthum zu schützen, darf man mit dem geriebenen Kautschukstabe nicht in die Nähe des prüfenden Electroscops kommen, sondern man entnehme dem geriebenen Stabe mit einem Probescheibchen — E und übertrage diese durch das Probescheibchen auf die Kugel des Electroscops. Auf einem solchen Scheibchen kann man nämlich niemals so viel Electricität ansammeln, dass ihre Influenz störend zu wirken vermag, aber vollkommen genug, um den Blättchen eine genügende Divergenz zu ertheilen.

Beschreibung des grossen Aequatoreals der Sternwarte zu Greenwich.

Von

G. B. Airy.

(Hiezu Tafel V bis XII.)

Der königliche Astronom und Director der Sternwarte zu Greenwich hatte die Güte an die Redaction des Repertoriums einen Separatabdruck der Beschreibung des grossen Aequatoreales der Greenwicher Sternwarte einzusenden. Die Einrichtung des Instrumentes ist in vielfacher Hinsicht originell, so dass wir es nicht für unzweckmässig hielten, den englischen Text in deutscher Uebersetzung unseren Lesern ganz wiederzugeben. Das Aequatoreal sammt seinen Details ist auf den Tafeln V bis XII dargestellt und die Beschreibung genau nach den Tafeln fortlaufend mit Angabe der Bedeutung aller durch Ziffern bezeichneten Theile gegeben.

Erklärung der Tafeln.

Tafel V.

Figur 1 ist ein Auszug aus dem Plane des königlichen Observatoriums in einem Maasstabe von 1 Zoll auf 50 Fuss, der nur die hohen Gebäude anzeigt, welche die freie Aussicht mit dem grossen Aequatoreal in irgend einer Weise hindern können.

1. Ist die südöstliche Kuppel, in welcher das grosse Aequatoreal aufgestellt ist. Die grösste Höhe ihrer Kuppel beträgt 50 Fuss, die Höhe der Declinationsaxe des Aequatoreals, wenn dasselbe nach dem südlichen Himmel gerichtet ist, beträgt 33 Fuss über dem Boden des Raumes, in welchem die Passagen-Instrumente aufgestellt sind.

2. Ist die östliche Kuppel, welche das Sheepshanks' Aequatoreal enthält. Ihre Spitze steht 35 Fuss über demselben Fussboden.

3. Ist die südliche Kuppel, die das Höhen-Azimuth-Instrument

enthält. Ihre Spitze befindet sich 33 Fuss 6 Zoll über dem gleichen Fussboden.

4. Ist der achteckige Raum des ursprünglichen Flamsteed'schen Gebäudes. Die Höhe seiner Balustrade beträgt 39 Fuss 3 Zoll; die Höhe des Robinson'schen Anemometers 5 beträgt 58 Fuss 7 Zoll, die von Osler's Anemometer 6 ist 61 Fuss 3 Zoll.

Die Figuren 2, 3, 4, 5, 6, 7 sind alle in dem Maassstabe von 1 Zoll auf 20 Fuss gezeichnet und dieselben Verweisungsziffern gelten für alle. Fig. 2, 3, 4 sind die Grundrisse des Parterre, des ersten Stockes (Chronometer-Saal) und des zweiten Stockes (Aequatoreal-Saal) der südöstlichen Kuppel. Figur 5 ist ein verticaler Durchschnitt Nord-Süd, wobei die Aussicht nach Westen offen ist; Figur 6 ist ein verticaler Durchschnitt Ost-West, die Aussicht geht nach Süden; und Figur 7 ist ein Schnitt Ost-West, wenn die Aussicht nach Norden offen ist.

1 (das nur in Figur 2 vorkommt) ist die Grenzmauer des Gebietes der Sternwarte nach Nord-Osten.

2. Ist der Weg zur magnetischen Abtheilung; er ist ebenso wie die Eintrittshalle 5 mit einem Glasdache überdeckt.

2. Ein eiserner Wasserbehälter.

4. Die Registratur, die übrigens blos zwei Stockwerke hoch und also für den Aequatorealsaal die Aussicht nicht stört; man sieht sie deshalb blos in Figur 2 und 3.

5. Die Eintrittshalle.

6. Bezeichnet die Treppe, die in einer Flucht zum Chronometersaal, in einer zweiten Flucht zum Aequatorealsaal führt. Der Eingang ins Parterre befindet sich auf der Westseite am Fusse der Stiege (Figur 2 und 5).

7, 7. In Figur 2, 3, 5 und 7 ist der Nordpfeiler der Polarachse des Aequatoreals. Dieser Pfeiler hat ein solides Fundament, steigt von da in zwei Pfeilern, welche einen Durchgang für die Thüre zum Parterresaal lassen, empor; dann sind beide Pfeiler durch ein massives Steinkreuz verbunden, trennen sich wieder, um für die Thüre in den Chronometersaal einen Durchgang zu lassen, sind auch hier oben mit einem massiven Stein gedeckt, auf welchen das Eisenwerk von 28 (Figur 4, 5 und 7) aufgesetzt ist. Dieser Pfeiler steht in keiner Verbindung mit den Wänden und Fussböden.

8. In Figur 2, 3, 5 und 6 ist der Südpfeiler der Polarachse des

Aequatoreals; er geht ohne Unterbrechung durch das Parterre und den Chronometersaal, er steht gleichfalls mit den Wänden und Fussböden in keiner Verbindung. Auf diesen Pfeiler ist das Eisenwerk aufgesetzt, das den unteren Zapfen etc. der Polarachse trägt.

9. In Figur 2, 3, 5 ist der mittlere Pfeiler; auf ihm sind die radial zusammenlaufenden Tramen (nun von Eisen) aufgelegt, welche die Fussböden tragen.

10. In Figur 2 ist eine Scheidewand von gerieftem Eisen, welche einen kleinen Raum abschliesst, der als Bureau für das Chronometergeschäft gebraucht wird.

11. In Figur 2 und 5 ist ein Ofen. Sein Kamin ist horizontal über den Thorweg des Parterresaales ins Stiegenhaus geleitet, steigt in die nächste Etage empor, geht von hier durch die Westwand von 6 in Figur 3 in den Winkel bei 4, wo er über der Registratur in die äussere Luft ausmündet.

12. In Figur 2 und 6 ist das Uhrwerk für die Bewegung des Aequatoreales in gerader Aufsteigung, das weiter unten Tafel XI Figur 47 bis 52 näher beschrieben wird.

13. In Figur 2 ist die Wasserleitung für die Reactionsmaschine des Uhrwerkes; bei

14. hat der Abfluss des Wassers aus der Reactionsmaschine statt.

Bei 15 tritt die Gasleitung unter dem Fussboden des Parterresaales ein, ist dann zu dem nordöstlichen Winkel des Nordpfeilers 7 und von da bis zum oberen Ende dieses Pfeilers und weiter an's Ende des Eisengerüstes 28 (Figur 5 und 7) geführt, wo sie zur Verbindung mit allen Theilen des Aequatorealgerüstes und schliesslich zur Verbindung mit dem Ocular des Fernrohres in den durchbohrten Zapfen der Polarachse eintritt. Diese Gasleitung ist dreimal abgezweigt: einmal rings um die Ost- und Süd-Seite des Chronometersaales zum Chronometerofen 22 (Figur 3, 5 und 6); dann rings um die Ost- und Süd-Seite des Aequatorealsaales zur Lampe 23, welche das Ablese-Microscop 16 des Stundenkreises beleuchtet (Figur 24, 25 und 26); endlich geht sie noch unter dem Fussboden des Aequatorealsaales nach der Mitte hin und tritt hier in den Chronometersaal hinab.

Bei 16 treten acht galvanische Drähte herein. Zwei davon sind an die südwestlichen Winkel des südlichen Pfeilers geführt und gehen von da bei 17 zur Uhr 37 (Figur 26), um ihre Schläge mit der Uhr am Durchgangsinstrumente in Uebereinstimmung zu bringen. Die

übrigen sechs Drähte sind zum nordöstlichen Winkel des nördlichen Pfeilers geführt; zwei davon sind im Chronometersaale durch die Uhren 20, 20, 20 geleitet und bringen ihre Schläge in Uebereinstimmung mit den Schlägen der Normaluhr für mittlere Sonnenzeit; zwei Drähte sind aufwärts geleitet an den oberen Pfeiler der Polarachse und schliesslich in das Chronometer am Ocularende des Fernrohres und stellen die Uebereinstimmung dieses Chronometers mit der Uhr am Durchgangs-Instrumente her; die zwei weiteren endlich gehen auf dem gleichen Wege wie die zwei letzterwähnten zum Taster des Chronographen am Ocularende. Die Drähte sind in Figur 3 und 4 nicht sichtbar.

Am Fussboden auf Figur 2 sieht man einige viereckige Oeffnungen, welche zu den Fundamenten führen; in den Winkeln sind an den Wänden einige Kästen und Bretter zu sehen.

18. In Figur 3 und 5 ist ein Ofen, dessen Kamin ebenso wie der bei 11 geführt ist und vor der Registratur ausmündet.

19. Ist das verticale Gehäuse, durch das die Spindel des Uhrwerkes geht und in dem sich der Antifrictions-Apparat, Figur 53, befindet.

20, 20, 20. Sind drei Uhren, welche durch galvanische Ströme zur Coincidenz mit der Normaluhr für mittlere Sonnenzeit gebracht werden. Am mittleren Pfeiler 9 befindet sich noch eine Uhr, die mit der galvanischen Stromleitung nicht in Verbindung steht.

21. Ist die Gasleitung zur Heizung des Chronometerofens 22.

22. in den Figuren 3, 5 und 6 ist der Chronometerofen. Vor seinem oberen Theile befinden sich Stricke und Gegengewichte, um das Heben seiner oberen Deckel zu erleichtern. Nahe am Fussboden sind kleine Thürchen, um zu den Gasbrennern gelangen zu können, welche den inneren Raum heizen.

(22), (22). In den Figuren 3, 5, 6 und 7 sind Chronometertische.

23. Ist der Kamin für die Heizkammer des Chronometerofens, der in den Kamin des Ofens 18 geleitet ist.

24. In Figur 3, 4, 5, 6 ist eine Vertiefung aus Schieferstein, die vom Aequatorealsaal in den Chronometersaal hinabgeht und in die der Beobachter hinabsteigen kann, um den unteren Theil des Stundenkreises vom Aequatoreal abzulesen.

25. Ist der Querschnitt der verticalen Stange 12 auf Tafel XI,

womit der Beobachter im Aequatorealsaale den Wasserzufluss zum Uhrwerk 12 in Figur 2 reguliren kann.

26. In Figur 4 ist eine Oeffnung im Fussboden des Aequatorealsaales, durch welchen vom Uhrwerk aus eine verticale Stange emporgeht, die durch eine Schraube an ihrem Ende das Rad in Bewegung setzt, dessen Drehungsachse mittelst einer Schraube in den Stundenkreis des Aequatoreals eingreift.

27. In Figur 4 und 5 bildet das eiserne Lager für den unteren Zapfen der Polarachse des Aequatoreals.

28, 28. In Figur 4, 5, 7 sind die zwei aufrecht stehenden Theile des eisernen Ständers, welcher den oberen Drehzapfen der Polarachse des Aequatoreals trägt.

29. Ist eine um die Mitte drehbare Platte, an der das grosse Gestell für den Beobachtungssessel angebracht ist, so dass dieser im Azimuth herumgedreht werden kann.

30. Ist die eiserne Schiene, auf welcher ein Paar der Räder des grossen Gestelles laufen.

31. Ist die Eisenschiene für die anderen beiden Räder des grossen Gestelles.

32. In Fig. 4, 5 und 6 ist eine hölzerner Ring in der Ebene des Aequators, der einen Beobachtungssessel trägt, welcher für Beobachtungen ganz in der Nähe des Poles gelegener Objecte durch das Aequatorealgestell hindurch geführt werden kann, ohne dass er die Polarachse des Instrumentes berührt.

33. In Figur 4, 5, 6 ist eine Reihe von amphitheatralisch angeordneten Stufen, welche dem Beobachter auch in denjenigen Positionen einen Sitz gewähren, an welche man den Beobachtungssessel am grossen Gestell nicht hinführen kann.

34. In Figur 5, 6, 7 ist die Drehkuppel (alle Maschinerie ist bei diesen Figuren weggefallen).

Ueber den Winkeln des Achteckes sind noch weitere Bögen angebracht, die man in Figur 4 nicht sieht und wodurch das Achteck in ein Polygon von sechzehn Seiten verwandelt wird, um dem Ringe, auf welchem sich die Kuppel dreht, eine bessere Unterlage zu gewähren.

(Fortsetzung folgt im nächsten Hefte.)

Magnetische Constante für Prag im Jahre 1869.

Herr Director **Hornstein** hat im dreissigsten Jahrgange der Prager „Magnetischen und Meteorologischen Beobachtungen" in der Einleitung eine genaue Discussion seiner im Jahre 1869 mit 2 **Lamont'**-schen Theodolithen und einem Inclinatorium von **Grindel** angestellten absoluten Bestimmungen der Elemente des Erdmagnetismus bekannt gemacht. Die schliesslich erhaltenen Mittelwerthe sind in den folgenden Tabellen enthalten.

I. Declination.

1869	18^h	20^h	22^h	2^h	10^h
Januar	12° 11',57	11',32	12',19	14',76	9',18
Februar	9,83	9,17	10,54	14,62	7,53
März	9,93	8,68	11,18	18,24	8,49
April	6,84	4,94	9,04	17,63	7,32
Mai	6,23	6,97	11,59	17,19	8,76
Juni	2,11	2,76	8,28	16,73	7,53
Juli	2,94	3,11	7,60	16,11	7,98
August	1,58	1,49	6,38	12,63	4,70
September	4,16	2,69	6,75	13,22	3,73
October	4,07	2,89	5,48	10,35	2,28
November	3,16	2,66	4,27	7,27	1,99
December	4,32	4,24	5,91	6,50	2,13
Jahr	12 5,56	5,08	8,27	13,77	5,97

II. Inclination.

1869	18h	20h	22h	2h	10h
Januar	65° 17',20	17',19	17',44	17',52	17',32
Februar	18,63	18,73	18,96	18,96	18,70
März	19,72	19,90	20,08	20,00	19,66
April	21,08	21,25	21,48	21,22	20,96
Mai	21,54	21,73	21,72	21,48	21,41
Juni	21,54	21,80	21,90	21,48	21,32
Juli	21,02	21,23	21,41	21,12	20,75
August	19,61	19,80	20,01	19,69	19,39
September	18,36	18,55	18,84	18,49	18,06
October	16,96	17,14	17,39	17,33	16,98
November	16,12	16,16	16,40	16,42	16,16
December	16,31	16,41	16,50	16,50	16,32
Jahr	65 19,01	19,16	19,34	19,18	18,92

III. Totale Intensität.

1869	18h	20h	22h	2h	10h
Januar	4,6217	4,6217	4,6185	4,6177	4,6197
Februar	354	337	312	314	351
März	340	319	297	319	346
April	473	453	424	471	490
Mai	350	320	324	380	378
Juni	388	355	339	414	422
Juli	300	268	249	313	351
August	320	295	276	323	363
September	324	287	288	317	359
October	338	318	291	302	332
November	264	263	233	233	265
December	199	190	182	179	192
Jahr	4,6322	4,6302	4,6283	4,6312	4,6337

Kleinere Mittheilungen.

Foure's Galvanisches Element.

Das Element von Foure, welches intensive und ziemlich constante galvanische Ströme liefern soll, ist eine ziemlich einfache Modification des Bunsen'schen Elementes.

Die Abänderung besteht darin, dass dem Kohlenpole die Form einer cylindrischen, hohlen Flasche gegeben ist, welche oben durch einen Kohlen- oder Platinstöpsel, woran sich der Polarschluss befindet, dicht verschlossen werden kann. Dieser Kohlenpol wird concentrisch in einem amalgamirten cylindrischen Zinkring aufgehängt und das Ganze in ein entsprechend geformtes Batterieglas eingesetzt. In den Raum um den Zinkring kommt nun, wie beim Bunsen'schen Element, verdünnte Schwefelsäure, in die hohlen Kohlencylinder concentrirte Salpetersäure.

Nach dem Füllen der Kohlenflasche (für die sich entwickelnden Dämpfe muss ein kleiner Raum gelassen werden) wird dieselbe mit dem erwähnten Stöpsel dicht zugeschlossen.

In Foure's Element ist sonach die Thonzelle erspart und dem lästigen und schädlichen Entweichen der Untersalpetersäure vorgebeugt. Ausserdem liefern diese Elemente nach C. Becker intensivere und constantere Ströme als Bunsen'sche mit gleich grossen Polflächen.

(Dingler's polyt. Journal 1871. 2. Januarheft.)

C. F. Varley's Nadeltelegraph mit inducirter Magnetnadel.

Die wegen ihrer Einfachheit so häufig als Bahntelegraphen und für Zugsignale (insbesondere in England) in Anwendung stehenden Nadeltelegraphen haben den Nachtheil, gegen atmosphärische Entladungen höchst empfindlich und dadurch in ihrer Sicherheit sehr beeinträchtigt zu sein. Diesem Uebelstande begegnet Varley dadurch, dass er Indicatoren von ganz einfachem, derben Mechanismus construirt, welche eine rohe oder unvorsichtige Behandlung, der sie von Seite der bedienenden Organe oft ausgesetzt sind, ohne Schädigung

ihrer Functionsfähigkeit bis zu einem hohen Grade zu ertragen vermögen, und dass er die Magnetnadel gegen die Entmagnetisirung sichert.

Dieses Letztere wird bewerkstelligt, indem statt Nadeln aus magnetisirtem Stahl solche aus natürlichem, weichem Eisen verwendet sind, die erst durch einen daneben angebrachten grösseren permanenten Magneten magnetisirt werden.

Es kann eine Alteration solcher inducirter Magnetnadeln durch starke Ströme oder Blitzschläge in der Leitung nur eine momentane sein, da nach erfolgter Entladung immer wieder der normale Magnetismus durch den permanenten, von der Multiplication ganz unabhängigen Magneten hergestellt wird.

(Dingler's polyt. Journal 1871. 1. Februarheft.)

Ditscheiner, „Ueber einige neue Talbot'sche Interferenzerscheinungen etc."

Wien. Acad. Anz. 1871, No. VII.

In dieser Abhandlung werden alle jene Erscheinungen behandelt, welche sich im Spectrum zeigen, wenn die Objectivlinse des Fernrohres je zur Hälfte mit verschieden dicken Krystallplatten bedeckt ist, während vor der Spalte und vor dem Oculare zwei Nicole angebracht sind. Als interessante specielle Fälle ergeben sich namentlich jene, bei welchen die Krystallplatten so gestellt sind, dass die Schwingungsrichtungen der sie gleich schnell durchziehenden Strahlen parallel und senkrecht gegen einander und unter 45° gegen die Schwingungsrichtungen der in paralleler oder gekreuzter Stellung sich befindenden Nicolen gerichtet sind. Es treten dann zweierlei Interferenzstreifen auf. Solche meist nahe an einander liegende Streifen, in durch streifenfreie Stellen getrennte Gruppen vereinigte Minima erster Ordnung, und breite mehr oder weniger dunkle Streifen oder Minima zweiter Ordnung. Die an verschiedenen Stellen des Spectrums auftretenden Gruppen von Minima erster Ordnung sind von ganz verschiedener, oft rasch wechselnder Breite und ebenso wie das Auftreten der Minima zweiter Ordnung scheinbar ganz unregelmässig. Die aufgestellten Formeln lassen aber leicht für die wichtigsten Stellen des Spectrums das Auftreten der Interferenzstreifen erkennen, so dass es ein Leichtes ist, das Bild der ganzen Erscheinung zu entwickeln. Die bei paralleler und gekreuzter Stellung der Nicole sich zeigenden Erscheinungen sind nur für ganz bestimmte Stellen des Spectrums complementär, für

andere aber nicht, da nicht immer gleichzeitig Minima erster und zweiter Ordnung bei der Drehung eines Nicols um 90° in die betreffenden Maxima übergehen. Zum Schlusse werden auch die Erscheinungen behandelt, wie sie sich bei Anwendung von unpolarisirtem Lichte zeigen. Die Erscheinungen treten auch hier wieder nur in der durch die Formeln gegebenen Weise auf, wenn die beiden Strahlen, welche die auf der Seite der brechbaren Kante des Prisma's gestellten Platte durchlaufen, eine Verzögerung erlitten haben gegen die die zweite Platte durchziehenden.

Herr Prof. Ditscheiner übergibt ferner eine Abhandlung „Ueber einen einfachen Apparat zur Herstellung complementärer Farbenpaare mit Brücke's Schistoscop", in welcher statt der bisher in grösserer Anzahl nothwendigen verschieden dicken Glimmer- oder Gypsplättchen zur Herstellung aller im Schistoscop überhaupt herstellbaren complementären Farben nur zwei parallel zur optischen Axe geschnittene gleich dicke Quarzplatten zur Verwendung empfohlen werden. Diese zwei Platten werden zwischen Nicol und dichroscopischer Loupe eingeschoben. Die eine fixe Platte steht senkrecht zur Sehrichtung und ihre optische Axe bildet mit den Polarisationsebenen von Nicol und Loupe Winkel von 45°, die zweite, deren optische Axe auf jener der fixen senkrecht steht, ist um eine zur Sehrichtung senkrechte Axe drehbar, welche ausserdem senkrecht oder parallel steht zur eigenen optischen Axe. Dadurch kann man sich rasch gleichsam Platten von allen beliebigen Dicken von *O* an durch Drehen einer einzigen herstellen und erhält so ohne besonderen Zeitverlust alle diesen verschiedenen Dicken entsprechenden Farbenpaare.

Schliesslich macht Prof. Ditscheiner noch eine Mittheilung als Ergänzung zu seinen vor Jahren veröffentlichten Wellenlängenbestimmungen. Die dort gegebenen Werthe erleiden insoferne eine kleine Modification, als die damals angegebene Zahl der eingerissenen Linien auf die nun constatirte Zahl 3001 erhöht werden muss. Es werden dadurch die Wellenlängen etwas kleiner und stimmen in Folge dessen mit den von Angström und van der Willingen gegebenen Werthen vollständig überein. Für die Fraunhofer'schen Hauptlinien sind die neuen Wellenlängen folgende:

B. 687,41, *C.* 656,22, *Da.* 589,74, *Db.* 589,10, *E.* 527,13, *b.* 517,40, *F.* 486,22, *G.* 431,12, *H.* 396,89, *H'* 393,53.

Ueber eine vollständige Temperatur-Compensation des Wagbarometers.

Von

H. Wild.

(Aus dem Petersburger Academischen Bulletin vom Herrn Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

(Hiezu Tafel XIII Figur 1.)

Als es sich im Jahre 1862 darum handelte, für die Sternwarte in Bern ein selbstregistrirendes Barometer zu erstellen, wählte ich dazu das von Morland angegebene Wagbarometer, weil dasselbe den Vortheil gewährt, die bewegende Kraft beliebig vergrössern zu können und weil die dabei stattfindende Wägung des Luftdruckes eo ipso eine Unabhängigkeit seiner Angaben von der Temperatur zu involviren schien. Die Construction, welche ich schon damals diesem Instrumente gab, wich übrigens, wie die Beschreibung desselben[1]) näher zeigt, von der durch Pater Secchi in Rom eingeführten wesentlich dadurch ab, dass ich von der Eisenröhre zur Benutzung einer Glasröhre und von den colossalen Maschinen-Dimensionen, die Secchi seinem Apparate gegeben hatte, zu den handlichen eines physikalischen Instrumentes zurückkehrte. Diese, die Beständigkeit des Apparates und die Sicherheit seiner Angaben befördernde Construction gestattete mir, nach dreijähriger ununterbrochener Function meines Registrirbarometers im März 1867[2]) aus den Zusammenstellungen der Aufzeichnungen desselben in den Jahren 1864 bis 66 mit den directen Beobachtungen einen entschiedenen und nicht unbeträchtlichen Einfluss der Temperatur auf die Angaben desselben zu erkennen, was mich zuerst zu einer theoretischen Untersuchung der Wirkungsweise dieses

1) Die selbstregistrirenden Instrumente der Sternwarte in Bern. Repertorium der physikal. Technik von Carl, Bd. II.

2) Schweizerische Meteorologische Beobachtungen 3. Jahrg. 1866, Beilage A.

Instrumentes und des, wie ich dabei bald erkannte, ziemlich complicirten Einflusses der Temperatur auf dasselbe veranlasste. Ehe ich indessen diese Untersuchung vollendet hatte, erschien in der Zeitschrift „Les Mondes“ eine vollständige Theorie des Wagbarometers durch Radau in Paris, die ein Jahr später vollständiger auch in Poggendorff's Annalen[1]) publicirt wurde. In den letztern Entwickelungen weist Radau nach, wie die experimentellen Bemühungen Secchi's und Anderer zur Erzielung einer Temperatur-Compensation durchaus fruchtlos geblieben sind, weil je nach der Einrichtung dieser Apparate und der Gestalt der Röhren und Gefässe in den letzteren 10—40 Male mehr Quecksilber zu dem Ende hätte enthalten sein müssen.

Da ich seither unabhängig von Radau's Berechnungsweise die Bedingungen der Temperatur-Compensation beim Wagbarometer in einer mehr concreten Form untersucht habe und dabei im Wesentlichen zu denselben Resultaten gelangt bin, so stellte ich mir bei der Construction und Prüfung eines neuen selbstregistrirenden Wagbarometers für das physikalische Central-Observatorium unter Anderem auch die Aufgabe, die Folgerungen aus dieser Theorie experimentell zu prüfen. Die gegenwärtige Notiz ist einer vorläufigen Darstellung dieser Untersuchung und einer daraus hervorgegangenen vollständigen Temperatur-Compensation des Wagbarometers gewidmet.

Ich werde zuerst mit wenigen Worten die anfängliche Einrichtung des neuen Wagbarometers beschreiben. Ein nach W. Weber's Vorschlag statt mit Schneiden mit 2 Federn aufgehängter Wagebalken trägt an einem Armende cardanisch vermittelst eines Bügels aufgehängt die oben und unten zu cylindrischen Gefässen erweiterte Barometerröhre, welche bei mittlerem Barometerstande bis zur Mitte der Länge des untern Gefässes in einen mit Quecksilber gefüllten Glascylinder eintaucht. Der Halter dieses Glascylinders steht durch feste Eisenschienen in unmittelbarer Verbindung mit dem Träger des Wagebalkens. Der andere Arm des Wagebalkens spaltet sich in zwei cylindrische mit verstellbaren Bleigewichten versehene Stahlstäbe, von denen der eine, horizontale, hauptsächlich zur Balancirung des Röhrengewichts auf der andern Seite, der andere, schief nach unten gehende,

1) Zur Geschichte und Theorie des Wagebarometers von R. Radau. Poggendorff's Annalen Bd. 133, S. 430, 1868.

zur Vermehrung oder Verminderung der Empfindlichkeit der Wage, d. i. des einer gewissen Aenderung des Barometerstandes entsprechenden Ausschlages des Zeigers bestimmt ist. Die Registrirung des Standes dieses Zeigers erfolgt fast genau gleich wie beim früheren Apparate und kann hier, als unwesentlich für unsere Betrachtung, übergangen werden.

Das Schema unseres Apparates, an welches sich die theoretische Betrachtung anzuknüpfen hat, wird demnach durch die Fig. 1 (Taf. XIII) darzustellen sein, in der wir blos in Abweichung von der Wirklichkeit der Allgemeinheit der Betrachtung halber den Querschnitt der unteren Erweiterung der Barometerröhre verschieden von dem oberen und die Wanddicke derselben grösser als die der übrigen Röhrentheile angenommen haben.

Ist Tafel XIII Fig. 1

G das Gewicht der Röhre, mit dem sie auf dem Bügel B lastet,
g das Gewicht der leeren Röhre,
S das specifische Gewicht des Quecksilbers,
Q der innere Querschnitt des oberen erweiterten Theils,
q der innere Querschnitt des mittleren Theils,
Q' der innere Querschnitt des unteren erweiterten Theils der Röhre,
q' der Querschnitt der Röhrenwandung beim letzteren,
Q'' der innere Querschnitt des untersten engeren Theiles der Röhre,
q'' der Querschnitt der Röhrenwandung des letzteren,
H die Höhe des Quecksilbers in der oberen Kammer der Röhre,
h die Länge des mittleren Röhrentheils,
H'' die Höhe des unteren erweiterten Theils der Röhre,
H' die Entfernung des Quecksilberspiegels im Gefäss vom oberen Rand des letzteren,
h'' die Länge des untersten engeren Theils der Barometerröhre,

so ergiebt die Anwendung der hydrostatischen Gesetze für 0° die Gleichung:

$$G_0 = g + S_0 [Q_0 H_0 + q_0 h_0 + Q_0' H_0' - q_0' (H_0'' - H_0') - q_0'' h_0''],$$

wo wir die Werthe der mit der Temperatur variabeln Grössen für 0° durch Beisetzung des Index 0 bezeichnet haben.

Nennen wir den linearen Ausdehnungscoeffizienten des Glases für 1° C.: β und den cubischen des Quecksilbers: α, so ist das Gewicht unserer Röhre bei t^0 C. gegeben durch:

$$G_t = g + S_0 \frac{1+2\beta t}{1+\alpha t} [Q_0 H_t + (Q_0' + q_0') H_t' + (q_0 h_0 - q_0' H_0'' - q_0'' h_0'')(1+\beta t)],$$

wo die Grössen H_t und H_t' von der noch unbekannten durch die Temperatur bedingten Veränderung des Niveaus des Quecksilbers innen und aussen abhängen.

Die Differenz dieser beiden Gleichungen gibt uns also die durch die Temperatur allein bedingte Aenderung des Gewichtes unserer Röhre. Wenn wir bei der Bildung dieser Differenz bei den Gliedern erster Ordnung der kleinen Grössen α, β, $H_t - H_0$ und $H_t' - H_0'$ stehen bleiben, so kommt:

$$\text{I.} \quad G_t - G_0 = S_0 t . \Big\{ Q_0 . \frac{H_t - H_0}{t} + (Q_0' + q_0') \frac{H_t' - H_0'}{t} - [Q_0 H_0 + (Q_0' + q_0') H_0'] (\alpha - 2\beta) - (q_0 h_0 - q_0' H_0'' - q_0'' h_0'') (\alpha - 3\beta) \Big\}.$$

Die in diesem Ausdruck allein noch unbekannten Grössen $H_t - H_0 = y$ und $H_t' - H_0' = y'$ bestimmen sich aus folgender Betrachtung.

Erstlich muss, da der Luftdruck als constant vorausgesetzt wurde, sein:

$$(H_0 + h_0 + H_0') S_0 = (H_t + h_t + H_t') . \frac{S_0}{1+\alpha t},$$

woraus nach Einsetzung vorstehender Abkürzung und mit Vernachlässigung der Glieder zweiter Ordnung folgt:

$$1. \quad y + y' = [(H_0 + H_0' + h^0) \alpha - h_0 \beta] t.$$

Eine zweite Gleichung für die Unbekannten y und y' ergibt sich daraus, dass der Zuwachs, welchen das Quecksilbervolumen in der Röhre und im Gefäss in Folge der durch die Temperatur bedingten Niveauänderungen innen und aussen, sowie des durch die Ausdehnung aller festen Theile bewirkten Herausziehens der Röhre aus dem Gefäss erfährt, genau entsprechen muss der Volumsvermehrung, welche die ganze Quecksilbermasse im Gefäss und in der Röhre durch ihre scheinbare Ausdehnung erleidet.

Die letztere Grösse ist, wenn wir das Volumen der Quecksilbermasse im Gefässe bei 0° mit Ausschluss des in der Röhre enthaltenen durch V_0 bezeichnen, gegeben durch:

$$(\alpha - 3\beta) t [V_0 + Q_0 H_0 + q_0 h_0 + Q_0' H_0'' + Q_0'' h_0''].$$

Der Niveauänderung: $H_t - H_0 = y$ in der Röhre entspricht die Volumsvermehrung:

$$Q_0 \cdot y \cdot (1 + 2\beta t).$$

Heissen wir:

L die Länge des den Bügel B und das Gefäss A verbindenden Halters,

γ den linearen Ausdehnungscoefficienten seiner Substanz, ferner

l die Länge und

δ den linearen Ausdehnungscoefficienten des Bügels B,

so rückt für t^0 C. der obere Rand der unteren Röhrenerweiterung, von dem an wir H' zählen, nach oben um:

$$(L\gamma - l\delta - h_0\beta)\,t$$

und die der Niveauänderung im äusseren Gefäss entsprechende Volumsvermehrung des Quecksilbers ist daher gegeben durch:

$$O_0 \cdot [(L\gamma - l\delta - h_0\beta)\,t - y']\,(1 + 2\beta t).$$

Endlich finden wir für den Raum, der im Gefässe durch das Heben der ganzen Röhre mit ihrem Inhalte in Folge der Ausdehnung des Rohrhalters L frei wird und mit Quecksilber zu erfüllen ist, den Werth:

$$(Q_0' + q_0')\,[L\gamma - l\delta - (h_0 + H_0'')\,\beta]\,t - (Q_0'' + q_0'')\,h_0''\,\beta t.$$

Unserem obigen Raisonnement zufolge ist daher die 2. Gleichung, wenn wir wieder die Glieder höherer Ordnung vernachlässigen:

$$\begin{aligned} 2.\ Q_0 \cdot y + O_0 \cdot y' = \Big\{ &(\alpha - 3\beta)(V_0 + Q_0 H_0 + q_0 h_0 + Q_0' H_0'' + Q_0'' h_0'') - \\ &- (Q_0' + q_0')\,[L\gamma - l\delta - (h_0 + H_0'')\beta] + (Q_0'' + q_0'')\,h_0''\,\beta \\ &- O_0 (L\gamma - l\delta - h_0\beta) \Big\}\,t. \end{aligned}$$

Führen wir die aus den Gleichungen 1. und 2. sich ergebenden Werthe für y und y' in I. ein, so kommt:

$$\begin{aligned} \text{II.}\ G_t - G_0 &= \\ = S_0 \cdot t \cdot \Big\{ &\frac{Q_0}{Q_0 + O_0}[(\alpha - 3\beta)(V_0 + Q_0 H_0 + q_0 h_0 + Q_0' H_0'' + Q_0'' h_0'') - \\ &- (Q_0' + q_0')\,[L\gamma - l\delta + (h_0 + H_0'')\beta] + (Q_0'' + q_0'')\,h_0''\,\beta - \\ &- O_0 (L\gamma - l\delta - h_0\beta) + O_0\,[(H_0 + H_0' + h_0)\,\alpha - h_0\beta]] - \\ - &\frac{Q_0' + q_0'}{Q_0 + O_0}[(\alpha - 3\beta)(V_0 + Q_0 H_0 + q_0 h_0 + Q_0' H_0'' + Q_0'' h_0'') - \\ &- (Q_0' + q_0')\,[L\gamma - l\delta - (h_0 + H_0'')\beta] + (Q_0'' + q_0'')\,h_0''\,\beta - \\ &- O_0 (L\gamma - l\delta - h_0\beta) - Q_0\,[(H_0 + H_0' + h_0)\,\alpha - h_0\beta]] - \\ - &[Q_0 H_0 + (Q_0' + q_0')\,H_0']\,(\alpha - 2\beta) - (q_0 h_0 - q_0' H_0'' - q_0'' h_0'')(\alpha - 3\beta) \Big\}. \end{aligned}$$

Bei unserem Instrumente ist aber:

$$Q_0' = Q_0 \text{ und } Q_0'' = q_0;$$

wir erhalten daher für dasselbe:

$$\text{II}'.\ G_t - G_0 =$$
$$= S_0 \,.\, t \Big\} Q_0 (H_0 + H_0')\, 2\beta + (3\, q_0 - Q_0)\, h_0 \beta + (Q_0 - q_0)\, h_0 \alpha +$$
$$+ (q_0' H_0'' + q_0'' h_0'' - q_0' H_0')(\alpha - 2\beta) -$$
$$- \frac{q_0'}{Q_0 + O_0} \big[(\alpha - 3\beta)(V_0 + Q_0 (H_0 + H_0'') + q_0 (h_0 + h_0'')) -$$
$$- Q_0 (H_0 + H_0' + h_0)\alpha + (Q_0 (h_0 + H_0'') + q_0 h_0'')\beta -$$
$$- (q_0' + Q_0 + O_0)(L\gamma + l\delta - (h_0 + \frac{q_0''}{q_0} h_0'' + H_0'')\beta)\big]\Big\}.$$

Hier ist bezogen auf unseren Apparat:

$$\begin{array}{lll} Q_0 = 1257^{\square mm}, & H_0 = H_0' = & 65^{mm}, \\ q_0 = 28 & H_0'' = & 130 \\ q_0' = 120 & h_0 = & 630 \\ q_0'' = 20 & h_0'' = & 30 \\ O_0 = 4165 & L = & 1100 \\ V_0 = 933000 \text{ Cub.-Mm.}; & l = & 220. \end{array}$$

Ferner hat man:

$$\begin{array}{lll} S_0 & = 13{,}56 & \\ \alpha & = 0{,}0001815 & \text{(Quecksilber)} \\ \beta & = 0{,}0000082 & \text{(Glas)} \\ \gamma & = 0{,}0000126 & \text{(Eisen)} \\ \delta & = 0{,}0000188 & \text{(Messing).} \end{array}$$

Setzen wir diese Werthe oben ein, so kommt:

$$G_t - G_0 = 13{,}56 \,.\, t^\circ [2{,}679 - 6{,}059 + 140{,}5 + 0{,}287 - 4{,}189 + 3{,}837 + + 0{,}173 + 0{,}429]$$
$$= 1862 \,.\, t^\circ \text{ Milligramme.}$$

Hieraus folgt also, dass bei unserem Instrumente eine Erhöhung der Temperatnr um 10° C. eine Gewichtszunahme der Röhre um 18,6 Gramme bewirken soll.

Um zu untersuchen, inwiefern die Erfahrung dieser Folgerung aus der Theorie entspricht, liess ich das Zimmer, in welchem der Apparat aufgestellt ist, wiederholt so weit als es die Umstände gestatteten, abkühlen und jeweilen sowohl die Temperatur des Quecksilbers, als auch den Barometerstand an einem Normalbarometer zur Zeit der Marki-

rung ablesen. Vermittelst des vorher schon ermittelten Werthes des Zeigerausschlages bei constanter Temperatur — beiläufig 3 Millimeter Aenderung im Barometerstande — wurde hernach aus den direct gemessenen Barometerständen und den correspondirenden Markirungen des Zeigerstandes am Registrir-Barometer der Werth einer fixen Linie auf dem Papierstreifen berechnet. Die hierbei sich ergebenden Variationen sind, abgesehen von den kleinen durch die Beobachtungsfehler bedingten Differenzen, offenbar allein dem Einflusse der Temperaturänderung beizumessen. Aus einer grösseren Zahl solcher Messungen ergaben sich folgende Mittelwerthe:

Temperatur-Variation bei der Beobachtung		Variation der fixen Linie entsprechend 10° Temp. Diff.
12°,2 — 18°,2		1mm,103
10,9 — 15,6		1,149
8,4 — 18,8		1,090
	Mittel:	1,114 Barometerstand.

Eine Temperatur-Erhöhung um 10° hat somit bei unserem Apparat eine scheinbare Vermehrung des Barometerstandes von 1,053 Millimeter zur Folge, was einer Gewichtsvermehrung der Röhre um 18,9 Gramme entspricht, indem eine Aenderung des Barometerstandes um 1 Millimeter das Gewicht der Röhre um 17 Gramme steigert. Die vorstehende erfahrungsmässige Zahl entspricht der obigen theoretisch gefundenen so gut, als dies bei der Schwierigkeit einer genauen Beobachtung und Berechnung in einem concreten Falle nur immer erwartet werden kann. Wir können also die Richtigkeit der theoretischen Betrachtung durch unsere Versuche als erwiesen ansehen.

Soll nun das Wagbarometer gegen den Einfluss der Temperatur compensirt werden, so muss: $G_t - G_0 = 0$ werden. Die Zahlenwerthe der einzelnen Glieder in dem Ausdruck für $G_t - G_0$ zeigen aber, dass dies bei unserem im Uebrigen unveränderten Apparate nur dadurch geschehen könnte, dass man das Volumen des im Gefässe enthaltenen Quecksilbers ungefähr 33 Male grösser machte, d. h. also circa 32 Liter oder 430 Kilogramm Quecksilber aufwendete.

Ein anderes Mittel zur angenäherten Temperatur-Compensation bestände darin, dass man: $q_0 = Q_0$ machte, d. h. die Röhre überall gleich weit nähme, indem dadurch das 3te Glied im Ausdrucke für $G_t - G_0$, das alle anderen weit übertrifft, gleich Null würde. In unserem Falle stiege aber dadurch das Gewicht der Röhre von 2,5

Kilogramm, die es jetzt beträgt, auf 13 Kilogramm, was eine bedeutende und jedenfalls auch wieder die Empfindlichkeit beeinträchtigende Verstärkung aller Theile der Wage erheischen würde. Für die unmittelbare practische Ausführung eignen sich daher diese beiden Methoden nicht, und ich habe deshalb folgendes einfache Mittel angewendet, um in leichterer Weise die Angaben des Barometers von der Temperatur unabhängig zu machen.

Statt des Gegengewichtes an der horizontalen Stahlstange des Wagebalkens wurde an derselben ein 230 Millimeter hoher Messingbügel angehängt, der ein oben offenes, unten geschlossenes 30^{mm} weites Glasrohr von ungefähr derselben Länge trägt. Das letztere ist mit Quecksilber gefüllt, so dass sein Gewicht sehr nahe gleich demjenigen des ursprünglichen Laufgewichtes ist. In das Quecksilber dieses Rohres taucht das offene nach unten umgebogene capillare Ende eines grossen, ebenfalls mit Quecksilber gefüllten Ausflussthermometers ein, welches an der Rückwand des Gehäuses befestigt ist und die Wage in ihrer Bewegung in keiner Weise hemmt. Erhöht sich die Temperatur, so ergiesst dieses Ausflussthermometer eine seiner Grösse entsprechende Menge von Quecksilber in das Rohr am Wagbalken und umgekehrt entnimmt es demselben Quecksilber, wenn die Temperatur sinkt. Es wird somit unser Instrument für die Temperatur compensirt sein, wenn das Ausflussthermometer eine solche Grösse hat, dass es in der erörterten Weise gerade ebenso viel den betreffenden Arm des Wagbalkens schwerer macht oder erleichtert als die Barometerröhre auf der andern Seite durch den Einfluss der Temperatur an Gewicht zu- oder abnimmt. Zu dem Ende aber muss bei unserem Apparate, gestützt auf das obige Resultat über den Einfluss der Temperatur auf denselben, das Volumen des Ausflussthermometers V_0' bei 0^0 der Gleichung entsprechen:

$$p' . V_0' (\alpha - 3\beta) . S_0 = p . 1862,$$

wo p den Hebelarm, an welchem die Barometerröhre, p' denjenigen, an dem das angehängte Quecksilbergefäss wirkt, repräsentiren. Nun ist:

$$p = 200^{mm}, \quad p' = 240^{mm},$$

so dass man unter Einsetzung der Zahlen-Werthe erhält:

$$V_0' = 729300 \text{ Cubic-Millimeter}$$

oder das Ausflussthermometer muss 9,89 Kilogramm Quecksilber fassen.

Durch ein Versehen des Glasbläsers bei der Anfertigung des letzteren wurde:

$$V_0' = 987700 \text{ Cubic-Millimeter}$$

gemacht. In Folge dessen ist unser Instrument übercompensirt und zwar, wenn wir zurückrechnen, in der Art, dass für je 10° Temperatur-Erhöhung unsere Barometerröhre statt schwerer jetzt um 6,6 Gramme leichter wird, was einer Verminderung des Barometerstandes um $0^{mm},39$ entspräche. Die in ähnlicher Weise, wie oben angegeben wurde, seither angestellten Control-Beobachtungen haben statt der letzteren Grösse den Werth $0^{mm},40$ ergeben, was als eine neue Bestätigung der Richtigkeit unserer Theorie betrachtet werden kann.

Eine vollständige Temperatur-Compensation wird aber hiernach ohne Aenderung des Ausflussthermometers bei unserem Apparate dadurch erzielt werden können, dass man das Quecksilbergefäss, in welches dasselbe einmündet, durch Verschiebung am horizontalen Wagarme der Drehungsaxe bis auf 177 Millimeter annähert.

Es ist sonach durch die neue Einrichtung die Aufgabe der Temperatur-Compensation des Wagbarometers ohne weitere Beschwerung des Wagbalkens und unter Aufwendung einer verhältnissmässig geringen Quecksilbermenge gelöst.

Verbesserte Methoden zur Temperatur-Compensation des Wagbarometers.

Von

H. Wild.

(Aus dem Petersburger Academischen Bulletin vom Herrn Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

(Hiezu Tafel XIII Figur 2 und 3.)

In der vorhergehenden Abhandlung habe ich eine theoretische Untersuchung über den Einfluss der Temperatur auf die Angaben eines Wagbarometers und eine Methode zur vollständigen Temperatur-Compensation dieses Instrumentes gegeben.

Das selbstregistrirende Wagbarometer des physikalischen Central-Observatoriums, an welchem ich die Temperatur-Compensation nach dieser Idee practisch erzielt hatte, hat während des Jahres 1870 ununterbrochen functionirt. Indem ich eine ausführliche Darlegung der hiebei gemachten Erfahrungen und der gewonnenen Resultate einer Mittheilung in den Annalen des Observatoriums für 1870 vorbehalte, hebe ich daraus hier nur das hervor, was auf die Temperatur-Compensation Bezug hat.

Seit dem ersten Februar sind an diesem Wagbarometer keinerlei Veränderungen mehr vorgenommen worden, so dass von da an die Resultate der Aufzeichnungen unmittelbar vergleichbar sind. Die Bearbeitung der letztern erfolgte in der Art, dass auf Grundlage der 3 täglichen Controlbeobachtungen in jedem Monat nach der Methode der kleinsten Quadrate der einer Aenderung des Barometerstandes um 1 mm. entsprechende Ausschlag der Zeigerspitze des Wagebalkens in Millimetern sowie der absolute Barometerstand berechnet wurde, welcher einer bestimmten, durch einen fixen Stift auf dem Papiere markirten Linie entsprach. In dieser Weise fand man:

1870.	Ausschlag pro 1^{mm} Bar.-St. mm.	Barom.-Stand für die fixe Linie. mm.
Februar	2,95	725,5
März	3,00	725,3
April	3,00	725,3
Mai	2,91	724,7
Juni	2,99	725,5
Juli	3,00	725,7
August	2,95	725,3
September	2,94	725,1
October	2,96	725,4
November	2,91	725,1
December	3,00	525,7.

Die niedrigsten Werthe der fixen Linie im Mai und November entsprechen hiernach gerade den kleinsten Ausschlägen pro 1^{mm} Barometerstand und werden so durch diese erklärt, da bei kleineren Werthen dieser Ausschläge die fixe Linie am Rande des Papiers selbst einem niedrigen Barometerstande entsprechen muss, wenn man nicht für die Mitte des Papiers zu hohe Barometerstände erhalten soll. Die kleineren Ausschläge aber in diesen Monaten waren eine nothwendige Folge der vielen niedrigen Barometerstände während derselben, verbunden mit dem Umstande, dass die erweiterte Kammer am oberen Ende der Barometerröhre nicht genau cylindrisch ist, sondern unten einen etwas kleineren Durchmesser als oben hat. Sehen wir daher von den erwähnten Monaten ab, so ergiebt sich trotz einer etwa 10° C. betragenden Temperaturdifferenz der betreffenden Localität im Sommer und Winter eine solche Constanz des Werthes der fixen Linie im Laufe des Jahres, dass dies am sichersten den guten Erfolg unserer Temperatur-Compensation beweist. Ohne diese hätte sich der Werth der Mittellinie in den Sommer-Monaten um ungefähr $1{,}1^{mm}$ höher ergeben als in den Wintermonaten. So sehr also diese Methode der Temperatur-Compensation im Ganzen befriedigte, so erschien sie doch noch mit folgenden Uebelständen behaftet, welche mir eine Verbesserung derselben wünschenswerth erscheinen liessen.

Erstlich erheischt dieselbe immer noch eine bedeutende Masse von Quecksilber. Das Barometerrohr fasst nämlich 2,5 Kilogramm, das Gefäss 13,5 Kilogramm, das Ausflussthermometer nahezu eben so

viel und die Röhre, in welche dieses einmündet, 2 Kilogramme Quecksilber, so dass also der ganze Apparat ungefähr 31 Kilogramm Quecksilber enthält.

Sodann macht wegen des bedeutenden Gewichts die Füllung und Einsetzung des compensirenden Ausflussthermometers grosse Schwierigkeiten.

Bei raschen Aenderungen der Temperatur können ferner diese bedeutenden und verschieden vertheilten Quecksilbermassen leicht denselben nicht gleichmässig folgen und so temporäre Störungen durch ungenügende Compensation bewirken.

Endlich ist die Reibung des eintauchenden Theils der unten ebenfalls wieder erweiterten Barometerröhre am Quecksilber im Gefäss bei rascher Aenderung des Barometerstandes ein Grund zur Verzögerung des Steigens oder Fallens des Barometers.

Den letzteren Uebelständen glaube ich denn auch hauptsächlich die noch allzugrosse Abweichung der nach den obigen Daten aus den Aufzeichnungen des Wagbarometers berechneten Barometerstände von gleichzeitig an einem gewöhnlichen Barometer beobachteten Ständen beimessen zu müssen. Diese Abweichung betrug nämlich durchschnittlich $\pm$ 0,25^{mm} und erreichte im Maximum den Werth $\pm$ 0,7^{mm}. Wenn auch dieses Resultat gegenüber den bisherigen Leistungen von Registrir-Apparaten schon ein befriedigendes ist, so erscheint mir doch in Anbetracht der übrigen Anlage unseres Instrumentes dieser Fehler im Verhältniss zu dem bei der Vergleichung zweier guten Barometer zu begehenden noch zu gross. Für unsere Beobachter beträgt nämlich der letztere Fehler in runder Zahl $\pm$ 0,1^{mm}.

Indem ich diesen Erfahrungen zufolge meine Bemühungen darauf richtete, die Temperatur-Compensation und damit den ganzen Apparat noch weiter zu vereinfachen und stabiler zu machen und so ein Instrument zu schaffen, das in Wahrheit directe Beobachtungen vollkommen ersetzen könne, hielt ich es zunächst für nützlich, die ganze Berechnung des Temperatur-Einflusses auf das Wagbarometer unabhängig von der früheren nochmals auszuführen. Es zeigte sich dabei, dass durch die Berücksichtigung einer Grösse, die ich jenes Mal als klein vernachlässigt hatte, das Endresultat ein viel einfacheres wird.

Wenn wir nämlich ganz dieselben Bezeichnungen wie damals beibehalten mit dem einzigen Unterschiede, dass wir jetzt:

$$Q'' = q, \quad H'' = h';$$
$$z = \frac{y}{t}, \quad z' = \frac{y}{t};$$

ferner die Höhe des Quecksilbers im Gefäss bei 0° oder

$$L_0 - l_0 - h_0 - H_0' = c_0$$

und den ganzen Querschnitt dieses Gefässes bei 0° oder:

$$O_0 + q_0' + Q_0' = Q_0''$$

setzen, so hat man zunächst für den Gewichtsunterschied der Barometerröhre bei 0° und t^0:

$$\begin{aligned} G_t - G_0 = S_0\, t \Big\{ & Q_0 [z - (L_0 \gamma - l_0 \delta)] - \\ & - (Q_0' + q_0') [z' - (L_0 \gamma - l_0 \delta - h_0 \beta)] - \\ & + (q_0 h_0 - q_0' h_0' - q_0'' h_0'') \beta - \\ & - (\alpha - 2\beta) [Q_0 H_0 + Q_0' H_0' + q_0 h_0 - \\ & - q_0' (h_0' - H_0') q_0'' h_0''] \Big\}; \end{aligned}$$

und die Bedingungsgleichungen zur Bestimmung der Unbekannten z und z' sind, wegen der Constanz des Luftdrucks:

$$z - z' = \alpha (H_0 + h_0 + H_0'), \tag{1}$$

und weil die Volumsvermehrung der gesammten Quecksilbermasse durch ihre wahre Ausdehnung gleich sein muss der algebraischen Summe aller Volumsänderungen durch die Ausdehnung der Gefässe und ihrer Träger und durch das Steigen des Quecksilbers im Gefäss und in der Röhre:

$$\begin{aligned} & (\alpha - 2\beta) [Q_0'' c_0 + Q_0 H_0 + Q_0' H_0' + q_0 h_0 - \\ & - q_0' (h_0' - H_0') - q_0'' h_0''] = Q_0 z + (Q_0'' - q_0' - \\ & - Q_0') z' - Q_0 (L_0 \gamma - l_0 \delta) + (Q_0' + q_0') (L_0 \gamma - \\ & l_0 \delta - h_0 \beta) + (q_0 h_0 - q_0' h_0' - q_0'' h_0'') \beta. \end{aligned} \tag{2}$$

Führen wir die aus den Gleichungen (1) und (2) sich ergebenden Werthe von z und z' in den obigen Ausdruck für $G_t - G_0$ ein, so kommt nach einigen Reductionen und wenn wir der Einfachheit halber die Höhe des Quecksilberniveaus in der Röhre über dem im Gefäss bei 0°:

$$H_0 + h_0 + H_0' = b_0$$

setzen:

$$\begin{aligned} \text{I.}\quad G_t - G_0 = \frac{S_0 . t . Q_0''}{Q_0'' + Q_0 - Q_0' - q_0'} \Big\{ & \alpha Q_0 b_0 - (\alpha - 2\beta) [Q_0 H_0 + \\ & + q_0 h_0 + Q_0' H_0' - q_0' (h_0' - H_0') - q_0'' h_0'' - \\ & - (Q_0 - Q_0' - q_0') c_0] - (Q_0 - Q_0' - q_0') (L_0 \gamma - l_0 \delta) - \\ & - [(Q_0' + q_0' - q_0) h_0 + q_0' h_0' + q_0'' h_0''] \beta \Big\}. \end{aligned}$$

Wir wollen diese allgemeine Formel auf folgende Specialfälle anwenden und zugleich die geeignete Temperatur-Compensation für dieselben betrachten.

1. Der untere erweiterte Theil der Barometerröhre habe den gleichen inneren Durchmesser wie die Kammer am oberen Ende derselben; es sei also, wie dies bei dem im Jahre 1870 gebrauchten Instrumente der Fall war:

$$Q_0' = Q_0.$$

Alsdann ergibt sich für den Gewichtsunterschied der Röhre bei $t°$ und $0°$ der Werth:

$$\begin{aligned} G_t - G_0 = \frac{S_0 \,.\, t \,.\, Q_0''}{Q_0'' - q_0'} \Big\{ & \alpha\, Q_0 \,.\, b_0 - (\alpha - 2\beta)\, [Q_0\,(H_0 + H_0') + \\ & + q_0 h_0 + q_0'(c_0 - h_0' + H_0') - q_0'' h_0''] + \\ & + q_0'(L_0 \gamma - l_0 \delta) - [(Q_0 + q_0' - q_0)\, h_0 + \\ & + q_0' h_0' + q_0'' h_0''] \beta \Big\}. \end{aligned}$$

Die Zahlen-Werthe der einzelnen Grössen sind aber, wie zum Theil schon in der früheren Abhandlung angegeben wurde, bei unserem Apparate folgende:

	$Q_0 = 1257$ □mm	$H_0 = H_0' = 65$ mm
	$q_0 = 28$	$h_0' = 130$
	$q_0' = 120$	$h_0 = 630$
	$q_0'' = 20$	$h_0'' = 30$
	$Q_0'' = 5542$	$L_0 = 1100$
		$l_0 = 220$
also:	$b_0 = 760$ mm	$c_0 = 186$

Ferner:

$$\begin{aligned} S_0 &= 13{,}56 \\ \alpha &= 0{,}0001813 \\ \beta &= 0{,}0000082 \\ \gamma &= 0{,}0000126 \\ \delta &= 0{,}0000188 \end{aligned}$$

Die Einsetzung dieser Werthe in den obigen Ausdruck gibt:

$$\begin{aligned} G_t - G_0 &= 13{,}56 \,.\, \frac{5542}{5422}\,(173{,}89 - 32{,}20 + 1{,}17 - 7{,}10) \,.\, t_0 \\ &= 13{,}56 \,.\, 138{,}26 \,.\, t \\ &= 1875 \,.\, t \text{ Milligramme.} \end{aligned}$$

Dieser Werth ist von dem früheren, nach der weniger genauen

Rechnung gefundenen so wenig verschieden, dass wir die damals angestellten Versuche auch als Bestätigung für die vorliegende genauere Theorie betrachten dürfen. Ebenso wird auch die dort vorgeschlagene Compensations-Methode die für diesen concreten Fall berechneten Quantitäten der einzelnen Theile beibehalten.

2. Nehmen wir an, die Röhre sei in ihrer ganzen Länge cylindrisch, so haben wir:

$$Q_0 = Q_0' = q_0 \quad \text{und} \quad q_0' = q_0''$$

zu setzen und finden so:

$$G_t - G_0 = \frac{S_0 t . Q_0''}{Q_0'' - q_0'} \left\{ 2\beta Q_0 b_0 + q_0' \left[(\alpha - 2\beta)(d_0 - c_0) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + L_0 \gamma - l_0 \delta - l_0' \beta \right] \right\}$$

wo wir der Kürze halber mit d_0 die Länge des in's Quecksilberbad eintauchenden Theils der Röhre und mit l_0' die Länge dieser Röhre vom Befestigungspunct des Bügels an derselben bis zu ihrem unteren Ende bezeichnet haben.

Zur Erzielung der Temperatur-Compensation bei diesem Barometer ergibt sich aus Vorstehendem als Bedingungsgleichung:

$$\frac{q_0'}{Q_0} = \frac{2\beta b_0}{(\alpha - 2\beta)(c_0 - d_0) + l_0 \delta + l_0' \beta - L_0 \gamma}.$$

Setzen wir hier für $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ die obigen Werthe ein und nehmen ferner:

$$b_0 = 760^{mm} \qquad c_0 = 200^{mm} \qquad l_0 = 40^{mm}$$
$$L_0 = 1100 \qquad d_0 = 100 \qquad l_0' = 960$$

an, so findet man:

$$\frac{q_0'}{Q_0} = 1{,}106.$$

Bei einem Wagbarometer mit cylindrischer Röhre ist also die Temperatur-Compensation sehr einfach dadurch zu erreichen, dass man den Querschnitt der Wandung des in's Quecksilbergefäss eintauchenden Theils der Glasröhre wenig grösser als den inneren Querschnitt derselben macht.

Diese Constructionsart des Wagbarometers bietet aber, wie ich schon in der ersten Abhandlung erwähnte, den Uebelstand dar, dass die Röhre sehr schwer (ungefähr 13 Kilogramm) würde, wenn man wenigstens dieselbe Empfindlichkeit wie oben erzielen wollte. Zudem

würde durch die Grösse des eintauchenden Theils die störende Reibung des Glases am Quecksilber noch bedeutender werden, als bei der bisherigen Constructionsweise. Ich habe daher auf die Ausführung dieser Einrichtung und Compensation von vorne herein verzichtet.

3. Um hauptsächlich die Reibung der Röhre am Quecksilber zu vermindern, schien es mir nothwendig, den in's Quecksilbergefäss eintauchenden Theil derselben ebenfalls wie den mittleren Theil beim ersten Fall von kleinem Durchmesser zu nehmen. Als dritten Fall habe ich daher angenommen, es sei an eine enge, überall gleich weite Röhre nur am oberen Ende ein erweitertes cylindrisches Gefäss angesetzt. Wir haben also in diesem Falle in der allgemeinen Formel:

$$Q_0' = q_0 \text{ und } q_0' = q_0''$$

zu setzen und finden so:

$$\begin{aligned} G_t - G_0 = \frac{S_0 \, . \, t \, . \, Q_0''}{Q_0'' + Q_0 - q_0 - q_0'} \Big\{ & b_0 \left[\alpha Q_0 - (\alpha - 2\beta) \, q_0 \right] + \\ & + (\alpha - 2\beta) \left[(Q_0 - q_0)(c_0 - H_0) - q_0' (c_0 - d_0) \right] - \\ & - (Q_0 - q_0 - q_0')(L_0 \gamma - l_0 \delta) - q_0' l_0' \beta \Big\}, \end{aligned}$$

wo d_0 und l_0' die beim vorigen Fall angegebene Bedeutung haben.

Indem wir für α, β, γ, δ, S_0, Q_0, q_0 und b_0 dieselben Werthe wie oben annehmen und ferner:

$$\begin{aligned} q_0' = q_0'' &= 20^{\square\text{mm}} \qquad & H_0 &= 100^{\text{mm}} \\ Q_0'' &= 2827^{\square\text{mm}} & d_0 &= 130 \\ L_0 &= 1200^{\text{mm}} & c_0 &= 250 \\ l_0 &= 250 & l_0' &= 790 \end{aligned}$$

setzen, ergibt sich:

$$\begin{aligned} G_t - G_0 &= 13{,}56 \, . \, 0{,}7004 \, [169{,}69 + 30{,}00 - 12{,}60 - 0{,}13] \, . \, t. \\ &= 13{,}56 \, . \, 130{,}9 \, . \, t \\ &= 1776 \, . \, t \text{ Milligramme.} \end{aligned}$$

Erste Methode der Temperatur-Compensation durch ein Ausfluss-thermometer.

Wollten wir in diesem Falle zur Temperatur-Compensation wieder ein blos mit Quecksilber gefülltes Ausfluss-Thermometer anwenden, welches sein Quecksilber in ein an die Wage gehängtes und am Hebelarme λ' wirkendes Quecksilbergefäss ergiesst, so wäre hiernach sein Volumen V_0 durch die Gleichung:

$$\lambda' V_0 (\alpha - 3\beta) \, . \, 13{,}56 = \lambda \, . \, 13{,}56 \, . \, 130{,}9$$

bestimmt, wo λ den Hebelarm darstellt, an welchem das Barometerrohr wirkt. Setzen wir:

$$\lambda = 250^{mm}, \quad \lambda = 200, \quad \alpha - 3\beta = 0,0001569,$$

so wird:

$$V_0 = 667,7 \text{ Cubic-Centimeter.}$$

Das Ausflussthermometer würde somit noch etwas über 9 Kilogramm Quecksilber fassen. Diese Masse wird bedeutend verringert, so wie wir in das Ausflussthermometer ausser dem Quecksilber noch eine andere, stärker sich ausdehnende Flüssigkeit, z. B. Alcohol, bringen. Heissen wir den wahren cubischen Ausdehnungscoefficienten des Alcohols ϱ, so ergibt sich für die Temperatur-Compensation durch ein mit Quecksilber und Alcohol gefülltes Ausflussthermometer die Bedingungsgleichung:

$$V_0'(\alpha - 3\beta) + V_0''(\varrho - 3\beta) = 130,9 \frac{\lambda}{\lambda'},$$

wo V_0' das Volumen des Quecksilbers und V_0'' dasjenige des Weingeistes darstellen und zugleich vorausgesetzt wurde, dass das Ausflussthermometer so aufgestellt sei, dass nur Quecksilber aus demselben ausfliesst. Haben wir eine cylindrische Röhre vom Querschnitt Q_0 (mit einer dünneren Ausflussröhre am unteren Ende) und der Höhe $z_0' + z_0''$, wo z_0' die Höhe des Quecksilbers und z_0'' die des Alcohols bezeichnet, so ist auch:

$$z_0'\alpha + z_0''\varrho - (z_0' + z_0'')\,3\beta = \frac{130,9}{Q_0}\frac{\lambda}{\lambda'}.$$

Nehmen wir nun wieder:

$$\lambda = 200^{mm}, \quad \lambda' = 250^{mm}$$

und

$$Q_0 = 1257^{\square mm}, \quad z_0' + z_0'' = 250^{mm}$$

an und setzen im Mittel aus den Bestimmungen von Pierre und Kopp über die Ausdehnung des Alcohols zwischen 10 und 20° C.

$$\varrho = 0,0010899,$$

so kommt:

$$z_0'' = 48,55^{mm}.$$

Hieraus ergab sich die neue, durch Fig. 2 Tafel XIII schematisch in 1/8 der natürlichen Grösse dargestellte Einrichtung unseres Wagbarometers.

Am Hebelarme $\lambda = 200^{mm}$ des Wagebalkens ist vermittelst des Messingbügels B von 250^{mm} Länge die Barometerröhre A von 8^{mm}

äusserem und 6^{mm} innerem Durchmesser aufgehängt, welche oben eine erweiterte cylindrische Kammer C von 40^{mm} innerem Durchmesser und 200^{mm} Höhe besitzt. Dieselbe taucht mit ihrem unteren Ende in einen beim normalen Barometerstand von 760^{mm} bis zu 240^{mm} Höhe mit Quecksilber gefüllten Glascylinder D von 290^{mm} Höhe und 6^{mm} innerem Durchmesser, welcher auf einem eisernen Träger E steht. Dieser Träger E ist seinerseits an der eisernen Schiene F befestigt, welche vermittelst eines eisernen Fortsatzes G am oberen Ende auch den Wagbalken trägt und so die in der Theorie vorausgesetzte eiserne Verbindung zwischen dem Halter der Röhre und Träger des Gefässes von nahe 1200^{mm} Länge repräsentirt.

Zur Erzielung der Temperatur-Compensation ist am anderen Wagarme in der Entfernung $\lambda' = 250^{mm}$ von der Axe vermittelst des Messingbügels MM von 500^{mm} Länge und 90^{mm} innerer Weite das mit Quecksilber gefüllte Glasgefäss N (30^{mm} weit und 230^{mm} lang) aufgehängt, in welches die blos 5^{mm} dicke Ausflussröhre J des Ausflussthermometers K einmündet. Das letztere, welches durch die beiden Träger H und H' in verticaler Stellung im Zwischenraum des Bügels MM gehalten wird, besteht aus einem Glascylinder von 40^{mm} innerer Weite und 250^{mm} Höhe, der zu $4/5$ mit Quecksilber und zu $1/5$ mit absolutem Alcohol gefüllt ist.

Die Empfindlichkeit der Wage ist durch das 2400 Gramm schwere Laufgewicht Γ, das in der Entfernung $\Lambda = 300^{mm}$ von der Drehungsaxe an einer ungefähr unter einem Winkel von 71° vom Wagbalken sich schief abzweigenden Stange sitzt, so regulirt, dass die Zeigerspitze S des Wagebalkens einen Ausschlag von nahe 3^{mm} gibt, wenn sich der Barometerstand um 1^{mm} ändert. Nach erfolgter Justirung war zur Herstellung des Gleichgewichts auf der Seite der Barometerröhre noch ein Zulage-Gewicht von 550 Gramm nothwendig, welches in der Form eines 100^{mm} weiten und 200^{mm} hohen oben geschlossenen Messingcylinders L als schwebender Deckel für das Glasgefäss D bei a an der Barometerröhre festgeklemmt wurde. Hiedurch wird nicht blos das Eindringen von Staub in das Glasgefäss vermindert, sondern zugleich die Barometerröhre in Folge Tieferlegung des Schwerpunctes besser in der Verticalstellung erhalten. Der Messingdeckel hat übrigens, um ihn jeder Zeit abnehmen zu können, seitlich einen Schlitz, der durch eine an der Klemme sitzende Messinglamelle verschlossen wird.

Die registrirenden Theile des Barometers sind in dem Schema der Einfachheit halber ganz weggelassen.

Diese Umänderung unseres Wagbarometers wurde am 30. und 31. December n. St. 1870 ausgeführt und darauf im Laufe des Januar zwei Versuchsreihen angestellt, um zu erfahren, inwiefern durch die, den obigen theoretischen Anforderungen immerhin nur annähernd entsprechende Einrichtung die Temperatur-Compensation wirklich vollständig erreicht sei. Zu dem Ende liess ich das Zimmer, in welchem das Wagbarometer aufgestellt ist und das für gewöhnlich eine durchschnittliche Temperatur von 17°,5 C. besitzt, zuerst am 13., 14. und 15. Januar auf ungefähr 7°,5 C. und später am 28., 29. und 30. Januar auf nahe 0° abkühlen und zugleich während dieser Tage sowie vorher und nachher etwas häufigere Controlbeobachtungen am Browning'schen Barometer Nr. 44 anstellen.

Aus den Aufzeichnungen des Wagbarometers bei der normalen Zimmer-Temperatur von 17°,5 C. und den zugehörigen Controlbeobachtungen am gewöhnlichen Barometer hat Herr Pernet die Scale zur Reduction jener Angaben auf in Millimeter ausgedrückte Barometerstände wie üblich nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Ist die Temperatur-Compensation eine vollständige, oder wenigstens für unsere Zwecke genügende, so müssen die nach derselben Scale reducirten Aufzeichnungen des Wagbarometers bei niedrigerer Temperatur ebenfalls innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler mit den directen Beobachtungen des Barometerstandes stimmen. Die Beobachtungen und Aufzeichnungen der genannten Tage ergaben folgende Mittelwerthe und mittlere Abweichungen der Einzelwerthe:

Datum.	Temperatur.	Berechnung — Beobachtung.	Zahl der Beobacht.	Mittlerer Barom.-St.
	° °	mm mm		
Jan. 13.	11,1 ± 0,2	— 0,29 ± 0,11	10	754,7
„ 14.	5,8 ± 1,3	— 0,23 ± 0,12	11	748,6
„ 15.	7,7 ± 1,0	+ 0,06 ± 0,08	10	749,1
„ 28.	3,0 ± 0,9	+ 0,25 ± 0,11	11	780,3
„ 29.	0,5 ± 0,6	— 0,41 ± 0,12	11	777,3
„ 30.	9,6 ± 2,0	+ 0,03 ± 0,23	7	778,1
„ 31.	11,7 ± 0,3	— 0,16 ± 0,08	5	773,5

Diesen Beobachtungsresultaten zufolge sind nun allerdings die Differenzen zwischen den directen Beobachtungen und den aus den

Aufzeichnungen des Wagbarometers berechneten Werthen etwa doppelt so gross als die Beobachtungsfehler, welche durch die mittleren Abweichungen der einzelnen Werthe dargestellt werden. Da dieselben etwas stärker nach der negativen Seite gehen, so weist dies darauf hin, dass das Instrument ein wenig übercompensirt sei. Die grösseren Schwankungen sind anderweitigen Ursachen zuzuschreiben, wie z. B. einem starken Steigen des Barometers am 28. Januar und einem noch stärkeren Fallen desselben am 29. Januar, ferner stärkeren Aenderungen der Temperatur am 30. Januar.[1])

Im Ganzen aber ergibt sich aus dieser Untersuchung, dass unser Wagbarometer für ein Tempertur-Intervall von etwa 10° C. bis auf eine Grenze von $\pm 0{,}1^{mm}$ Barometerstand als genau compensirt betrachtet werden kann.

Während ferner der ganze Apparat dem Obigen zufolge bei der bisherigen Einrichtung 31 Kilogramm Quecksilber fasste, erheischt derselbe bei der jetzigen im Ganzen nur 15½ Kilogramm oder also die Hälfte jener Quecksilber-Masse.

Die bisherigen Beobachtungen zeigen aber noch des Weiteren, dass auch der fernere Zweck einer sichereren Angabe des wirklichen Barometerstandes durch die neue Einrichtung des Wagbarometers erreicht ist. Schon die obigen Beobachtungen bei niedrigerer Temperatur weisen, wenn wir die vom 30. Januar als unsicher ausschliessen, eine durchschnittliche Abweichung der direkt beobachteten und den Aufzeichnungen des Registrir-Instruments entnommenen Barometerstände von blos: $\pm 0{,}10^{mm}$ auf. Bei der weniger schwankenden normalen Temperatur des Zimmers von 17°,5 C. betrug diese mittlere Abweichung sogar blos: $\pm 0{,}08^{mm}$.

---

1) Streng genommen gilt unserer ganzen Berechnung zufolge die ausgeführte Compensation blos für den mittleren Barometerstand $b_0 = 760^{mm}$. Führt man die ganze Rechnung für die einem Barometerstand von $b_0 = 790^{mm}$ entsprechenden Werthe aus, so ergibt sich für den Gewichtsunterschied der Röhre bei 0° und t° der Werth: 1666 . t Milligr. Bei diesem Stande wäre daher das Barometer in seiner bestehenden Einrichtung für 10° C. um 1100 Milligr. übercompensirt, was indessen kaum $0{,}05^{mm}$ Barometerstand entspricht. — Die durch die Beobachtungen angedeutete Ueber-Compensation rührt unzweifelhaft daher, dass das Volumen des Ausflussthermometers statt 313 Cubic-Centimeter gemäss unserer theoretischen Voraussetzung in Wirklichkeit 327 Cubic-Centimeter beträgt. Durch eine kleine Verschiebung des das Quecksilber aufnehmenden Gefässes nach der Axe zu lässt sich leicht die noch vollständigere Compensation erzielen.

Somit scheint denn auch durch die neue Einrichtung die weitere Aufgabe gelöst, ein Registrirbarometer zu schaffen, welches direkte Beobachtungen an einem gewöhnlichen Barometer vollkommen ersetzen kann.

Die grössere Sicherheit der Angaben bei der jetzigen Einrichtung des Wagbarometers ist übrigens nicht blos der durch den kleinen Durchmesser des eintauchenden Theils verminderten Reibung der Barometerröhre am Quecksilber zuzuschreiben, sondern zugleich auch dem Umstande, dass zwar der Ausschlag des Zeigers für eine Aenderung des Barometerstandes um 1^{mm} nahezu gleich, dagegen der entsprechende Gewichtsunterschied der Barometerröhre über doppelt so gross als früher ist. Es ist also unter übrigens gleichen Umständen das Bewegungsmoment, mit welchem die Einstellung des Wagebalkens erfolgt, viel grösser als bei der früheren Gestalt der Röhre. Die Berechnung der Gleichgewichtsbedingungen des Wagebalkens zeigt deutlich, dass dies hauptsächlich daher kommt, dass z. B. bei fallendem Barometer die oben erweiterte Röhre an Gewicht nicht blos durch das in Folge dessen eintretende Sinken des Quecksilbers, sondern zugleich auch noch durch das Heben des Rohrs beim Ausschlag des Wagebalkens verliert, was bei einer Röhre nicht der Fall ist, die unten beim eintauchenden Theil ebenso weit ist wie oben.

Zweite Methode der Temperatur-Compensation durch Luft in der Barometerkammer.

Noch einfacher als die Temperatur-Compensation durch ein Ausflussthermometer dürfte aber die sein, wo wir analog, wie dies bei Aneroidbarometern geschieht, etwas Luft in die Barometerkammer über das Quecksilber bringen. Bei steigender Temperatur wird die vermehrte Spannkraft dieser Luft das Quecksilber im Rohre deprimiren, während es durch die Wirkung der anderen Theile des Apparats gehoben wird. Sind also diese beiden entgegengesetzten Wirkungen der Wärme gerade gleich, so wird bei constantem Luftdruck die Aenderung der Temperatur keine Veränderung im Gewicht der Röhre bedingen.

Für diesen Fall, wo sich etwas Luft in der Barometerkammer befindet, ändert sich in unserer allgemeinen theoretischen Betrachtung weiter Nichts, als dass die Bedingungsgleichung 1) jetzt wird:

1'. $$z - z' = \alpha (H_0 + h_0 + H_0') - v [B_0 - (H_0 + h_0 + H_0')],$$

oder wenn wir wieder abkürzend:

$$H_0 + h_0' + H_0' = b_0$$

setzen:

1'. $$z - z' = \alpha . b_0 - v\,(B_0 - b_0),$$

wo b_0 die Höhe der Quecksilbersäule im Barometerrohre bei 0° darstellt, die jetzt aber wegen der Luft in der Kammer kleiner ist als der wahre Barometerstand B_0. v repräsentirt den cubischen Ausdehnungscoefficienten der Luft für 1° C.

Dieser neuen Bedingungsgleichung entsprechend wird für unseren Fall in dem allgemeinen Ausdrucke I für den Gewichtsunterschied der Barometerröhre bei t^0 und bei 0° das erste Glied in der Klammer statt: $\alpha\, Q_0 b_0$ jetzt sein:

$$[\alpha b_0 - v\,(B_0 - b_0)]\, Q_0$$

und die Anwendung dieser neuen Formel auf den zuletzt betrachteten dritten Specialfall einer engen Röhre mit erweiterter Kammer am oberen Ende gibt:

$$\begin{aligned} G_t - G = \frac{S_0\, t\, .\, Q_0''}{Q_0'' + Q_0 - q_0 - q_0'} \Big\{ & Q_0 [(\alpha + v)\, b_0 - v\, B_0] + \\ & + (\alpha - 2\beta) [Q_0 H_0 + q_0 (b_0 - H_0) - q_0' d_0 - \\ & - (Q_0 - q_0 - q_0') c_0] + (Q_0 - q_0 - q_0')(L_0 \gamma - l_0 \delta) - q_0' l_0' \beta \Big\}. \end{aligned}$$

Dieses Barometer wird gegen Temperatur-Einflüsse compensirt sein, wenn $G_t - G_0 = 0$ ist. Hieraus ergibt sich eine Bedingungsgleichung zur Bestimmung von b_0 resp. der Quantität Luft, welche zur Temperatur-Compensation in die Barometerkammer zu bringen ist. Wir finden zunächst für b_0:

$$b_0 = \frac{v\, Q_0 B_0 - (\alpha - 2\beta)[(Q_0 - q_0)(c_0 - H_0) - q_0'(c_0 - d_0)] + (Q_0 - q_0 - q_0')(L_0 \gamma - l_0 \delta) + q_0' l_0' \beta}{Q_0 (\alpha + v) - q_0 (\alpha - 2\beta)}.$$

Die Quantität Luft aber, welche in die Kammer zu bringen ist, um den Druck: $B_0 - b^0$ hervorzubringen, hängt vom Volumen der Barometerkammer selbst ab, und deren Grösse wird einerseits dadurch bedingt, dass beim Steigen oder Fallen des Quecksilbers im Rohre durch Compression oder Dilatation der Luft in der Kammer nicht eine allzugrosse Veränderung ihres Druckes entstehen soll, und anderseits auch das hiedurch bedingte grössere Volumen der Kammer bei der Füllung der Röhre nicht zu viel Quecksilber erfordert und so wegen des grossen Gewichtes diese Füllung selbst erschwert.

Heissen wir das Volumen der Barometerkammer bei der Temperatur 0° und beim Barometerstand b_0 in der Röhre: V_0, so ergibt

sich für das Volumen v_0 der Luft in der Barometerkammer gemessen beim normalen Luftdruck B_0 und bei der Temperatur von 0° der Werth:

$$v_0 = V_0 \frac{B_0 - b_0}{B_0}.$$

Die Druckvermehrung $\triangle$ aber, welche diese eingeschlossene Luft in Folge einer Verkleinerung ihres Volumens durch Ansteigen des Quecksilbers im Rohre um h Millimeter erfährt, wird in diesem Falle sein:

$$\triangle = (B_0 - b_0) \frac{h Q_0}{V_0 - h Q_0}.$$

Für die practische Ausführung dürfte es am besten sein, zur Vergrösserung des Volumens der Barometerkammer am oberen Ende der erweiterten cylindrischen Röhre noch ein kugelförmiges Gefäss anzusetzen. Das Gesammtvolumen der Röhre wollen wir 700000 Cubic-Millimeter annehmen, so das sie also ungefähr 10 Kilogramm Quecksilber fasst. Wenn der cylindrische Theil der Erweiterung am oberen Ende der Barometerröhre wieder einen Querschnitt von 1257 □mm hat oder also 40mm weit ist, eine Höhe von 200mm besitzt und beim Normalluftdruck $B_0 = 760$mm bis zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt ist, so bleibt für das Volumen V_0 der verdünnten Luft oberhalb der Werth:

$$V_0 = 700000 - 125700 = 574300 \text{ Cubic-Millimeter}$$

und also für das Volumen des kugelförmigen Gefässes allein:

$$V_0' = 574300 - 125700 = 448600 \text{ Cubic-Millimeter}.$$

Der Durchmesser der Kugel muss somit 95mm sein.

Zur Berechnung für b_0 setzen wir:

$B_0 = 760$mm	Q_0 1257□mm	$L_0 = 1200$mm
$H_0 = 100$	q_0 28	$l_0 = 120$
$c_0 = 250$	q_0' 20	$l_0' = 760$
$d_0 = 130$		

$$v = 0{,}003665$$
$$\alpha = 0{,}0001813$$
$$\beta = 0{,}0000082$$

alsdann ergibt sich:

$$b_0 = 722\text{mm}.$$

Führen wir diesen Werth und den obigen für V_0 in den Ausdruck für v_0 ein, so kommt:

$$v_0 = 28720 \text{ Cubic-Millimeter.}$$

Um endlich die Depression $\triangle$ durch die bei steigendem Barometer comprimirte Luft zu berechnen, nehmen wir an, dass der höchste Barometerstand 790^{mm} betrage. Diesem Zuwachs wird beim Wagbarometer ein Ansteigen des Quecksilbers in der Röhre um nahe 60^{mm} entsprechen.

Setzen wir also dem gemäss oben:

$$h = 60,$$

so kommt:

$$\triangle = 5{,}7^{mm}.$$

Die Scale für die Verwandlung der Ausschläge oder Aufzeichnungen dieses Wagbarometers in absolute Barometerstände wird also keine gleichförmige mehr sein, sondern es werden bei niedrigen und höheren Barometerständen gleichen Aenderungen derselben kleinere Ausschläge der Wage entsprechen, wobei vorstehende Zahl einen Anhaltspunct gewähren kann.

Die Einrichtung des Wagbarometers für diese zweite Methode der Temperatur-Compensation ist wieder in $^1/_8$ der natürl. Grösse durch Fig. 3 Tafel XIII schematisch dargestellt. Wie daraus ersichtlich, ist dieselbe nicht blos sehr einfach, sondern erfordert auch ungefähr 6 Kilogramm Quecksilber weniger als die erste Einrichtung. Sie bietet aber auch in Betreff der Füllung der Barometerröhre eine Vereinfachung dar. Obschon nämlich nach der im 2. Bande des Repertoriums für Meteorologie von mir beschriebenen Methode die Füllung auch dieser weiten und zusammengesetzten Barometerröhren keine Schwierigkeiten macht, so kann dieselbe im vorliegenden Falle doch noch einfacher erfolgen.

Hat man genug Quecksilber zur Disposition, so giesst man davon so viel in die Röhre, dass nur noch 28,7 Cubic-Centimeter Luft in derselben bleiben, bringt einige Tropfen reine concentrirte Schwefelsäure hinein und setzt darauf dieselbe in gewohnter Weise in das Gefäss ein. Die concentrirte Schwefelsäure wird, ohne das Quecksilber anzugreifen, die Luft in der Röhre vollkommen austrocknen.

Steht aber eine Luftpumpe zur Disposition (es genügt eine kleine Handluftpumpe), so lässt sich die Füllung noch einfacher und ohne Aufwand von mehr Quecksilber in der Art bewerkstelligen, dass man die Röhre durch mehrmaliges Evacuiren und Einströmen von trockener

Luft zuerst trocknet und sodann, nachdem man bis auf einen Druck von etwa 30^{mm} evacuirt und durch Zuklemmen des zur Verbindung mit der Luftpumpe dienenden Kautschukrohres verschlossen hat, dieselbe erst nach Einsetzen in das Gefäss öffnet. Ist zu viel oder zu wenig Luft im Rohre, was aus der Höhe der aufsteigenden Quecksilbersäule sofort zu erkennen ist, so kann leicht vermittelst der Pumpe noch etwas trockene Luft in das Rohr gebracht oder daraus entfernt werden.

Diese Methode der Temperatur-Compensation des Wagbarometers habe ich bis dahin noch nicht practisch ausführen und erproben können.

Erythroscop und Melanoscop.

Von

Prof. Dr. E. Lommel.

(Aus den von Prof. Zöller herausgegeb. „ökonom. Fortschritten" 1871 Nr. 6.)

Herr Simmler hat in Pogg. Ann. Bd. CXV (1862) S. 599 einen kleinen Apparat, von ihm Erythrophytoscop genannt, beschrieben, welcher wegen seiner überraschenden Wirkung in weiteren Kreisen bekannt zu werden verdient, als dies bis jetzt der Fall gewesen zu sein scheint. Das Erythrophytoscop besteht (nach einer von Wild angegebenen Modification) aus zwei übereinandergelegten farbigen Glasplättchen, einem blauen Kobaltglas und einem dunkelgelben Eisenoxydglas; zwei solche Paare, für jedes Auge eines, sind brillenartig in einen mit mattschwarzem Papier überzogenen und mit einem Ausschnitt für die Nase versehenen Carton gefasst. Man kann auch die Fassung mit einem passend ausgeschnittenen Rande versehen, welcher den Umgebungen der Augen sich anschmiegend seitliches Licht möglichst fernhält.

Betrachtet man durch eine solche Brille, am besten von einem schattigen Standpunct aus, eine sonnenbeglänzte, vegetationsreiche Landschaft, so erscheinen die Pflanzen leuchtend korallenroth, der Himmel prächtig cyanblau, die Wolken röthlich violett, das Erdreich in verschiedenen Abstufungen violettgrau. Dabei ist dem Landschaftsbilde weder der anmuthige Wechsel von Licht und Schatten, noch der Reichthum der Farben verloren gegangen, diese scheinen vielmehr an Reinheit mit Sättigung gewonnen zu haben; der frischgepflügte Ackergrund hebt sich in schwarzvioletter Neutraltinte kräftig ab von dem zarten Violettgrau des sandigen Weges; über dem herrlich blaugrünen See wölbt sich tiefblau der Himmel, an dem rosige Wolken schweben; aber geradezu märchenhaft wirkt das lichte Roth, in

welches das gewohnte Grün der Pflanzen wie durch einen Zauber verwandelt erscheint.

Nur dem vegetabilischen Grün kommt die Eigenschaft zu, durch ein solches Glas betrachtet roth zu erscheinen; andere grüne Gegenstände, z. B. grün angestrichene Fensterläden oder Gartenzäune, grün gefärbte Papiere etc. werden einfach dunkelgrün gesehen.

Diese merkwürdige Wirkung des Erythrophytoscops lässt sich leicht erklären aus den optischen Eigenschaften der Gläsercombination einerseits und jenen des Blattgrüns andrerseits.

Untersucht man das durch das blaue Kobaltglas durchgegangene Licht spectroscopisch, so findet man, dass folgende Strahlengattungen darin enthalten sind: das äusserste Roth bis zur Fraunhofer'schen Linie B (bis 28),[1] mit grosser Lichtstärke; ein schmaler und lichtschwächerer Streifen Gelbgrün (von 55 bis 60); endlich das Grün, Blau und Violett (von 77 an) bis an's Ende des Spectrums sehr lichtstark. Für die übrigen Theile des Spectrums (von 28 bis 55, von 60 bis 77) ist das Glas nahezu undurchsichtig, es „absorbirt" dieselben.

Das gelbe Glas dagegen lässt das gesammte Roth, Orange, Gelb und Grün (bis 80) vollkommen gut durch, schwächt aber das Blaugrün und Blau bis G (127) und absorbirt vollständig das Violett von G an.

Die beiden Gläser mit einander combinirt sind daher nur für die folgenden Theile des Spectrums durchsichtig: für das äusserste Roth vor B stark; für Gelbgrün zwischen 55 und 60 schwach; für Blaugrün und Blau zwischen 77 und 127, wovon jedoch nur das mittlere Blau ziemlich stark erscheint. Das gelbe Glas hat nur den Zweck, das vom Kobaltglas reichlich durchgelassene Blau und Violett so weit zu dämpfen, dass es das im Vergleich mit andern Theilen des Spectrums wenig lichtstarke äusserste Roth, auf welches es hier vorzugsweise ankommt, nicht mehr überwuchere.

Analysirt man in ähnlicher Weise das durch ein grünes Pflanzenblatt durchgegangene Licht, so findet man, dass es das äusserste Roth bis nahe an B vollkommen ungeschwächt, dann ziemlich lichtstark das Roth, Orange, Gelb und Grün zwischen C und E enthält. Im brechbareren Theile des Spectrums beginnt die Verdunkelung schon bald hinter E (72), das verdunkelte Grün, Blau und Violett bleibt aber noch sichtbar bis jenseits der Mitte von F und G; von hier an

1) Die Zahlen beziehen sich auf die gewöhnlich gebrauchte Scala des Steinheil'schen Spectroscops, die Linie D bei 50 angenommen.

herrscht völliges Dunkel. Aber besonders charakteristisch ist, dass das mittlere Roth zwischen *B* und *C* beinahe ganz fehlt, indem es von dem Pflanzenblatt fast vollständig verschluckt wird; im Spectrum erscheint daher zwischen *B* und *C* ein dunkler Streifen.[1])

Der dunkle Streifen im Roth, wie ihn das in lebenden grünen Blättern enthaltene feste Chlorophyll gibt, unterscheidet sich jedoch in Lage und Aussehen deutlich von demjenigen einer Blattgrünlösung. Beim gelösten Chlorophyll beginnt der schwarze Streifen erst hinter *B* (bei 29); beim festen Chlorophyll der lebenden Blätter dagegen beginnt er schon merklich vor *B* (bei 27) und erstreckt sich bis hinter *C* (bis 36); tiefschwarz zeigt er sich aber nur in seiner ersten Hälfte, die zweite Hälfte ist blos verdunkelt, so dass er aus zwei unmittelbar aneinander stossenden Streifen zu bestehen scheint, einem völlig schwarzen (27—32) und einem schattenartig dunkeln (32—36).[2])

Die grüne Farbe, in welcher uns die Pflanzen erscheinen, hat dieselbe Zusammensetzung wie das durch ein einzelnes Blatt gegangene Licht; indem das Sonnen- oder Tageslicht die Blätter bescheint, dringt es bis auf eine gewisse Tiefe in das chlorophyllhaltige Zellgewebe ein, und gelangt, nachdem ihm die oben genannten Strahlengattungen durch Absorption entzogen sind, aus den noch übrigen gemischt in unser Auge. Das von den Pflanzen zurückgestrahlte in seiner Mischung dem Auge grün erscheinende Licht enthält daher folgende Bestandtheile: das äusserste Roth bis nahe vor *B* vollkommen ungeschwächt; das Roth, Orange, Gelb und Grün zwischen *C* und *E* mit ziemlich grosser Lichtstärke, endlich Dunkelgrün, Blau und Dunkelblau nur

1) Vergl. „Ueber das Verhalten des Chlorophylls zum Licht." Oekon. Fortschr. Nr. 3, 1871. Repertorium, VII. Bd., p. 73 ff.

2) Befremdlich erscheint eine Mittheilung von Herrn Prof. J. J. Müller in Freiburg über „das Grün der Blätter" in Pogg. Ann. Bd. CXLII, S. 615. Als Herr Müller „ein Handspectroscop gegen die Rückseite eines frischen Blattes richtete, dessen Vorderseite von der Sonne beschienen war, beobachtete er ein Spectrum, welches sich ohngefähr von *F* bis *B* erstreckte, aber auf dieser ganzen Strecke nicht eine Spur der dunkeln Absorptionsbänder zeigte, welche für das Chlorophyll so charakteristisch sind."

Der wahre Sachverhalt ist der oben im Text angegebene; das Grün der Blätter zeigt nicht nur die Absorption im Violett, sondern stets auch den charakteristischen dunkeln Streifen im Roth zwischen *B* und *C*.

Ich habe in dieser Hinsicht eine grosse Anzahl grüner Blätter aus den verschiedensten Pflanzenfamilien mittelst eines Steinheil'schen Spectroscops untersucht. Alle, Monocotylen und Dicotylen, Coniferen und Farne, Laub- und Lebermoose, jüngere und ältere, hell- und dunkelgrüne Blätter, zeigen sowohl im durchgegangenen



schwach bis etwa zur Mitte zwischen F und G; es enthält dagegen gar nicht oder nur äusserst schwach das Roth zwischen B und C, und ebensowenig das Dunkelblau und Violett von der Mitte zwischen F und G an.

Man kann sich leicht überzeugen, dass das von den Pflanzen zerstreut zurückgeworfene Licht in der That die hier angegebene Zusammensetzung hat. Es genügt, das Spaltrohr des Spectroscops in's Freie hinaus auf eine gut beleuchtete Baum- oder Strauchgruppe zu richten. Man sieht alsdann genau das nämliche Spectrum, welches oben für das durch ein Pflanzenblatt durchgegangene Licht beschrieben wurde; sowohl die Absorption im Violett als auch der dunkle Streifen im mittleren Roth sind auf diese Weise deutlich zu erkennen.

Es ist klar, dass nur die durch das Pflanzenblatt absorbirten, d. h. die von ihm verschluckten und zurückbehaltenen Strahlen in den Zellen chemische Arbeit verrichten können; zurückgestrahlt werden nur jene, welche zu solcher Arbeit nicht verwendet worden sind. Wir können daher auch sagen, dass das grüne von den Pflanzen zurückgestrahlte Licht eine Mischung ist aus jenen Strahlengattungen, welche die Pflanze zu ihrer Lebensthätigkeit nicht verwerthen kann und daher als unbrauchbar wegwirft.

Die Wirkung unserer Gläsercombination hinsichtlich der Pflanzen lässt sich jetzt leicht erklären. Von allen durch die Pflanzen zurückgestrahlten Lichtgattungen lässt das Glas nur das äusserste Roth

---

wie im reflektirten Licht den Absorptionsstreifen zwischen B und C als dicken dunkeln Balken. Die von Herrn Müller speciell namhaft gemachten Pflanzen machen hievon keine Ausnahme. Auch im Microspectroscop zeigt jedes einzelne Chlorophyllkorn den genannten dunkeln Streifen.

Der irrthümliche Befund des Herrn Müller lässt sich vielleicht in folgender Weise erklären. Das äusserste Roth, welches durch die grünen Blätter reichlich durchgeht und zurückgeworfen wird, wurde wegen des geringen Eindrucks, den es im Vergleich mit dem übrigen Roth, Orange, Gelb und Grün auf unser Auge macht, übersehen. Herr Müller sah daher nur ein continuirliches Spectrum, welches von F bis C (nicht bis B!) sich erstreckte. Nun waren aber in dem zur Beobachtung verwendeten Handspectroscop „die Linien D, C und B nicht deutlich erkennbar, so dass die Grenzen der Spectra auf der rothen Seite nur durch Schätzung bestimmt werden konnten.“ Bei dieser Schätzung scheint ein Fehler begangen, nämlich die Linie C für die Linie B genommen worden zu sein.

Eine richtige Abbildung des Spectrums des Grüns der Blätter von Herrn Hagenbach findet sich in Pogg. Ann. Bd. CXLI, Taf. II, Fig. 9.

reichlich und eine schmale Portion Gelbgrün spärlich durchgehen; die Pflanzen müssen daher eine aus viel Rubinroth und wenig Gelbgrün gemischte Nüance, welche wir oben „Corallenroth“ genannt haben, zeigen.

Der klare Himmel, dessen Licht die weniger brechbaren Strahlen spärlich, die brechbareren dagegen reichlich enthält, wird eine aus wenig Blaugrün und viel Blau gemischte cyanblaue Farbe zeigen. Die Wolken, wie alle weissen Gegenstände, welche das Sonnenlicht in unveränderter Mischung zurückwerfen, erscheinen in einer aus sämmtlichen von dem Glase durchgelassenen Lichtarten gemischten röthlich violetten Färbung. Grüne Pigmente, z. B. Schweinfurtergrün, Grünspan etc., welche die rothen Strahlen absorbiren und vorzugsweise Gelb, Grün und etwas Blau zurückwerfen, werden in einer aus viel Blaugrün und wenig Blau gemischten dunkelgrünen Farbe gesehen.

Die rothe Farbe, in welcher die Pflanzen durch das beschriebene Simmler'sche Erythrophytoscop betrachtet erscheinen, ist nicht ganz rein, indem sich ihr noch ein wenig Gelbgrün beimischt. Man kann diese Beimischung vermeiden, wenn man statt des gelben Glases ein hellrothes Ueberfangglas (Kupferoxydulglas) mit dem blauen Kobaltglas vereinigt. Ein solches Glas schwächt wie das Eisenoxydglas das Grün und Blau, zeigt aber gerade da, wo der helle gelbgrüne Streifen des Kobaltglases hinfällt, einen dunkeln Absorptionsstreifen. Diese neue Combination lässt also einerseits das äusserste Roth, andrerseits Blaugrün und Blau, dagegen kein Gelbgrün durch. Die Wirkung ist der des zuerst beschriebenen Erythrophytoscops ähnlich, nur noch brillanter. Die Pflanzen erscheinen in reinem leuchtendem Rubinroth, der Himmel tief violettblau, die Wolken in zartem Purpur.

Ueberhaupt wird jede gefärbte durchsichtige Substanz, oder jede Combination aus solchen, deren durchgelassenes Licht ein ähnliches Spectrum gibt wie das der genannten Gläsercombinationen, auch einen ähnlichen Effect hervorbringen wie diese. Eine Lösung von schwefelsaurem Indigo z. B. von geeigneter Concentration, in einen parallelwandigen Glastrog gebracht, wirkt für sich allein schon als Erythrophytoscop; nur erscheinen alle Farben durch beigemischtes Grün, welches durch die Indigolösung reichlich hindurchgeht, schmutzig und unrein. Auch eine Lösung von Chlorophyll mit einem blauen Kobaltglase combinirt, gibt eine ähnliche Wirkung.

Die schon von Herrn Simmler als falsch erkannte Meinung,

dass die durch die beschriebenen Apparate wahrgenommene rothe Färbung der Pflanzen von der Fluorescenz des Chlorophylls herrühre, muss entschieden verworfen werden. Das Fluorescenzlicht einer Chlorophylllösung entspricht seiner Brechbarkeit nach dem Spectralbezirk von B bis C, und würde sonach, wenn es vorhanden wäre, durch das Erythrophytoscop nicht durchgehen. Fluorescenzlicht ist aber gar nicht vorhanden, denn das feste Chlorophyll, so wie es in den Pflanzenblättern enthalten ist, fluorescirt überhaupt nicht.

Das Erythrophytoscop, indem es die Pflanzenwelt in's Abenteuerliche umfärbt und die übrigen Gegenstände mit gesättigteren Farben schmückt, beeinträchtigt nicht nur nicht, sondern erhöht noch die Anmuth der Landschaft. Wir wollen jetzt noch zwei andere Gläsercombinationen kennen lernen, welche zwar ihrer Einfärbigkeit wegen den Reiz des Landschaftsbildes vermindern, dafür aber das Verhalten des Blattgrüns zu verschiedenartigem rothem Licht in belehrender Weise zur Anschauung bringen.

Die Combination eines blauen Kobaltglases mit einem dunkelrothen Ueberfangglas (Rubinglas, Kupferoxydulglas) lässt nur das äusserste Roth vor B durch. Es werden daher alle Gegenstände durch dieselbe betrachtet heller oder dunkler rubinroth gesehen. Die Pflanzen, welche das äusserste Roth in reichlicher Menge ausstrahlen, erscheinen ausserordentlich hell.

Eine sonnenbeschienene Baumkrone erscheint so hell als eine weisse Wolke; das Blätterwerk, welches mit blossem Auge gesehen dunkel vom klaren Himmel absticht, zeichnet sich jetzt hell auf dunklem Grunde ab; der Rasen, welcher für das blosse Auge dunkler ist als der bekieste Weg, erscheint hell, der Kiesweg dunkel. Man erhält den für die malerische Wirkung freilich wenig günstigen Eindruck, als ob Rasen, Sträucher, Bäume weiss gepudert wären.

Wir wollen diese Gläsercombination, in oben angedeuteter Weise brillenartig gefasst, als Erythroscop bezeichnen.

Combinirt man ferner ein dunkelrothes nur für Roth und Orange bis D hin durchgängiges Rubinglas mit einem hellvioletten Glas, welches das äusserste Roth und das Orange dämpft, so geht durch beide Gläser zusammen nur das mittlere Roth in erheblicher Stärke durch. Die rothe Nüance dieser Combination ist von der der vorigen kaum zu unterscheiden. Himmel, Wolken, Häuser, Erdreich werden ganz ebenso gesehen wie durch das Erythroscop, die Pflanzen

dagegen erscheinen **dunkel**, fast schwarz. Der Grund dieser Erscheinung ist, dass das rothe Licht zwischen *B* und *C*, für welches das Glas vorzugsweise durchsichtig ist, von den Pflanzen kräftig absorbirt und nur spärlich zurückgestrahlt wird. Die Pflanzen müssten noch dunkler erscheinen, wenn es gelänge, auch noch die Antheile des Roth vor *B* und hinter *C*, welche immer noch, wenn auch schwächer, durch die Gläsercombination hindurchgehen, völlig zu beseitigen. Es gelang mir aber nicht, einen durchsichtigen Körper (oder eine Zusammenstellung solcher) aufzufinden, der gerade nur den Spectralbezirk von *B* bis *C* durchliesse. Die beschriebene Combination gibt jedoch immerhin eine befriedigende Leistung; wir wollen sie **Melanoscop** nennen.

Ein Blick durch diese „gefärbten Brillen" erläutert uns sonach eine wichtige Wahrheit: er zeigt uns den enormen Unterschied in dem Verhalten der Pflanzen zu dem äussersten Roth einerseits, und dem mittleren Roth andrerseits.

Das **Erythroscop** zeigt, dass das äusserste Roth vor *B* von den Pflanzen reichlich zurückgestrahlt wird und sonach in den Zellen nicht zur Verwendung gelangte.

Das **Melanoscop** dagegen zeigt, dass das mittlere Roth (zwischen *B* und *C*) von den Pflanzen verschluckt und zurückbehalten wird; gerade diese durch das Chlorophyll so überaus kräftig absorbirten und dabei mit hoher mechanischer Intensität ausgestatteten Strahlen aber sind es, welche die Assimilationsthätigkeit der Pflanze vorzugsweise anregen. [1])

---

1) Vgl. Oekonom. Fortschr. Nr. 3 (Märznummer), 1871.

Beschreibung des grossen Aequatoreals der Sternwarte zu Greenwich.

Von

G. B. Airy.

(Hiezu Tafel V bis XII.)

Fortsetzung von Seite 123.

Tafel VI.

Figg. 8, 9, 10, 11, 12 beziehen sich auf die Construction der Drehkuppel im Allgemeinen und sind in einem Maassstabe von 1 Zoll für 15 Fuss dargestellt. Figur 13 u. 14, welche die Bewegung der Kuppel auf ihren Kugeln zeigen, sind in $^1/_{10}$ nat. Grösse dargestellt. Figur 15 u. 15*, welche die Wirkung der Maschinerie darstellen, wodurch die Kuppel festgehalten wird, haben einen Maassstab von 1 Zoll auf 3 Fuss, und Figur 16 u. 17, welche den Mechanismus zeigen, durch welchen die Kuppel in Drehung versetzt wird, sind in dem gleichen Maassstabe dargestellt.

Die gleichen Bezeichnungsziffern zeigen auf allen Figuren dieser Tafel VI dieselben Theile.

1 in Figur 8 und in dem innerhalb derselben befindlichen Querschnitte ist die Rinne zum Auffangen der Regentropfen.

2 in den Figg. 8, 13, 14, 15, 15*, 17 ist die eiserne concave Rinne auf der Mauer, in welcher die Kugeln rollen, welche die umgekehrte eiserne Rinne an der beweglichen Kuppel tragen.

3 in Figg. 8, 9, 13, 14, 15, 15*, 16, 17 ist die an dem gleichen Gussstück mit 2 befindliche aufwärts gerichtete Verzahnung, in welche der an der Kuppel angebrachte Trieb 19 in Figur 17 eingreift.

4 in Figg. 9, 13, 14, 15, 15* ist der kreisförmige Ring, welcher die Basis der Kuppel bildet. Derselbe besteht aus drei Holzdicken, auf ihm stehen die Streben, deren Fuss in Figur 9 und deren Seiten

in Figur 11 u. 12 sichtbar sind. Theilweise sieht man sie in den Figg. 15, 15*, 16 u. 17.

Bei 5 in den Figg. 9 u. 10 befinden sich zwei starke Streben in grösserer Entfernung (3 Fuss im Lichten) denn die andern; sie bilden die Unterlage für die Enden der Hauptbalken, welche das flache Dach tragen, und es ist an ihnen die Maschinerie zur Drehung der Kuppel angebracht. Aus Figur 10 wird deutlich, dass dies die der verticalen Oeffnung der Kuppel entgegengesetzte Seite ist, so dass die den Drehungsmechanismus der Kuppel treibende Person stets den Theil des Himmels übersieht, nach welchem das Fernrohr gerichtet ist.

Bei 6 sind ebensolche Streben in der gleichen Entfernung; sie tragen die entgegengesetzten Enden der Hauptbalken, die verticale Klappe und die Maschinerie zum Oeffnen und Schliessen sowohl der verticalen als der horizontalen Klappen.

Bei 7, 7 befinden sich die gleichen Streben, die aber blos dazu dienen, die Enden der Hauptbalken zweiter Ordnung zu tragen.

Bei 8, 8, 8, 8 in Figur 9 sind die vier Puncte, an welchen der Apparat angebracht ist, welcher dazu dient, die Kuppel festzustellen und in den Figg. 15 u. 15* beschrieben wird.

9 in Figur 10 ist die Dachöffnung, die durch eine horizontale Klappe geschlossen wird; sie geht vom Rande der Kuppel bis etwa 1 Fuss 6 Zoll über das Centrum derselben hinaus.

10 ist ein breiter gezahnter Bogen, mittelst welches die Klappe bewegt wird. (Derselbe wird später, Figg. 22 u. 23, näher erklärt.)

Figg. 11 u. 12 sind perspectivische Ansichten des Kuppelgerüstes in verschiedenen Stadien der Vollendung. In Figur 11 sieht man den unteren Holzring mit den verticalen Streben, darüber den oberen Ring, der bei der Beobachtungsöffnung durchschnitten ist; ferner sieht man die beiden ganz durchlaufenden Hauptbalken, die Hauptbalken zweiter Ordnung, sowie das übrige Zimmerwerk, wie bei Figur 10. Bei Figur 12 ist schon ein Gitter von Bandeisen an der Aussenseite der Streben angebracht, ferner das geneigte Dach, das sich über dem in Figur 10 sichtbaren flachen Zimmerwerk ausbreitet, mit einer Einsenkung, in welche die Klappe der Dachöffnung einfällt. Ausserhalb des Gitters von Bandeisen ist der Cylinder der Kuppel ganz mit Planken von sehr dünnem Holze, die an den verticalen Streben befestigt sind, bedeckt und das Ganze aussen noch mit Tafeln von Zinkblech überzogen.

Figg. 13 u. 14 zeigen Durchschnitte des Mauerringes, des Kuppelringes und der Kugeln, auf welchen die Kuppel läuft, an verschiedenen Puncten der Kuppel.

11 ist der Eisenring der Kuppel, der im grössten Theile seines Umfanges dieselbe Krümmung hat wie 2, blos umgekehrt gerichtet. Der Krümmungsradius beträgt $4^1/_2$ Zoll.

12 ist ein 12 Fuss langer eiserner Bogen, dessen Mitte unter der Oeffnung 6 liegt. Es ist zu bemerken, dass durch die Unterbrechung des oberen Ringes der Kuppel und des ganzen eisernen Gitters sowohl als auch durch das beträchtliche Gewicht der Hauptstreben die Kuppel an diesem Theile schwächer ist, als an irgend einer andern Stelle; man war genöthigt, die Form zu ändern, je nachdem dieser Theil des Ringes von einer Eisenkugel getragen wurde oder nicht. Zur Abhülfe dieses Missstandes wurde der in 12 sichtbare starke eiserne Bogen angebracht; die Krümmung seiner Aushöhlung ist die gleiche wie die von 11.

13 ist eine der Kugeln von 6 Zoll im Durchmesser. Wäre die Kuppel vollkommen unbiegsam, so würden drei Kugeln zur Bewegung hinreichen; da aber diese vollständige Unveränderlichkeit der Form der Kuppel nicht vorhanden ist, so erschien es als das Beste, unter dieselbe so viele Kugeln zu bringen, als beständig in Wirksamkeit bleiben. Die schliesslich genommene Anzahl derselben ist sechs.

Figg. 15 u. 15* stellen den Mechanismus dar, der dazu dient, die Kuppel festzustellen, um bei starkem Winde allenfallsige Störungen zu verhindern.

14 ist ein Hebel, dessen Drehungspunct in einem kleinen Fortsatze des Kuppelringes 4 angebracht ist; sein oberes Ende ist etwas abgebogen und hat einen länglichen Schlitz, sein unteres Ende greift, wenn er in die Kuppel hineinsteht, in die Verzahnung 3 ein. Bei Figur 15 sieht man, wie das Hebelende in einen Zahn eingreift; bei Figur 15* berührt dasselbe keinen Zahn.

15 ist ein anderer Hebel, dessen Drehungspunct an der Seite einer verticalen Strebe befestigt ist und in dem Schlitze des Hebels 14 auf- und abgeführt wird.

16 u. 17 sind zwei an einer Kette befestigte Ringe; das eine Ende der Kette wirkt unmittelbar auf das Ende von 15 nach abwärts, während das andere Ende der Kette, die über eine Rolle geführt ist, dasselbe Ende von 15 nach aufwärts zieht. Hängt man nun, wie dies

Figur 15 zeigt, ein Gewicht an 16 an, so wird das Hebelende 15 abwärts gezogen und das untere Ende von 14 wird in die Verzahnung eingreifen. Greifen so die vier Systeme, die in Figur 9 mit 8, 8, 8, 8 bezeichnet sind, in die Verzahnung ein, so steht die Kuppel so fest, dass sie auch durch die heftigsten Stürme nicht bewegt wird. Hängt man, wie dies Figur 15* zeigt, das Gewicht in 17 ein, so wird das untere Ende von 14 aus der Verzahnung zurückgezogen, und wenn dies für alle vier Systeme stattfindet, so kann sich die Kuppel vollständig frei bewegen. Die Uebertragung des Gewichtes vom Ringe 16 auf den Ring 17 geschieht ganz leicht mittelst zweier an dem Gewichte angebrachter Haken.

Figg. 16 u. 17 stellen den Apparat dar, durch welchen der Kuppel eine drehende Bewegung ertheilt wird. Vergleicht man 5 in Figur 16 und 5 in Figur 9, so sieht man, dass dieser Apparat an der Seite der Kuppel angebracht ist, welche der verticalen Klappe gegenübersteht.

18, 18, 18, 18 ist das Gestell von Schmiedeisen, welches an den beiden Hauptstreben und den beiden daneben befindlichen Streben der Kuppel befestigt ist.

19 in Figur 17 ist das Getriebe, das mit dem Gestelle 18 verbunden ist und in die Verzahnung 3 eingreift; wird dasselbe gedreht, so wird auch die Kuppel in Drehung versetzt.

20 ist ein auf derselben Achse wie 19 befindliches conisches Rad, das aber mit 19 blos durch eine schleifende Verkuppelung verbunden ist.

21 ist ein conischer Trieb an einer verticalen Achse, die mit 18 verbunden ist; derselbe greift in 20 ein.

22 ist ein conisches Rad an dem unteren Ende der nämlichen verticalen Achse.

23 ist ein conischer Trieb an einer horizontalen Achse, der mittelst der Kurbel 24 gedreht wird.

25 ist ein anderes conisches Rad auf der gleichen Achse.

26 ist ein Trieb, welcher beliebig an 25 zum Eingriff gebracht werden kann und womit der Beobachter vom Beobachtungssessel aus mittelst eines langen an der Achse von 26 angebrachten Griffes die Kuppel in Drehung versetzen kann.

27 ist ein Sperrkegel, welcher in die Zähne von 25 eingelassen werden kann, um eine zufällige Unordnung im Räderwerke zu beseitigen.

28 ist ein Griff, womit die Kuppelung, die 19 mit 20 verbindet, beliebig bewegt werden kann, sowohl wenn es sich darum handelt, diese Verbindung herzustellen, als auch aufzuheben. Ist mittelst des Griffes 28 die Verbindung von 19 und 20 aufgehoben, so kann die Kuppel frei gedreht werden, dagegen nicht mittelst der Kurbel 24. Sind 19 und 20 mit einander verbunden, so kann die Kuppel nur mittelst der Kurbel 24 gedreht werden. Die Person, welche diese Kurbel dreht, muss mit der Bewegung der Kuppel herumgehen.

Tafel VII.

Diese Tafel bezieht sich auf den Mechanismus zum Oeffnen und Schliessen der verticalen Klappe an der Wand der Kuppel und der horizontalen Klappe auf ihrem Dache. Die Maschinerie von Beiden greift zwar einigermaassen in einander, doch beziehen sich die Figuren 18, 19, 20 u. 21 hauptsächlich auf die verticale Klappe, die Figuren 22 u. 23 vorzüglich auf die horizontale Klappe. Die Bezeichnungsziffern sind bis zu 13 (ausgenommen ist nur 1) dieselben, wie auf Tafel VI, die Ziffern 5, 7, 8, 11 sind weggelassen. Alle Figuren dieser Tafel sind im Maassstabe von 1 Zoll für 3 Fuss gezeichnet.

Figur 18 ist eine innere Ansicht der gehemmten Maschinerie auf geringe Höhe.

Figur 19 ist ein Querschnitt derselben

Figur 20 ist ein horizontaler Riss der Maschinerie der verticalen oder Wand-Klappe, wenn dieselbe geschlossen ist.

Figur 21 ist ein horizontaler Riss der gleichen Klappe, wenn sie geöffnet ist.

1 in Figg. 18 u. 19 ist der hölzerne Ring auf der Mauer der Kuppel.

2 in Figg. 18 u. 19 ist die eiserne Rinne, in welcher die Kugeln rollen. Sie ist in Figg. 20 u. 21 durch den Ring der Kuppel verdeckt.

3 in Figg. 18, 19, 20, 21 ist der mit einer Verzahnung versehene Ring. Die Zähne sind fortgelassen, um Confusion zu vermeiden.

4 in allen Figuren ist der hölzerne Ring der Kuppel.

6 ist die zwischen den beiden Hauptstreben befindliche Oeffnung, welche durch die verticale Klappe geschlossen werden kann.

12 in Figur 19 ist die eiserne Rinne an der Kurbel; es ist dies derjenige Theil der Kuppel, welcher durch einen eisernen Bogen verstärkt werden musste.

13 in Figg. 18 u. 19 ist eine der Kugeln, auf denen sich die Kuppel dreht.

14 in Figg. 18 u. 19 ist das an der Kuppel befestigte Gestell, welches die untere Rollenmaschinerie der Klappen trägt.

15 ist eine in geeigneter Höhe über dem Fussboden angebrachte Kurbel zum Oeffnen und Schliessen der verticalen Klappe.

16 ein conisches Rad an der Kurbel.

17 ein Sperrrad, welches in die Zähne von 16 einfällt, um zufällige Störungen zu vermeiden.

18 ein conisches Rad an einer verticalen Stange, an der auch 17 wirkt.

19 ein Zahnrad auf der gleichen Stange, welches auf die grossen durchbrochenen Räder 20 u. 21 einwirkt.

20, 21 sind zwei Stücke von durchbrochenen Zahnrädern, welche unmittelbar mit der Klappe 22 in Verbindung stehen. 20 ist an 22 befestigt, 21 steht mit 20 in der Weise in Verbindung, dass es gegen das Centrum von 20 hin so gedreht werden kann, dass es mit diesem einen completen Kreis, aber nicht mehr bildet; es kann aber erforderlichen Falles auch vom Centrum von 20 weg gedreht werden.

22 ist die verticale Klappe. In Figur 20 verschliesst sie die Oeffnung 6; in Figur 21 ist sie zurückgeschlagen und legt sich an die äussere Wand der Kuppel an. Diese Einrichtung bietet den Vortheil, dass dem Winde keine Fläche geboten wird, wodurch schliesslich eine Drehung der Kuppel verursacht werden könnte.

23 ist ein nach abwärts stehender Stift am Ende von 21.

24, 24 sind zwei schmale Eisenplatten, die eine Führung oder einen Kanal bilden, in welchem 21 gleiten kann.

Die Art der Bewegung, wodurch die Klappe geschlossen wird oder wodurch der Mechanismus aus der Lage von Figur 21 in die Lage von Figur 20 gebracht wird, ist nun die folgende. Mittelst der Kurbel 15, die auf 16 u. 18 wirkt, wird 19 in Bewegung versetzt. Die Verbindung von 21 mit 20 ist so fest, dass 21 bei der Einwirkung von 19 nicht entgleiten kann, und der Stift 23 wird zum Kanal zwischen 24, 24 hingeführt. Sowie die Verbindung von 20—21 unter 19 zu stehen kommt, tritt der Stift 23 in den Kanal ein. 19 wirkt nun auf den festen Bogen 20 und 21 kann durch den Zapfen 23 in 24, 24 geführt werden. Er beginnt sich langsam weiter zu bewegen und das gezahnte Rad nimmt schliesslich die in Figur 20 angezeigte Lage ein.

25 in Figur 18 ist die Kurbel, 26 das erste conische Rad, 27 das Sperrrad, 28 das zweite conische Rad und 29 die lange Stange zur Bewegung der horizontalen Drehklappe. 29 sieht man auch in Figur 22 und den Querschnitt von 29 in den Figuren 20 u. 21.

Figur 22 ist ein verticaler Querschnitt durch die Oeffnungen 6 u. 9, und Figur 23 ein verticaler Querschnitt senkrecht auf dem von Figur 22; er zeigt den Mechanismus zur Bewegung der Dachklappe.

30 ist ein conisches Rad an einer langen verticalen Stange 29, die man in Figur 18 sieht; dieses Rad greift in das conische Rad 31 ein, das mittelst einer langen Stange das kleine Rad 32 in Drehung versetzt. Letzteres Rad ist in Figur 22 verdeckt, dagegen in Figur 23 sichtbar.

10 ist der grosse Bogen, in welchen 32 eingreift; er ist mit der Klappe 33 fest verbunden.

33 ist die Klappe, welche nicht (wie 22) um 180°, sondern blos um 140° etwa drehbar ist. Ist die Klappe in eine Vertiefung am Dache eingesenkt, so ist sie dem Winde nicht ausgesetzt und kann auch vom Beobachter unten nicht gesehen werden. Es war also nicht nöthig, sie um 180° drehbar einzurichten, und konnte dadurch manche Complication der Maschinerie vermieden werden.

34 ist das Gegengewicht zur Balancirung des Gewichtes der Klappe.

Das Ende der horizontalen Klappe steht über die verticale Klappe vor, doch kann jede derselben unabhängig von der anderen geöffnet und geschlossen werden.

Tafel VIII.

Diese Tafel enthält die Figuren, welche das obere oder Nord-Ende und das untere oder Süd-Ende der Polarachsenaufstellung verdeutlichen. Alle sind in dem Maassstabe von 1 Zoll auf 2 Fuss gezeichnet.

Figg. 24, 25, 26, 27 beziehen sich ausschliesslich auf das untere Ende und Figur 24* auf einen kleinen in seiner Nähe befindlichen Apparat.[1]) Figur 24 ist eine Ansicht vertical nach abwärts, Figur 25 eine Ansicht in der zur Erdachse parallelen Richtung. Figg. 28, 29, 30 beziehen sich ausschliesslich auf das obere Ende.

1 ist die eiserne Grundplatte, die auf den grossen südlichen

1) Auf der Tafel ist das Sternchen übersehen worden, doch ergibt sich leicht, dass Figur 24* die kleine in der Mitte der Tafel befindliche Figur ist.



Steinpfeiler aufgesetzt ist. Einen Theil dieses Pfeilers sieht man auf Figur 26.

2, 2, 2, 2, 2 sind Höhlungen, in welche flüssiger Cement eingegossen wurde, um eine feste Verbindung des Eisens auf dem Steinpfeiler herzustellen.

3, 3 ist der obere Theil der eisernen Grundplatte, deren obere Fläche parallel dem Himmelsäquator steht.

4 ist die bewegliche Platte, welche das unmittelbare Lager des unteren Zapfens der Polarachse trägt.

5, 5, 5, 5 sind Adjustirungsschrauben für 4.

6, 6, 6, 6 sind Klemmschrauben für 4.

7 ist die Büchse, in welcher sich der untere Zapfen dreht; derselbe liegt jedoch nicht an der innern Fläche dieser Büchse an.

8 ist ein in 7 bewegliches Stück mit stählerner Oberfläche, auf welcher die Polarachse ihre eigentliche Führung hat.

9 ist eine Schraube zur schliesslichen Adjustirung.

10 eine Klemmschraube, um 8 festzustellen.

11, 11 der eiserne Zapfen des unteren Endes der Polarachse, welcher mit dem unteren Ende der Polaraufstellung in einem Stücke gegossen ist. In Figur 24 sieht man blos den Zapfen in seiner Projection auf den Aequatoreal- oder Stundenkreis; Figur 26 zeigt ihn im Durchschnitt mit dem Anschlusse an den Stundenkreis.

12, 12 sind die Lager für die Achsen der Frictionsrollen.

13, 13 sind die Frictionsrollen selbst.

14 ist der gezahnte Rand des grossen Aequatorealkreises; er trägt 720 Zähne, in welche die Schraube ohne Ende 33 eingreift.

15 ist der nach der Zeit getheilte Rand des Aequatorealkreises.

16 ist ein Microscop, das auf einem festen Pfeiler (einem Theile von 4) aufgesetzt ist und zum Ablesen der Theilung auf 15 dient. Wenn der Aequatorealkreis gut adjustirt ist und das Uhrwerk (das weiter unten beschrieben wird) den richtigen Gang hat, so liest man mit 16 an der Theilung immer Wahre Sternzeit ab.

17 ist ein anderer Limbus des Aequatorealkreises, der gleichfalls in Zeit getheilt ist.

18, 18 sind zwei Microscope, die an dem unteren Endrahmen der Polarachse zum Ablesen der Theilstriche von 17 angebracht sind. Sind alle Justirungen correct ausgeführt, so gibt das eine Microscop 18

die Gerade Aufsteigung, das andere Microscop die Gerade Aufsteigung des durch das Fernrohr betrachteten Objectes $+ 12^h$ an.

19 ist der gusseiserne untere Endrahmen der Polarachse.

20, 20, 20, 20, 20, 20 sind die Enden des Pfeilers des Rahmens parallel zur Erdachse, wovon später noch die Rede sein wird.

21, 21 sind Klemmschrauben zum Feststellen des Aequatorealkreises an die feine Bewegungsschraube (sie ist in diesen Figuren nicht angegeben), welche mit dem unteren Endrahmen der Polarachse verbunden ist. Ist diese Klemmung bewerkstelligt, so erfährt die Polarachse die gleiche Winkelbewegung wie der Aequatorealkreis; diese Bewegung stimmt genau mit der scheinbaren Umdrehung des Himmelsgewölbes überein. Mittelst der feinen Bewegungsschraube kann die Lage des Fernrohres gegen das Himmelsgewölbe etwas geändert werden, ohne irgend welche Verbindungen aufzuheben.

22, 22 sind Klemmen, durch welche der Aequatorealkreis und der untere Endrahmen der Polarachse miteinander verbunden werden können, ohne dass die feine Bewegungsschraube eingeschaltet wird. Wird diese Klemmung bewerkstelligt, so dreht sich die Polarachse mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit wie der Aequatorealkreis, allein ihre Position kann nicht durch die feine Bewegungsschraube geändert werden.

22* ist eine Klemme, die nur dann gebraucht wird, wenn das Uhrwerk nicht in Gang gesetzt ist. Sie fixirt den Aequatorealkreis und also auch, wenn 22 geklemmt ist, den Polarrahmen. (Der Aequatorealkreis kann auch gehalten werden, wiewohl weniger fest, wenn man die Schraube ohne Ende 33 in die Zähne von 14 einlegt, ohne sie zu drehen, und der untere Endrahmen kann mittelst der feinen Bewegungsschraube und 21 mit dem unteren Endrahmen in Verbindung gesetzt werden.) Die Klemmen 22 und 22* werden nur gebraucht, wenn Durchgänge in gerader Aufsteigung genommen werden sollen.

25 ist die verticale Stange des Uhrwerkes 12 auf Tafel V und wird später näher beschrieben. Sie dreht sich in einer Viertelsecunde Sternzeit um ihre Achse.

26 ist eine Schraube ohne Ende an 25, welche in 27 eingreift.

27 ist ein gezahntes Rad mit 480 Zähnen, welches durch das Uhrwerk, das auf 26 einwirkt, eine Umdrehung in 2 Minuten Sternzeit zurücklegt.

28, 28 sind die zwei Stützpuncte und 29 die Stange eines Hebels,

durch welchen die Schraube ohne Ende 26 in die Zähne von 27 hineingedrückt wird.

30 in Figur 27 ist der lange Arm dieses Hebels.

31 ist eine lange Stange mit Handhabe, womit ein in das Microscop 16 sehender Beobachter den Hebel führen kann. Zieht man an 31, so wird der Rahmen, welcher 25 führt, angezogen und 26 ist aus 27 ausgelöst. Hört man auf, an 31 zu ziehen, so wird 26 in 27 durch eine constant wirkende Feder eingedrückt.

32 ist die Achse der Rolle 27, sie trägt die grosse Schraube ohne Ende 33, die in die Verzahnung 14 des Stundenkreises eingreift. Die Gleichförmigkeit der Schraube 33 wurde sehr sorgfältig geprüft.

34, 34 sind die zwei Stützpuncte des Hebels, durch den die Schraube 33 in die Zähne an 14 eingedrückt wird.

35 ist der lange Arm dieses Hebels.

36 ist eine lange Stange mit Handhabe, womit ein in das Microscop 16 sehender Beobachter den Hebel führen kann. Zieht man an 36, so wird der Rahmen, welcher 32 führt, angezogen und 33 ist aus 14 ausgelöst. Hört man auf, an 36 zu ziehen, so wird 33 in 14 durch eine constant wirkende Feder eingedrückt.

37 ist eine kleine mit der Durchgangsuhr übereinstimmende Sternuhr, deren Regulirung später beschrieben wird. Sie hat ein Halbsecundenpendel, allein ihr Echappement ist dem eines Chronometers ähnlich, so dass sie blos ganze Secunden schlägt.

38 auf Figur 24 und 24* ist eine Kurbel zum Reguliren des Wasserhahnes der Uhr,

39 der Quadrant, auf den sie wirkt,

40 die Stange, welche mit dem Hebel des Uhrwerks 12 auf Tafel V in Verbindung steht.

Die noch übrigen Figuren 28, 29, 30 dieser Tafel beziehen sich auf den oberen Endrahmen der Polarachse.

41, 41 in den Figuren 28 und 29 ist der obere geneigte Theil des eisernen Ständers 28, 28 auf Tafel V Figur 4, 5, 7, welcher den Zapfen des oberen Endrahmens der Polarachse trägt.

42 ist der an 41 befestigte eiserne Rahmen, welcher die Frictionsrollen trägt.

43, 43 sind die beiden Frictionsrollen, auf welchen der Zapfen des oberen Endrahmens ruht und welche die Lage des Zapfens bestimmen.

44 in Figur 29 ist der Zapfen; er ist in Figur 28 weggelassen.

45 ist das Ende des Zapfens, welches etwas über 42 hereinsteht und so ein Abgleiten des Zapfens von seiner Unterlage verhütet.

46 ist der obere Endrahmen der Polarachse. Figur 30 zeigt, dass ein Theil des Ovals fehlt; wir werden später sehen, dass diese Einrichtung die Beobachtung von Objecten nördlich vom Himmelspole zulässt.

47, 47, 47, 47, 47, 47 sind die Enden der Pfeiler der Polarachse.

48, 48, 48 ist die Gasleitung, durch welche das Gas zum Polarrahmen und dem Fernrohr geführt wird. Sie geht an einem der Arme 41 entlang, dann zu einem Punct in der Verlängerung der Centralachse des Zapfens, wo sie durch ein kreisförmiges Gasleitungsgelenk mit der Leitung verbunden ist, die durch die centrale Bohrung des Zapfens 44 geht; dann geht sie an einer der Speichen des oberen Endrahmens entlang und von ihnen an einem der langen Pfeiler des Polarrahmens nach abwärts. Der Theil hinter dem Austritte aus der centralen Bohrung in 44 ist durch punctirte Linien in Figur 30 angezeigt; in Figur 29 ist dieser Theil dem Auge zugekehrt und erscheint also nur als Querschnitt der Röhre.

49 ist ein System von vier Federn für die galvanische Verbindung, wovon jede besonders isolirt ist und die mit den vier Leitungsdrähten verbunden sind, welche im letzten Theile der Beschreibung von 16 auf Tafel V erwähnt sind.

50 ist ein System von vier correspondirenden Ringen am Pfeiler, von denen jeder mit einer der Federn von 49 in Contact steht und jeder wieder gesondert isolirt ist. An diese vier Ringe sind vier Drähte gelöthet, welche an einem Pfeiler des Polarrahmens herab zu isolirten Federn gehen, die mit isolirten Ringen an der Polarachse in Verbindung stehen und von hier zum Ocular geleitet sind; zwei davon dienen zur Controle eines Chronometers, die beiden andern führen zum Taster des Registrirapparates.

Einige Röhren und Schrauben zum Einölen sind auf den Tafeln weggelassen.

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Ueber das Zunehmen des electrischen Widerstandes in Leitern bei Temperaturerhöhung und die Anwendung desselben zum Messen von gewöhnlichen und Ofen-Temperaturen, sowie über eine einfache Methode, electrische Widerstände zu messen.

Von

Carl Wilhelm Siemens.

(Dingler's Polytechnisches Journal. 1871. Erstes Juliheft.)

Der erste Theil dieser Abhandlung behandelt die Frage über das Verhältniss des Zunehmens des Widerstandes in metallischen Leitern bei Zunahme der Temperatur.

Die Nachforschungen von Arndtson, Dr. Werner Siemens und Dr. Matthiessen beschränken sich auf Temperaturen, welche zwischen dem Gefrier- und dem Siedepuncte des Wassers liegen und schliessen das Platin nicht in sich ein, welches das wichtigste Metall zur Verfertigung von pyrometrischen Instrumenten ist.

Es sind verschiedene Reihen von Beobachtungen an verschiedenen Metallen, einschliesslich des Platins, Kupfers und Eisens, gegeben, welche vom Gefrierpunct bis zu 350° Celsius reichen, sowie eine andere Reihe von Versuchen, durch welche diese Beobachtungen bis auf 1000° C. ausgedehnt werden. Diese Resultate sind in einem Diagramm dargestellt, welches ein Zunahmeverhältniss veranschaulicht, das weder mit der früheren Annahme eines gleichmässigen Zunehmens, noch mit Dr. Matthiessen's Formel (ausgenommen zwischen den engen Grenzen der wirklichen Beobachtungen des Letzteren) übereinstimmt, sondern in ein parabolisches Verhältniss übergeht, welches durch zwei andere, die lineare Expansion und den Minimum-Widerstand ausdrückende Coefficienten modificirt wird.

Wenn man ein dynamisches Gesetz annimmt, demzufolge der electrische Widerstand eines Leiters im Verhältnisse zu der Geschwindigkeit, mit welcher die Atome durch die Wärme in Bewegung gesetzt werden, zunimmt, so folgert daraus ein parabolisches Zunahmeverhältniss des Widerstandes bei Temperaturzunahme; wenn man ferner diesem die eben erwähnten Coefficienten hinzufügt, so wird der Widerstand r für eine jede Temperatur durch folgende allgemein anwendbare Formel ausgedrückt:

$$r = \alpha T^{\frac{1}{2}} + \beta T + \gamma,$$

welche so genau als möglich, sowohl mit den Versuchen bei niedrigen Temperaturen des Dr. Matthiessen, als mit den bis zu 1000° C. gehenden Versuchen des Verfassers übereinstimmt. Der Letztere gibt jedoch zu, dass es noch weiterer Untersuchungen bedarf, um die Grenzen festzustellen, innerhalb deren das durch diese Formel ausgedrückte Gesetz der Zunahme auf Leiter im Allgemeinen, und solche, die sich ihrem Schmelzpuncte nähern insbesondere, anwendbar ist.

Im zweiten Theile seiner Abhandlung zeigt der Verfasser, dass er, indem er sich den Umstand, dass der electrische Widerstand eines metallischen Leiters mit der Zunahme der Temperatur steigt, zu Nutze machte, ein Instrument erfunden hat, womit Temperaturen entfernter oder unzugänglicher Orte, einschliesslich des Inneren von Oefen, welche zu metallurgischen oder anderen Schmelzoperationen dienen, mit grosser Genauigkeit bestimmt werden können.

Behufs Messung von Temperaturen unter 100° C. ist der Apparat derart eingerichtet, dass zwei Spiralen von gleicher Beschaffenheit durch ein dünnes Kabel, welches drei isolirte Drähte enthält, verbunden sind. Eine von diesen Spiralen, die „Thermometer-Spirale", welche sorgfältig gegen Andrang von Feuchtigkeit geschützt ist, kann in die See hinabgelassen, in die Erde gegraben, oder an einem hochgelegenen oder unzugänglichen Platze, dessen Temperatur von Zeit zu Zeit bestimmt werden soll, angebracht werden, während die andere, die „Vergleichungs-Spirale", sich in einem mit Wasser gefüllten Gefässe befindet, dessen Temperatur durch Zusatz von kaltem oder warmem Wasser, oder von frierenden Mischungen so lange erniedrigt oder erhöht wird, bis man zwischen den Widerständen der beiden Spiralen das electrische Gleichgewicht wieder hergestellt hat, welches durch ein

Galvanometer, oder durch ein Differential-Voltameter (wie es im dritten Theile der Abhandlung beschrieben ist) bestimmt wird und durch Gleichheit der Temperatur in beiden Spiralen bedingt ist. Die Temperatur der Mischung in dem Gefässe wird hernach mit einem sehr genauen Quecksilber-Thermometer gemessen, welches nun zugleich die Temperatur des entfernten Platzes angibt.

Bei einer anderen Einrichtung ist die Vergleichs-Spirale weggelassen und die Temperatur der Thermometer-Spirale, deren Widerstand bei 0° C. bekannt ist, wird durch ein Differential-Voltameter bestimmt; die den Angaben des Instrumentes entsprechende Temperatur wird dann von einer, zu diesem Zwecke angefertigten Tabelle mit Vermeidung irgend welcher Berechnung abgelesen.

Beim Messen von Ofen-Temperaturen wird der das Pyrometer bildende Platindraht auf einen kleinen Porzellan-Cylinder gewunden, der sich in einem verschlossenen Eisen- oder Platin-Rohre befindet, welches der zu bestimmenden Hitze ausgesetzt wird. Wenn die Temperatur nicht über Rothglühhitze, d. h. 1000° C., geht, so kann man den eingeschlossenen Draht beständig in dem Ofen, dessen Temperatur von Zeit zu Zeit gemessen werden soll, lassen; hat man jedoch Temperaturen von über 1000° C. zu messen, so ist es am rathsamsten, das Rohr nur während eines gewissen Zeitraumes, z. B. 3 Minuten, der Hitze auszusetzen, was hinreichend ist, um das dünne Rohr und den darin befindlichen Draht innerhalb messbarer Grenzen auf die zu messende Temperatur zu erhitzen, jedoch nicht genügt, um den Porzellan-Cylinder, auf welchen der Draht gewunden ist, zu erweichen. Auf diese Art können Temperaturen, welche über den Schmelzpunct des Eisens hinausgehen und sich dem Schmelzpunct des Platins nähern, mit demselben Instrumente gemessen werden, mit welchem man geringe Unterschiede der gewöhnlichen Temperaturen bestimmt. So erhält man eine Thermometer-Scala, welche ohne Unterbrechung das ganze Feld der Temperaturen umfasst.

Die Leitungsdrähte zwischen der Thermometer-Spirale und dem Messinstrumente (welche unter Umständen mehrere Meilen lang sein dürften) würden einen bedeutend störenden Einfluss ausüben, wenn dies nicht durch den vorher erwähnten Leitungsdraht verhindert würde, welcher beiden Zweigen des Instrumentes gemein ist.

Andererseits könnten auch Irrthümer beim Gebrauch des electri-

schen Pyrometers dadurch vorkommen, dass der Porzellan-Cylinder, auf welchen der Draht gewunden ist, bei sehr hohen Temperaturen leitend würde; es ist jedoch nachgewiesen, dass von dieser Seite stammende Irrthümer von keiner Bedeutung sind.

Der dritte Theil der Abhandlung enthält die Beschreibung eines Instrumentes zum Messen von electrischen Widerständen ohne Anwendung einer Magnetnadel oder von Widerstandsrollen. Dasselbe besteht aus zwei, auf einer Scala angebrachten Voltametern, welche so mit einander verbunden sind, dass der Strom einer Batterie gleichmässig unter dieselben vertheilt wird, und von denen das eine einen bekannten und beständigen Widerstand, das andere aber den unbekannten, zu messenden Widerstand einschliesst. Da der Widerstand und die Polarisation gleich sind und die beiden Zweige eine gemeinschaftliche Batterie haben, so müssen die Wirkungen dieser unconstanten Elemente sich ausgleichen, wodurch ein Ausdruck für den unbekannten Widerstand X in den bekannten Widerständen C und γ des Voltameters, einschliesslich der Verbindungsdrähte und der Volume V und V_1 der in einem beliebigen Zeitraume in den Röhren entwickelten Gasquantitäten gefunden wird, nämlich:

$$X = \frac{V}{V_1}(C + \gamma) - \gamma.$$

Wechsel im atmosphärischen Drucke machen auf beide Seiten gleichen Eindruck und haben desshalb keinen Einfluss auf die Resultate. Eine Ablesung unter gleichem Druckverhältnisse wie das der herrschenden Atmosphäre wird erlangt, indem man die kleinen, angesäuertes Wasser enthaltenden Reservoirs bis auf das Niveau der Flüssigkeit der correspondirenden Röhre hinabschiebt. Die oberen Enden der Voltameter-Röhren werden durch kleine, von Gewichten herabgedrückte Gummikissen verschlossen; nach jedem Versuche werden jedoch diese Verschlüsse geöffnet und durch Hinaufschieben der Reservoire die Röhren von dem angesammelten Gase entleert und die Flüssigkeit wieder mit dem Nullpunct der Scala nivellirt, wodurch das Instrument für einen anderen Versuch bereit ist. Eine Reihe von Messungen zwischen 1 und 10,000 Einheiten sind gegeben, aus welchen hervorgeht, dass die Resultate höchstens $^1/_2$ Proc. von den Messungen derselben Widerstände mit einer Wheatstone'schen Brücke abweichen.

Die Vortheile dieses Apparates bestehen darin, dass er weder durch magnetische Einflüsse, noch, falls er auf der See angewandt wird, durch das Schwanken des Schiffes Störungen erleidet, ferner dass er von Personen gehandhabt werden kann, welche nicht mit dem Gebrauche electrischer Instrumente vertraut sind, und endlich seine höchst einfache Construction.

Dr. Theorell's selbstdruckender Meteorograph.

Im V. Bande des Repertoriums pag. 121 ff. wurde die Beschreibung und Abbildung des von Dr. Theorell erfundenen Meteorographen gegeben. Herr Dr. Theorell war seitdem unablässig bemüht, neue Verbesserungen an seinem Apparate anzubringen, und es ist ihm gelungen, nach seinen Plänen und Zeichnungen durch den ausgezeichneten Mechaniker Herrn Sörensen einen Meteorographen ausführen zu lassen, welcher die Angaben der meteorologischen Apparate sogleich in Zahlen und zwar gedruckt wiedergibt.

Gegenwärtig befindet sich dieser Apparat auf der Londoner Ausstellung. Einem Berichte darüber, welchen Herr Dr. Hildebrandson in Upsala an den Herrn Director Jelinek in Wien gesendet hat und der in der Oesterreichischen Meteorologischen Zeitschrift vom 1. Juli 1871 veröffentlicht ist, entnehmen wir Folgendes:

Die meteorologischen Beobachtungen werden durch diesen Apparat auf Papierstreifen gedruckt geliefert. Von den vier Spalten der Tafel gibt die erste die Stunden, die zweite die Temperatur, die dritte den Feuchtigkeitsgrad nach August's Methode, die vierte den Luftdruck. Dieser letztere ist in Millimetern gegeben, nur ist die erste Ziffer, welche immer 7 ist, unterdrückt. Die angewendeten Thermometer-Grade sind jene der 100theiligen Scala und negative Grade werden durch ihre Complemente zu 100 ausgedrückt.

Die Registrirung erfolgt mittelst electrischer Ströme, welche durch die Berührung zwischen dem Quecksilber in den verschiedenen meteorologischen Instrumenten und Stahldrähten, die sich in die Röhren dieser Instrumente herabsenken, geschlossen werden.

Diese Stahldrähte sind mittelst Hebel und dreier verticaler Schrauben jeder mit dem entsprechenden System von messingenen Rädchen in Verbindung, welche an ihrer Peripherie eingravirte Ziffern tragen, so dass eine Drehung der Räder eine nach auf- oder abwärts gerichtete Bewegung der Stahldrähte hervorruft, und dass der Punct der

Scala, bei welchem sich das untere Ende des Stahldrahtes befindet, nothwendigerweise mit jenem übereinstimmt, der durch die Zahl angezeigt wird, welche zu derselben Zeit am obersten Puncte des entsprechenden Rades erscheint.

Ein electro-magnetischer Motor setzt die drei an ihrem Umfange die Zahlen tragenden Rädersysteme, und zwar eines nach dem andern, in Bewegung, bis die zugehörigen Stahldrähte das Quecksilber in den entsprechenden meteorologischen Instrumenten erreicht haben, worauf der obenerwähnte electrische Strom die Bewegung augenblicklich hemmt, so dass in Folge dessen alle drei Stahldrähte in der Stellung stehen bleiben, wo sie mit ihren unteren Enden die Quecksilber-Oberfläche in dem betreffenden meteorologischen Instrumente berühren.

Die Zahlen, welche somit an den bezifferten Rädern an der höchsten Stelle erscheinen, sind genau jene, welche die Höhe des Quecksilbers im Barometer und den zwei Thermometern anzeigen, und nun wirkt derselbe electro-magnetische Motor auf einen Druckapparat, welcher, nachdem er etwas Farbe (Schwärze) auf die Typen gebracht hat, den früher erwähnten Papierstreifen gegen die Räder andrückt.

Wenn dies geschehen ist, dann werden die Stahldrähte neuerdings durch den Motor hinaufgezogen und diese Bewegung hört auf, sobald eine gewisse Entfernung von der Quecksilber-Oberfläche erreicht ist, wo sodann Alles für die nächste Beobachtung bereit ist.

Der Zwischenraum von einer Beobachtung zur nächsten beträgt eine Viertelstunde.

Wie man sieht, liefert der Apparat die Beobachtungen in einer solchen Form, in der sie unmittelbar und ohne weitere Modification von dem Meteorologen bei seiner Arbeit verwendet werden können.

Eine Reihe sehr zahlreicher und sehr sorgfältig angestellter Vergleichungen hat gezeigt, dass die Beobachtungen, welche mit Hilfe der bei diesem Apparate angewendeten Methoden registrirt werden, eine Genauigkeit besitzen, wie dieselbe gewöhnlich bei unmittelbarer Beobachtung erzielt wird.

Das Zinkgefäss, in welches die oberen Enden der Thermometer eingeschlossen sind, ist so luftdicht, dass man es für möglich gefunden hat, mittelst Aetzkali und Chlorcalcium die eingeschlossene Luft stets von Wasserdampf und Kohlensäure frei zu halten, eine Vorsicht, welche, wie man leicht begreift, in jedem Klima nothwendig ist, wo die Temperatur bis unter den Gefrierpunct herabsinken kann; allein es ist

ausserdem auch nothwendig, sowohl das Quecksilber als die Stahldrähte vor Oxydation zu schützen und auf diese Art den galvanischen Contact zu erhalten. Ein Meteorograph, bei welchem diese Construction angewendet ist, ist nun durch 2³/₄ Jahre an dem Observatorium zu Upsala in Gebrauch gewesen, wobei derselbe alle Stunden sechs Registrirungen ausgeführt hat, ohne merkliche Aenderung der Oberfläche sowohl des Quecksilbers als der Stahldrähte und ohne dass dadurch die freie Wirkung des Apparates oder dessen Genauigkeit in irgend einer Weise beeinflusst worden wäre, indem man fand, dass der Grad der Genauigkeit durch die ganze Zeit mit dem früher erwähnten übereinstimmte.

Da die Uhr, welche die Zeit der Registrirungen bestimmt, nicht aufgezogen zu werden braucht, indem das Instrument selbst die Spannung der Hauptfeder alle Viertelstunden wieder herstellt, so bleibt sie so lange in Gang, als die treibende Kraft, nämlich der electrische Strom, unterhalten wird, und da der angewendete Papierstreifen für volle drei Monate ausreicht, so ist es einleuchtend, dass dies der Zeitraum ist, innerhalb dessen das Instrument ganz sich selbst überlassen werden kann. Die weiter erforderliche Arbeit besteht in nichts Anderem, als das für die Registrirungen bestimmte Papier herauszunehmen, abzuschneiden, der Ordnung nach zusammenzuheften und durch einen anderen Streifen zu ersetzen. Man sieht auf diese Weise, dass dieser Apparat sehr wenig Zeit und Arbeit von Seite der Person, die mit dessen Instandhaltung beauftragt ist, in Anspruch nimmt.

Es beruht nur auf ganz speciellen Gründen, dass die Construction des Apparates bisher auf die Registrirung der Thermometer-, Psychrometer- und Barometer-Beobachtungen beschränkt wurde. Die Methode ist ebenso anwendbar auf Beobachtungen des Verlaufes anderer Erscheinungen, vorausgesetzt, dass sie sich durch einen Index anzeigen lassen, der die Anwendung eines galvanischen Contactes gestattet; sie ist daher für alle üblichen Arten meteorologischer Beobachtungen anwendbar und nichts steht im Wege, dass derselbe Apparat sie registrire und auf einer und derselben Tafel abdrucke.

Herr Hildebrandson hat die Güte gehabt, brieflich noch einige weitere Mittheilungen über den Meteorographen von Dr. Theorell hinzuzufügen. Wie schon Eingangs erwähnt wurde, befindet sich der Meteorograph gegenwärtig auf der Londoner Ausstellung. Derselbe ist zwar, so viel Hr. Dr. Theorell weiss, noch disponibel, jedoch

würde derselbe wünschen, ein neues und vollständigeres Exemplar auszuführen. In diesem Falle würde er einige nicht unwesentliche Verbesserungen anbringen. Die hauptsächlichsten dieser Verbesserungen würden darin bestehen, die Verbindung zwischen dem Registrir-Apparate und den Instrumenten (das Barometer ausgenommen) ganz und gar mittelst einer galvanischen Leitung herzustellen. Es wäre sodann nicht nöthig, besondere Vorrichtungen im Aufstellungs-Locale zu treffen. Der Apparat könnte in einem gewöhnlichen Zimmer auf einem gemauerten Pfeiler aufgestellt werden und die Thermometer könnten, soweit als dies überhaupt erforderlich erscheint, an einem geeigneten Orte placirt werden, und ebenso das Anemometer und der Regenmesser. Der Preis des gegenwärtigen, jetzt in London aufgestellten Instrumentes ist auf 350 Pfund Sterling (etwa 4400 fl. ö. W.) festgesetzt. Obgleich der Preis des neuen Apparates höher ist als jener des alten zu Upsala befindlichen, welcher 3000 schwedische Reichsthaler (oder 4200 Francs, etwa 2050 fl. ö. W.) kostete, so sind die Vorzüge des neuen Meteorographen solche, dass sie den Preis-Unterschied reichlich lohnen.

Nach einem neueren Schreiben des Hrn. Hildebrandson würde sich der Preis eines Theorell'schen Meteorographen, welcher nach den früher angegebenen Principien den Luftdruck, die Temperatur des trockenen und feuchten Thermometers, die Windesrichtung und Geschwindigkeit registriren, d. h. bereits in Zahlen gedruckt liefern würde, auf etwa 12000 Francs (loco Stockholm) stellen, wobei dieser Betrag als Preis-Maximum anzusehen und vielleicht eine Reduction desselben um 1000—2000 Francs durchzuführen wäre. Der eigentliche Registrir-Apparat würde in einem Kasten von etwa 1½ Fuss Länge und etwa 14 Zoll Breite Platz finden, könnte daher in jedem Arbeitszimmer aufgestellt werden. Auch die Registrirung der Regenmenge liesse sich einbeziehen, ohne dass der Apparat dadurch sehr vergrössert würde, jedoch würden die Kosten sich in Folge dessen um mehr als 1000 Francs erhöhen.

Hr. Hildebrandson spricht in Uebereinstimmung mit den Hrn. Professoren Ångström, Edlund und Hrn. Dr. Rubenson seine Ueberzeugung dahin aus, dass keiner der bekannten Meteorographen den neuen Apparat mit Druckvorrichtung an Genauigkeit übertrifft. Die Bequemlichkeit ist natürlich noch viel grösser, indem man nur die gedruckten Zahlen abzulesen braucht, um die beobachteten Werthe

zu erhalten. Schon die ersparte Arbeit zahlt den Preis-Unterschied mit Zinsen zurück.

Die Idee Theorell's, die Verbindung zwischen den Instrumenten und dem Registrir-Apparate nur mittelst galvanischer Leitungen herzustellen, ist eine sehr glückliche, und die Spitzbergen-Fahrer denken schon daran, meteorologische Instrumente auf Spitzbergen und den zugehörigen Registrir-Apparat in Norwegen aufzustellen.

Die Glasversilberung.

Von

Krippendorf in Aarau.

Bei Versuchen über neue Unterlagen für die Collodiumbilder ist der Verfasser auch auf die Bothe'sche Glasversilberung gestossen, und da er dabei mit mancherlei Schwierigkeiten zu kämpfen hatte, so findet er sich veranlasst, auf dieses Verfahren in einer für den Nichtchemiker mehr verständlichen Weise noch einmal zurückzukommen, um so mehr, als das photographische Laboratorium fast alle hierzu gehörigen Utensilien besitzt, und die neuen Erfahrungen wieder die Erfahrungen auf dem Gebiete der Photographie unterstützen. Er bemerkt dabei, dass die nachfolgende Methode nicht genau die des Hrn. Dr. Bothe, sondern derselben vom Hrn. Prof. Böttger in Frankfurt a. M. mit einigen Veränderungen nachgebildet ist.

Die Etiquetten der zur Glasversilberung erforderlichen Gläser lauten, wie folgt:

1) Seignettesalz, d. i. weinsaures Kali-Natron.

2) Seignettesalz-Lösung. 1 Gramm Seignettesalz auf 50 Gramme destillirtes Wasser.

3) Aetzammoniak-Lösung, 50 Cubiccentimeter.

4) Silbernitrat-Lösung, 1 : 8. Alte Silberbäder sind ebenfalls verwendbar. Ausserdem sind erforderlich:

5) Ein Kochfläschchen von ca. 1000 Cubiccentimeter Inhalt zur Reductionsflüssigkeit;

6) ein ganz gleiches Kochfläschchen zur Versilberungsflüssigkeit.

Mit Hülfe der angegebenen chemischen Ingredienzien werden nun die beiden Hauptflüssigkeiten, nämlich die Reductionsflüssigkeit (1) und die Versilberungsflüssigkeit (2), in den unter 5) und 6) bezeichneten Kochflaschen auf folgendem Wege dargestellt.

1) Die Reductionsflüssigkeit. 900 Cubiccentimeter (Gramme) destillirtes Wasser werden in dem unter 5 erwähnten Kolben mit

90 Cubiccentimetern der Seignettesalz-Lösung (2) gemischt, und die Mischung auf einem eisernen Oefchen oder Küchenherde in starkes Kochen gebracht. Mit dem Aufwallen der ganzen Flüssigkeit, wobei eine starke Dampfbildung stattfinden wird, tröpfelt man aus Flasche 4 20 Cubiccentimeter Silbernitrat-Lösung hinzu; man wird bemerken, dass die ganze Lösung sich schwärzt. Man lässt die Flüssigkeit noch ca. 10 Minuten heftig kochen und hat dann die fertige Reductionsflüssigkeit, in welcher sich eine neue Silberverbindung, das sogenannte „oxyweinsaure Silberoxyd", gebildet hat. Diese Flüssigkeit lässt sich beliebig lange aufbewahren, ja scheint durch das Alter noch zu gewinnen. Es verbleibt dieselbe in dem bezeichneten Kochfläschchen, welches zur Vermeidung empfindlicher Irrthümer mit 1 zu bezeichnen ist. Bei dem Gebrauche muss die Flüssigkeit selbstverständlich durch Fliesspapier filtrirt werden.

Bei seinen ersten Versuchen scheiterte der Verfasser in der Herstellung einer sicher wirkenden Reductionsflüssigkeit wahrscheinlich aus dem Grunde, dass er sich statt eines Kolbens einer flachen Schale bediente, in welcher die zum Kochen erforderliche Temperatur wegen der ziemlich hohen Lage von Aarau zu gering war, um das oxyweinsaure Silberoxyd gehörig zu bilden. Erst seit er sich eines Kolbens bediente, in welchem die Lösung eine höhere Wassersäule bildet, und es also einer höheren Temperatur bedarf, bis selbige in das Kochen geräth, sind seine Versilberungen mit Sicherheit gelungen.

2) Die Versilberungsflüssigkeit. Die von Dr. Bothe gegebene Vorschrift lautet: Salpetersaures Silberoxyd wird in Wasser gelöst und nach und nach so lange mit Ammoniakwasser versetzt, bis der entstandene braune Niederschlag fast vollständig wieder verschwunden ist, darauf die Flüssigkeit filtrirt und so weit mit Wasser verdünnt, dass auf 1 Grm. Silbersalz 100 Cubiccentimeter Lösung entstehen.

Für den Nichtchemiker empfiehlt der Verfasser folgende Formel: 900 Cubiccentimeter destillirtes Wasser werden mit 80 Cubiccentimetern der Silberlösung aus Nr. 4 (1 : 8) vermischt, und hierzu werden 100 Tropfen der Lösung von Aetzammoniak (3) gesetzt.

3) Der Versilberungsprocess. Gleiche Raumtheile der Flüssigkeiten 1 und 2 werden sorgfältig und einzeln filtrirt, hierauf in einer Cuvette zusammengegossen, und die gut geputzte Glasplatte eingebracht. Schon nach ca. 10 Minuten findet eine Zersetzung des Gemisches statt, indem sich unter Schwärzung desselben rein metallisches Silber auf

der Platte niederschlägt. Das Einbringen der Platte, sowie das Putzen derselben findet genau wie beim photographischen Processe statt, indem sonst unregelmässige Linien entstehen, oder ungleichmässige Silberablagerung stattfindet. Durch Wärme und directes Sonnenlicht wird der Process begünstigt, durch Kälte und Dunkelheit verzögert. Schliesslich wird die Platte wieder aus der Cuvette gehoben, mit reinem Wasser abgespült, getrocknet, lackirt und mit irgend einem schützenden Hintergrunde versehen. Was die Menge der zu verwendenden Flüssigkeiten anlangt, so darf man nicht zu haushälterisch verfahren und muss die Mischung auf der Platte 2 bis 3 Millimeter hoch stehen lassen. Verdünnt man die Flüssigkeiten mit Wasser oder verwendet man zu geringe Mengen, so wird die Silberschicht sehr dünn und durchscheinend. Als Lack kann man jeden Negativlack verwenden.

Die abgegossene Flüssigkeit enthält immer noch 50 bis 60 Procent der verwendeten Silbermenge; sie wird also filtrirt und das Silbersalz durch Zutröpfeln von Salzsäure als Chlorsilber ausgefällt.

Hohlgläser, z. B. Reagensgläser, werden versilbert, indem man sie einfach mit den Lösungen 1 und 2 in der angegebenen Weise anfüllt und stehen lässt.[1])

Zur Versilberung der inneren Fläche grosser Glaskugeln wird man nur kleine Mengen auf einmal eingiessen, damit die Innenseite gleichmässig benetzen, und so lange drehen, bis die erste dünne Silberschicht entstanden ist. Nach einer zwei- oder dreimaligen Wiederholung dieses Verfahrens hat man mit wenig Kosten eine grosse Glaskugel versilbert, welche das Atelier nicht blos ziert, sondern auch bei der Beleuchtung der Person die Stelle des Spiegels vertreten kann.

4) Die Zukunft der Silberspiegel. Die einfache und leichte Darstellung der Silberspiegel führt von selbst auf den Gedanken, solche in grösserer Menge geschäftsmässig herzustellen. Es leiden aber alle diese Spiegel an dem gemeinsamen Fehler, dass sie ein mehr gelbliches Bild erzeugen und deswegen mit den Quecksilberspiegeln nicht concurriren können; auch dürfte dieser Fehler, weil er in der Natur des Silbers liegt, schwerlich je zu vermeiden sein. Der Versuch, Spiegel

1) Durch heftiges Schütteln haben wir beim Versilbern von Hohlgefässen durchweg schönere Schichten entstehen sehen, als beim Stehenlassen. Auch braucht man bei diesem Verfahren viel weniger Flüssigkeit.

Die Red. des photographischen Archivs.

mit ganz dünner Silberschicht nachträglich galvanoplastisch zu verkupfern, zu versilbern, zu vergolden, ist von dem Verfasser mit allen möglichen Modificationen angestellt worden, ohne dass er je zu einem befriedigenden Resultate gelangt wäre. Doch liegt nach dieser Richtung wenigstens die Möglichkeit, selbst die Wahrscheinlichkeit vor, dieses schöne Verfahren noch weiter auszubilden. Als Unterlage für Collodiumbilder werden die chemisch erzeugten Silberschichten nur eine untergeordnete Bedeutung haben, indem das Kreidepapier bis jetzt noch unerreicht ist. Dagegen können die Versilberungsflüssigkeiten 1 und 2 möglicher Weise auch zur Verstärkung des Negativbildes dienen. (Photographisches Archiv, 1871 S. 22.)

Kleinere Mittheilungen.

Veränderungen der Micrometerapparate an Fernrohren und Microscopen.

Von E. Weiss.

Herr Prof. Dr. Weiss überreichte der Wiener Academie eine Abhandlung, deren Ergebnisse sich in folgenden Worten zusammenfassen lassen:

Die Micrometerapparate der Fernrohre und Microscope besitzen trotz sorgfältiger Adjustirung nicht immer jene Stabilität und Unveränderlichkeit, welche anzunehmen man sich bisher für berechtigt hielt, sondern sie besitzen zuweilen, wenn man so sagen darf, zwei verschiedene Ruhelagen. Aus bisher noch nicht näher bekannten Ursachen kann ein sprungweiser Uebergang aus der einen dieser Lagen in die andere eintreten, ohne dass die übrigen Reductionselemente des Instrumentes merklich davon afficirt werden. Nach längerer oder kürzerer Zeit kann eine ebenso sprungweise Rückkehr in die frühere Position stattfinden.

Solche sprungweise Verschiebungen sind in der Abhandlung auch bei einigen anerkannt vorzüglichen Instrumenten nachgewiesen, wie beim Leidener und Königsberger Meridiankreise. Sie kommen übrigens wahrscheinlich viel häufiger vor, als man vermuthen sollte, und sind wohl nur deshalb so lange verborgen geblieben, weil man an deren Möglichkeit gar nicht dachte. Es wird nämlich wohl schon jeder, der sich mit Messungen irgend welcher Art befasst, die Erfahrung gemacht haben, dass hin und wieder einzelne Beobachtungen, ja selbst ganze Reihen, von den benachbarten Beobachtungen in einem gewissen Sinne abweichen, ohne dass man einen Grund hiefür anzugeben wüsste. Sind diese Abweichungen für Beobachtungsfehler zu bedeutend, so bleibt nichts übrig, als derartige Beobachtungen als „verfehlte" wegzuwerfen. Solche Vorkommnisse liegen gewiss zum Theil in sprungweisen Aenderungen der Reductionselemente des Instrumentes. Sind jedoch diese Sprünge von geringerer Grösse, und dieser Fall dürfte der häufigere

sein, so wird man die Beobachtungen, die damit behaftet sind, nicht ohne weiteres als „verfehlte" weglassen können, sondern beibehalten müssen, und ihnen höchstens ein geringeres Gewicht zutheilen. Der Erfolg hievon ist, dass die Endresultate mehrerer Beobachtungsreihen nicht so gut mit einander harmoniren werden, als man aus der Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen unter einander zu erwarten berechtigt wäre. Auch dies ist eine wohl bekannte Thatsache, die man constanten Fehlern zuschreibt, und eine solche Fehlerquelle bilden wohl häufig sprungweise Aenderungen einzelner Reductionselemente des Instrumentes. (Wiener Acad. Anzeiger, 1871, Nr. XVII.)

Gefärbte Gelatineblättchen als Objecte für das Spectroscop.

Von Prof. Lommel.

Um bei der Demonstration der Absorptionserscheinungen löslicher Farbstoffe die Umständlichkeit der Anwendung von Lösungen in Glasgefässen zu vermeiden, gebrauche ich Gelatineblättchen, welche mit den betreffenden Farbstoffen gefärbt sind. Dieselben werden, um sie vor Abnutzung, Luft und Staub zu schützen, zwischen zwei farblose Glasplättchen gefasst, und erweisen sich selbst bei empfindlichen Farbstoffen als vollkommen haltbar. Man kann sich auf diese Weise eine compendiöse Sammlung der verschiedensten Farbstoffe anlegen, welche zur Demonstration stets zur Hand sind, sei es, dass man das Absorptionsspectrum objectiv entwerfen, oder mittelst des Spectrocops subjectiv beobachten will. Man ist damit z. B. jederzeit im Stande, die Veränderungen vorzuzeigen, welche das Spectrum des Blutfarbstoffs durch verschiedene Agentien erfährt, ohne die zeitraubenden Operationen mit frischem Blute anstellen zu müssen.

Die Aenderungen des Absorptionsspectrums für immer dickere Schichten des farbigen Mittels lassen sich rasch und bequem darstellen, indem man eine immer grössere Anzahl von Gelatineblättchen gleicher Dicke und gleich intensiver Färbung auf einander schichtet. Die Erscheinungen einer keilförmigen Schicht kann man nachahmen, indem man eine grössere Anzahl schwach gefärbter Blättchen treppenartig über einander legt.

Die Herstellung völlig homogener und durchsichtiger Gelatineblättchen gelingt selbst mit Farbstoffen, welche zwar in Alcohol, nicht

aber in Wasser, löslich sind, wie z. B. Anilinfarben und Chlorophyll. Die Chlorophyllgelatine gibt jedoch nicht das Spectrum der alcoholischen Chlorophylllösung, welche zur Färbung der wässerigen Gelatinelösung verwendet wurde, sondern dasjenige des festen Chlorophylls, wie es lebende Pflanzenblätter im durchfallenden Lichte zeigen. Bei andern Farbstoffen habe ich einen solchen Unterschied im Spectrum des in der Gelatine fest gewordenen Farbstoffs gegenüber seiner Lösung nicht bemerken können.

Notiz über den Gebrauch des pneumatischen Feuerzeugs.

Von Dr. Krebs in Wiesbaden.

Das pneumatische Feuerzeug, welches seit der Aufstellung der mechanischen Wärmetheorie eine erhöhte Bedeutung erlangt hat, ist, wenn man Zunder mit demselben anstecken will, für weniger muskelstarke Experimentatoren kein absolut zuverlässiger Apparat. Bei weitem besser schon geht es, wenn man nach dem Vorgang von Tyndall ein mit Schwefelkohlenstoff getränktes Stück Baumwolle in den Cylinder wirft, dasselbe alsbald wieder entfernt und nun den Kolben in den Cylinder eintreibt. Wenn man auch nicht im Stande ist, den Kolben sehr tief einzustossen, so entzündet sich doch der Schwefelkohlenstoff und verbrennt mit mattweisslichem Licht. Doch aber ist das Inbrandsetzen des Zunders, namentlich für jüngere Schüler oder bei populären Vorträgen vor dem grossen Publicum, bei weitem instructiver: der Zunder ist Jedermann bekannt, gibt einen helleren, mehr röthlichen Lichtblitz und, was die Hauptsache ist, er brennt auch nach dem Herausziehen des Kolbens aus dem Cylinder noch fort. Dafür muss man aber auch den Kolben tiefer einstossen und dies erfordert immerhin einige Kraft. Aber auch schwächere Personen werden mit dem Versuche sicher zu Stande kommen, wenn sie sich eines sogleich zu erwähnenden, höchst einfachen Kunstgriffes bedienen. Man setze das pneumatische Feuerzeug auf dem Sitz eines Stuhles auf, führe den mit einem Stück Zunder versehenen Kolben etwa $1/2''$ tief in den Cylinder, lege beide Hände übereinander auf den Griff der Kolbenstange und drücke nun den Kolben einwärts, indem man sich dabei mit der Brust gewissermaassen auf den Apparat fallen lässt. Der Versuch gelingt sicher, auch ohne dass man grosse Anstrengungen

macht. Selbstverständlich muss man sich bemühen, möglichst vertical zu stossen. Endigt das Feuerzeug, wie dies gewöhnlich der Fall ist, unten in eine hölzerne Kugel, so kann man sich gegen die Nachtheile eines etwa minder sorgfältigen Stossens (Zerbrechen oder Ausgleiten des Apparates) leicht schützen; man legt ein dickes Brett, welches eine halbkugelige Aushöhlung besitzt, auf den Stuhlsitz und setzt die Kugel des Feuerzeugs in die Höhlung des Brettes: der Apparat kann sich dann der Richtung des Stosses, ohne auszugleiten, anbequemen.

Das Sauerstofflicht im Physikalischen Hörsaale.

(Hiezu Tafel XIV.)

Als im vorigen Jahre im Schilling'schen Gas-Journale die Methoden zur Sauerstoffbeleuchtung nach Tessié du Motay und Philipps besprochen wurden, liess sich mein College Herr Dr. A. Wagner dahier ein paar ganz einfache Vorrichtungen herstellen, um daran die Sache näher zu studiren. Die Methode von Philipps[1]) erwies sich als ungemein einfach und zeigte ein so schönes Licht, dass ich damals sogleich beschloss, dasselbe anstatt des Drummond'schen Kalklichtes bei meinen Vorlesungen zu benützen. Nach wenigen Vorversuchen bin ich im Besitze einer Einrichtung, welche ein intensives Licht gibt, das dem Kalklichte in keiner Weise nachsteht, dagegen den Vortheil bietet, dass man nicht mehr mit dem immerhin gefährlichen Knallgase zu operiren hat.

Die Lampe *L* (Tafel XIV Fig. 1) ist eine Petroleumlampe, deren Oelgefäss *C* mit einer gesättigten Lösung von Naphtalin in Petroleum gefüllt wird. Innerhalb des Rundbrenners *N* steigt, wie dies Figur 2 in natürlicher Grösse zeigt, ein enges Röhrchen *v* in die Höhe, das oben einen Ansatz mit radialen conischen Löchern *w* trägt, aus welchen der Sauerstoff ausströmen kann. Das Röhrchen *v* ist bei *m* (Figur 1) mittelst eines Kautschukschlauches *S'S'* mit dem Gasometer verbunden. Zündet man den Docht der Lampe *L* an, so hat man eine sehr stark russende Flamme; leitet man nun aber den Sauerstoff durch diese Flamme hindurch, so erhält man einen prächtigen Lichtstern.

Die Lampe ist mit einem metallenen Reflector *M* versehen und

1) Vergleiche dessen Schrift: „Der Sauerstoff; Verbrennen, Darstellung und Benützung desselben zu Beleuchtungszwecken." Berlin 1871.



kann in einen schwarzen Holzkasten gestellt werden, welcher der Flamme gegenüber einen Ansatz trägt, an welchem verschiedene Diaphragmen, ein Spalt, Linsen etc. angebracht werden können.

Der von mir verwendete Gasometer *G* ist, wie dies durch die punctirten Linien in der Figur angezeigt ist, um Wasser zu ersparen, gefüttert; die bewegliche Glocke trägt oben ein sogenanntes *T*Stück mit den beiden Hähnen *h* und *h'*. Das Gegengewicht *A* kann beliebig vermindert werden, da es aus mehreren über einander gelegten Stücken besteht. Der Hahn *h'* steht mit der Lampe *L*, der Hahn *h* mit der gusseisernen Retorte *R* in Verbindung, in welcher der Sauerstoff bereitet wird. Den Sauerstoff stellt man am bequemsten aus chlorsaurem Kali dar, das in der Retorte *R* erhitzt wird. Es ist zweckmässig, bei *F* noch ein Verlängerungsrohr anzubringen, damit die Wärme nicht bis zum Kautschukschlauch *SS* vorgeht. Die ganze Operation der Sauerstoffbereitung soll möglichst langsam ausgeführt werden, da bei einigermaassen zu starker Erhitzung das chlorsaure Kali mit fortgerissen wird.

In jedem Laboratorium ist ohnedies ein Gasometer vorhanden und die Darstellung des Sauerstoffes in der angegebenen Weise bietet gar keine Schwierigkeiten dar; der Preis der Lampe sammt Reflector beläuft sich auf 13 fl., so dass die Herstellung dieses schönen Lichtes mit ganz geringen Kosten verbunden ist. Carl.

Hornstein. Ueber die Abhängigkeit des Erdmagnetismus von der Rotation der Sonne.

Herr Director Hornstein in Prag hat unter diesem Titel der Wiener Academie eine Abhandlung übergeben, in welcher nachgewiesen wird, dass die Aenderungen jedes der drei Elemente der erdmagnetischen Kraft: Declination, Inclination und horizontale Intensität, eine Periode von $26\frac{1}{3}$ Tagen andeuten. Die periodische Veränderung der Declination für Prag beträgt (1870):

$$0',705 \sin (x + 190^\circ 20'),$$

wo $x = 0$ ist am 0. Januar 1870 und $x = 360^\circ$ am 0. Januar 1871. Für Wien ist diese Oscillation noch etwas grösser. Die Oscillation der Inclination (1870) ist nahe $\frac{1}{3}$ von jener der Declination; jene der Intensität nahe 24 Einheiten der 4. Decimale. Professor Horn-

stein hält diese periodischen Veränderungen des Erdmagnetismus für eine Wirkung der in Rotation begriffenen Sonne und findet im Mittel aus mehreren Bestimmungen als die Dauer der Periode 26,33 Tage. Diese Zahl kann daher als das Resultat eines ersten Versuches, die synodische Rotationszeit der Sonne mit Hilfe der Magnetnadel zu bestimmen, betrachtet werden. Die wahre Rotationszeit der Sonne ergibt sich hieraus = 24,55 Tage, also fast genau übereinstimmend mit dem Werthe, welcher für die Rotationszeit der Sonnenflecke in der Aequatorealzone der Sonne aus astronomischen Beobachtungen gefunden wurde (nach Spörer 24,541 Tage).

(Wiener Acad. Anzeiger, 1871, Nr. XVI.)

Monatliche Resultate der magnetischen Declination und absoluten Horizontal-Intensität in München für die Jahre 1869 und 1870.

(Aus den monatlichen Mittheilungen der Münchener Sternwarte.)

	1869.		1870.	
	Declination.	Intensität.	Declination.	Intensität.
Januar	13° 35′,91	2,0019	13° 29′,08	2,0039
Februar	35,08	2,0033	28,37	2,0053
März	34,42	2,0039	28,09	2,0049
April	33,44	2,0027	27,09	2,0051
Mai	32,83	2,0030	25,87	2,0062
Juni	32,60	2,0043	24,63	2,0059
Juli	31,73	2,0045	24,15	2,0064
August	31,62	2,0042	23,28	2,0042
September	31,09	2,0021	22,41	2,0027
October	30,72	2,0027	22,76	2,0039
November	29,71	2,0027	22,99	2,0046
December	29,53	2,0027	22,75	2,0076

Die jährlichen Mittel sind:

Declination . . 1869 = 13° 32′,39 . . . 1870 = 13° 25′,12.
Intensität . . . 1869 = 2,0033 . . . . . 1870 = 2,0051.

Im Mittel hat seit 1860 die jährliche Abnahme der Declination 7′,22 und die jährliche Zunahme der Intensität 0,0028 betragen.

Das Spectrum des electrischen Funkens.

Vor Kurzem kam ich zufällig dazu, das Spectrum des electrischen Funkens der Influenzelectrisirmaschine näher zu betrachten. Da sich die Hilfsmittel für diese brillante Erscheinung in jedem mässig ausgerüsteten Cabinete vorfinden, so halte ich es für zweckmässig, hier besonders darauf aufmerksam zu machen.

Ich benützte zur Herstellung des Funkens eine 20zöllige Influenz-Electrisirmaschine und beobachtete an einem Spectralapparate, der mit einem Prisma von dem starkzerstreuenden Flintglase aus dem Fraunhofer'schen optischen Institute des Herrn S. Merz [1]) versehen war. Der Spalt des Apparates war vor den Conductorkugeln der Electrisirmaschine placirt und letztere so gestellt, dass der Weg des Funkens vertical, also parallel mit dem Spalte stand.

Lässt man durch einen Gehilfen die Maschine, auf welche ein Röhrencondensator aufgesetzt ist, in Thätigkeit erhalten, so beobachtet man im Spectralapparate ein continuirliches Farbenspectrum, aus welchem eine ziemlich grosse Anzahl sehr heller Linien und breiter Streifen hervortreten. Einige dieser Linien sind besonders ausgezeichnet und zwar: 2 im Roth, 1 im Orange, 1 im Gelb, 2 im Grün, 1 im Indigo (sehr breit). Für diese sieben hellen Streifen habe ich die relativen Abstände an der Millimeterscala des Spectralapparates annähernd bestimmt:

Roth I.	80	Scalentheile,
II.	83	"
Orange	120	"
Gelb	185	"
Grün I.	270	"
II.	313	"
Blau	420	"

Beobachtet man das Spectrum der Entladung ohne eingeschalteten Condensator, so wird die Erscheinung eine ganz andere. Ich will auf dieselbe nicht weiter eingehen, da sie im Allgemeinen bekannt ist; meine Absicht war, wie gesagt, blos die, darauf aufmerksam zu machen, dass die hierher gehörigen Erscheinungen mit den gewöhnlichen Hilfsmitteln des Laboratoriums leicht beobachtet werden können. C.

---

1) Repertorium Bd. IV. p. 362.

Regnault's Neues Manometer.

(Hiezu Tafel XIX Fig. 4.)

Im XXXI. Bande der Mémoires de l'Académie des Sciences à Paris p. 580 hat Regnault ein neues Gasmanometer beschrieben, welches die höchsten Drucke mit grosser Genauigkeit und constanter Empfindlichkeit zu messen gestattet. Dieses Manometer gestattet so oft man will die Genauigkeit zu verificiren, es ist nicht kostspielig und leicht überall aufzustellen.

Figur 4 Tafel XIX zeigt den ganzen Apparat. Er besteht aus einem Messingrohre AB von 5 Millimeter innerem Durchmesser mit dicken Wänden, damit es sehr hohen Drucken Widerstand leisten kann, ohne an Capacität eine merkliche Zunahme zu erfahren. Oben ist dieses Rohr mit einem Dreiweghahne R versehen, der in einem Tubulus C ausläuft, vermittelst welches man ihn mit dem Reservoir in Verbindung setzen kann, welches die comprimirte Luft enthält, deren Spannkraft man zu kennen wünscht. Der Hahn R steht durch einen seitlichen Tubulus mit einem zweiten Hahne R' in Verbindung, den man durch einen zweiten Tubulus mit der weiten Röhre DE eines Manometers $DEGF$ verbindet, das aus der Figur hinreichend deutlich ist.

Die Röhre DE hat 20 Millimeter inneren Durchmesser, die Röhre GF hat einen Durchmesser von 13—15 Millimeter. Beide Röhren sind so gerade und cylindrisch als möglich genommen, eine jede von ihnen ist mit einer Millimetertheilung versehen. Sie stehen mit einander durch einen Dreiweghahn R'' in Verbindung und sind in die gusseisernen Tubuli des Hahnes eingekittet, wie man aus der Figur deutlich ersieht.

Das Stück mit dem Hahne R'', welches das Manometer trägt, ist mittelst Schrauben und Mennigkitt an der kreisförmigen, gusseisernen Platte HI befestigt, welche auf einen metallenen, mit Stellschrauben

versehenen Dreifuss aufgesetzt ist. Eine ringförmige Scheibe KL aus Gusseisen kann mittelst Schrauben und Mennigkitt auf der Platte HI befestigt werden. Diese Scheibe hat oben einen ringförmigen Canal von 2 Centimeter Tiefe und 2—3 Centimeter Breite. In diesen Canal ist ein Glascylinder hermetisch eingesetzt. Es wird zu diesem Behufe der Canal mit geschmolzenem Harzkitt gefüllt und der Glascylinder $MNN'M'$ hineingestellt. Die Scheibe KL sammt dem Cylinder darf auf dem Dreifusse erst dann befestigt werden, wenn der manometrische Apparat vollständig adjustirt ist.

Die Glasröhren des Manometers müssen genau vertical stehen; man kann dies leicht bei der Aufstellung der Röhren bewerkstelligen, so lange der Kitt in den Fassungen noch weich ist. Man rectificirt dann die verticale Lage mit Hülfe der Stellschrauben des Dreifusses.

In der Figur 4 steht das Metallrohr AB in der Ebene der beiden Manometerröhren. Es wurde dies so gezeichnet, um den Apparat leichter verständlich zu machen, aber in Wirklichkeit steht das Rohr AB hinter dem Manometer. Ebenso stehen auch die mit Hähnen versehenen Metallstücke in einer Richtung, die senkrecht auf der in der Figur angegebenen ist.

Man operirt nun mit dem Apparate in folgender Weise.

Der Cylinder wird mit Wasser von der Temperatur der Umgebung gefüllt; ein Thermometer zeigt seine constante Temperatur t an. Die Hähne R und R' stehen in der durch Figur 4 angezeigten Lage. Man giesst Quecksilber in die Röhre FG, bis die Röhre DE vollständig gefüllt ist, d. h. bis das Quecksilber aus dem Tubulus O ausfliesst.

Bei der Stellung (Fig. 4) des Hahnes R enthält die Röhre AB trockene Luft mit der Temperatur t und unter dem gleichen Drucke wie das Gefäss. Man gibt nun dem Hahne R die Stellung, wie sie die linksstehende Nebenfigur darstellt. Die Luft in der Röhre AB wird so isolirt, und wenn man dabei den Hahn R' langsam in die durch die Nebenfigur dargestellte Lage bringt, so geht die Luft aus der Röhre AB in das weite Rohr DE über. Man öffnet gleichzeitig den Hahn R'', wodurch das Quecksilber ausfliesst und verhindert wird, dass der Druck im Rohre DE zu stark wird.

Man bringt nun die beiden Säulen nahezu auf das gleiche Niveau in beiden Schenkeln des Manometers und notirt die Theilstriche an den Röhren, auf welche die Niveaus der beiden Quecksilbersäulen

einstehen. Diese einfache Beobachtung reicht hin, wenn man im Voraus schon eine genaue Aichung der Röhre DE vorgenommen hat. Es seien:

H die Höhe des auf 0^0 reducirten Barometers;

h die Niveaudifferenz der beiden Manometersäulen, gleichfalls auf 0^0 reducirt;

t die constante Temperatur des Wassers im Cylinder;

V das als constant angenommene Volumen der Röhre AB;

W das Volum, welches die Luft in der Röhre DE am Ende des Versuches einnimmt;

d das Gewicht eines Liter trockener Luft bei 0^0 und unter einem Drucke von 760^{mm};

x die unbekannte Spannkraft der Luft im grossen Reservoir.

Am Anfange des Versuches ist das Metallrohr AB mit trockener Luft von der Temperatur t^0 und unter dem gesuchten Drucke x gefüllt; sein Gewicht wird ausgedrückt durch

$$Vd\,\frac{1}{1+\alpha t}\cdot\frac{x}{760}.$$

Am Ende des Versuches hat diese Luft, indem ihre Temperatur t^0 bleibt, das Volumen $V+W$ angenommen, ihre Spannkraft dagegen ist dann $H+h$ geworden. Ihr Gewicht wird also dargestellt durch

$$(V+W)\,d\,\frac{1}{1+\alpha t}\cdot\frac{H+h}{760}.$$

Diese beiden Gewichte müssen einander gleich sein, und man hat also

$$Vd\,\frac{1}{1+\alpha t}\cdot\frac{x}{760}=(V+W)\,d\cdot\frac{1}{1+\alpha t}\cdot\frac{H+h}{760},$$

oder einfach

$$Vx=(V+W)\,(H+h)$$

und daraus

$$x=\frac{V+W}{V}\,(H+h).$$

Man muss jedoch sehr genau die Volumina V und W kennen. Ich beginne damit, die Volumina W zu bestimmen, welche den verschiedenen Theilstrichen der Röhre DE entsprechen. Zu diesem Behufe nehme ich, während das Manometer vollständig bis zum Ausfluss durch den Tubulus O mit Quecksilber gefüllt ist, diesen Tubulus ab, um das Quecksilber, das er enthält und das nicht in Rechnung kommen

darf, zu entfernen, und drehe allmälig den Hahn R'', bis er in die durch die untere Nebenfigur angezeigte Stellung kommt. Ich fange in einem Fläschchen das Quecksilber auf, das so blos aus der Röhre DE ausfliesst, bis das Niveau bei einem Theilstriche n dieser Röhre angekommen ist; dieses Fläschchen wird nun bei Seite gestellt. Ich fülle in ein zweites Fläschchen das Quecksilber, bis das Niveau sich bei einem Theilstriche n' einstellt, der von $2n$ wenig abweicht . . und so fort, bis das Niveau sich bei einem der unteren Theilstriche der Röhre einstellt.

Ich wäge das Quecksilber dieser Fläschchen und kenne so die Gewichte P, P', P'' . . . des Quecksilbers, das den Theil der Röhre anfüllt, wenn das Niveau des Quecksilbers sich bei den Theilstrichen n, n', n'' . . . einstellt. Ich construire eine Curve, indem ich die Zahlen n, n', n'' in Millimetern als Abscissen, die Gewichte P, P', P'' . . . als Ordinaten nehme. Mit Hülfe dieser Curve kann ich das Gewicht des Quecksilbers bestimmen, welches einer beliebigen Zahl N von Theilstrichen der metrischen Scala der Röhre DE entspricht und welches das Volumen W in Quecksilbergewichten ausgedrückt angibt. Es ist klar, dass man die Curve durch eine daraus hergeleitete Zahlentabelle ersetzen kann.

Man muss nun die Capacität V der Metallröhre AB bestimmen, indem man sie gleichfalls durch das Gewicht des Quecksilbers ausdrückt, welches die Röhre enthalten würde.

Das Manometer wird vollständig mit Quecksilber gefüllt; die Metallröhre AB wird mit Luft von der Temperatur t und unter dem Barometerdrucke H bei 0^0 gefüllt; die Hähne R und R' werden in die Stellung gebracht, welche Figur 4 angibt. Ich bringe dann die Hähne R und R' in die Stellung der oberen Nebenfigur und lasse durch den Hahn R'' Quecksilber ausfliessen, bis das Niveau sich unten bei der Röhre FG einstellt. Ich notire dann die Theilstriche, wo die Quecksilberniveaus sich in den Schenkeln des Manometers einstellen und schliesse zugleich daraus auf das Volumen W und die Quecksilberdepression h. Nun habe ich

$$Vd \cdot \frac{1}{1+\alpha t} \cdot \frac{H}{760} = (V+W) \cdot d \frac{1}{1+\alpha t} \cdot \frac{H-h}{760}$$

und daraus

$$V = W \frac{H-h}{h}$$



Man kann diesen Versuch so oft mal wiederholen, als man will, und das Mittel aus allen so gefundenen Zahlen als den Werth von V annehmen.

Bei einer zweiten Versuchsreihe wird man nicht blos die Metallröhre AB, sondern auch ein bekanntes Volumen v der Röhre DE mit trockener Luft unter dem Atmosphärendruck füllen, und man hat dann ein Gewicht Luft dargestellt durch

$$(V+v)\,d\cdot\frac{1}{1+\alpha t}\cdot\frac{H}{760}.$$

Hierauf treibt man durch Eingiessen von Quecksilber in die Röhre FG einen Theil dieser Luft in die Metallröhre AB, bis die Luft in der Röhre nur mehr ein kleines Volumen v' einnimmt, welches gleichwohl gestattet, den Drucküberschuss h' zu messen. Das Gewicht der Luft wird dann ausgedrückt durch

$$(V+v')\,d\,\frac{1}{1+\alpha t}\cdot\frac{H+h'}{760}.$$

Daraus erhält man

$$V=\frac{vH-v'(H+h')}{h'}.$$

Die Drucküberschüsse h', welche man erhalten kann, sind durch die Höhe der Röhre FG begrenzt. Diese zweite Versuchsreihe gibt neue Werthe von V, welche man mit denen der ersten Reihe vergleichen kann, und man ist so im Stande, den Grad der Genauigkeit des Instrumentes festzustellen.

Die metrischen Scalen der beiden getheilten Manometerröhren sind von einander unabhängig; man muss also die Höhendifferenz der Nullpuncte beider Scalen bestimmen. Dies geschieht leicht, indem man das Manometer mit Quecksilber bei verschiedenen Höhen füllt, während die Röhren dem Atmosphärendrucke ausgesetzt sind, und die entsprechenden Theilstriche notirt, bei welchen sich die Quecksilberniveaus einstellen. Man wird so gleichfalls die relative Genauigkeit der Scalen, ihren vollständigen Parallelismns verificiren und hat nöthigenfalls ein Hülfsmittel, den Fehler zu bestimmen, der sich daraus ergibt, dass der Parallelismus nicht hinreichend hergestellt ist.

Ich habe dabei die Abweichung vernachlässigt, welche die atmosphärische Luft bezüglich des Mariotte'schen Gesetzes zeigt; es ist übrigens leicht, die erforderliche Correction mit Hülfe der Tabellen

anzubringen, welche ich in den Memoiren der Pariser Academie T. XXI p. 420 gegeben habe.

Ich habe ferner angenommen, dass die Variationen des inneren Druckes in der Metallröhre AB in den meisten Fällen keine Aenderung erfahren. Will man diesen Umstand in Rechnung bringen, so muss man zuvor den Compressibilitäts-Coëfficienten auf die Röhre AB selbst oder auf ein Stück dieser Röhre nach der von mir im XXI. Bande der Pariser Memoiren p. 635 beschriebenen Methode bestimmen.

Ich habe vorausgesetzt, dass die Metallröhre AB einen inneren Durchmesser von 5 Millimeter habe und dass der innere Durchmesser der Maassröhre DE 20 Millimeter betrage. Das Verhältniss der Querschnitte beider Röhren ist also $\frac{25}{400}$ oder $\frac{1}{16}$.

Der magnetische Theodolith, construirt nach den Angaben von H. Wild.

Von

Brauer in St. Petersburg.

(Hiezu Tafel XX.)

(Aus H. Wild, Repertorium für Meteorologie Bd. I.)

Dieser in mehrfacher Beziehung von der bisher üblichen Einrichtung dieser Art Instrumente abweichende magnetische Theodolith ist in natürlicher Grösse in Fig. 1 der Tafel XX im verticalen Durchschnitt und in Fig. 2 im Grundriss dargestellt. An einem theodolithartigen Untergestelle *AA* mit einem auf Silber getheilten Horizontalkreis, an dem man vermittelst der aufliegenden Nonien 10″ ablesen kann, sind die beiden durchbrochenen Träger *BB* der Horizontalaxe *CC* durch eine Brücke *DD* etwas unterhalb der letzteren nochmals verbunden. Auf dieser, in der Mitte etwas verbreiterten und durchbrochenen Brücke lässt sich vermittelst zweier durchgehenden Schrauben *aa* die Metallkapsel *EE* befestigen, die zur Aufnahme der Magnete bestimmt ist. Der Deckel dieser Kapsel hat nämlich einen Ausschnitt, der durch die punctirte Linie in Fig. 2 angedeutet ist und durch eine Platte *F* verschlossen wird, wie sie der schraffirte Theil darstellt. Diese Platte trägt in ihrer Mitte die Röhre, von deren oberem Ende der Aufhängefaden für die Magnete herunterhängt. Um diese anzuhängen und in das Innere des Kastens hereinzubringen, muss die Platte *F* jedesmal abgehoben und wieder befestigt werden. Hiezu dienen die beiden Schrauben *bb*, welche, damit sie nicht verloren gehen können, durch die Bügel *c* an der Platte gehalten und durch die Spiralfedern *d* (siehe die Nebenfigur) gegen diese heraufgedrückt werden, sowie man sie aus dem Deckel herausgeschraubt

hat. Damit man beim Aufsetzen die Schraubenlöcher in letzterem schnell wieder findet, ist das Schraubengewinde am äussersten Ende *e* entfernt. Das Rohr *G* besteht aus 3, wie die Auszüge eines Fernrohrs in einander zu schiebenden Röhren, die durch die Klemmen *f* festzustellen sind und durch eine Nut verhindert werden, sich beim Ausziehen oder Zusammenschieben zu drehen. Der nach Lösung der Schraube *g* zu entfernende Kopf *k* der Röhre ruht mit dem ebenen Rande *h* auf dem Torsionskreise *i* an der obern Peripherie der Röhre auf und schliesst den mit der Schraube *m* höher oder niedriger zu stellenden Fadenhalter *l* ein. Am untern Ende des Fadens ist ein kleiner Bügel *n* (siehe auch Figur 3) befestigt, dessen Drehung, nachdem einmal die Torsion des Fadens aufgehoben ist, dadurch vermieden wird, dass man durch seinen Schlitz einen, in der einen Seitenwand des unteren Röhrentheils einzuschraubenden Stift *oo* durchsteckt. Um zu dem Ende, wie auch zum Einhängen der Magnete zu diesem Bügel sehen zu können, ist dem untersten Theil der Röhre *H* die Gestalt eines Würfels gegeben, bei welchem zwei gegenüberstehende Seitenwände aus Glasplatten bestehen. Wird der Stift *o o* für die Beobachtung nach Einhängen der Magnete entfernt, so findet er, um nicht verloren zu gehen, seinen Platz in einer Oeffnung *p* des Kapsendeckels; die beiden seitlichen Oeffnungen aber an dem Kästchen *H* werden dann, um jeden Luftzug vom Innern abzuhalten, durch zwei kleine excentrische Schieberklappen *qq* verschlossen. Die zu den Beobachtungen dienenden Magnete, welche der Reihe nach in dem Kasten an den Faden gehängt werden, sind in Fig. 3—5 dargestellt. Fig. 3 repräsentirt den Declinationsmagnet, bestehend aus den zwei Magnetstäben *ns* und *n's'* mit dem Spiegel *r* dazwischen und den Haltern *t* und *t'* oben und unten. Diese Halter sind mit zwei conischen Ansätzen *u u'* versehen, die für die Arretirung und Beruhigung der Magnete im Innern der Kapsel bestimmt sind. Am Boden der letzteren ist nämlich im Centrum eine Röhre *I* eingesetzt, in welcher sich eine zweite durch eine Schraube *v* zu klemmende Röhre *K* mit conischem Ansatz am oberen Ende verschieben lässt. Löst man diese Schraube *v*, so drückt die Spiralfeder *w* diese innere Röhre herauf, diese fasst den unteren Conus am Magneten, hebt ihn empor und drückt so schliesslich den oberen in die ebenfalls conische Oeffnung am unteren Ende der Röhre hinein. Fig. 4 repräsentirt den kleinen, für die Ablenkungsversuche einzuhängenden Magneten mit seinem Spiegel und Fig. 5

den Ablenkungs- und Schwingungsmagnet. Fig. 6 endlich stellt den zur Aufhebung der Torsion des Fadens bestimmten unmagnetischen Körper dar, dessen Gewicht gleich dem des Declinationsmagneten ist. Alle 3 Magnete werden an ein und denselben Coconfaden aufgehängt, dessen Stärke also nach dem letztern, als dem schwersten, zu bemessen ist; für die Bestimmung des Trägheitsmomentes des Schwingungsmagnetes, wobei auf dem ebenen Rand um den obern Conus der Ring L (Fig. 7) aufgelegt wird, ist ein stärkerer Faden nothwendig. Um nun nicht jeweilen zu dem Ende einen neuen Faden einziehen zu müssen, und doch für die erstern Messungen den dünneren Faden mit geringerer Torsionskraft beibehalten zu können, habe ich einen zweiten Kopf M (Fig. 7) machen lassen, an welchem der dickere Faden mit Haken von gleichen Dimensionen und Gewicht wie der andere am unteren Ende befestigt ist, und der jeweilen statt des Kopfes m mit dem dünnern Faden eingesetzt wird, wenn man das Trägheitsmoment bestimmen will.

Zur Beobachtung der Stellung der Magnetnadeln in der Kapsel durch die in die Wandung derselben eingesetzte Spiegelglasplatte N dient das excentrische Fernrohr O, welches an dem Ringe R senkrecht zu seiner horizontalen Drehungsaxe C angeschraubt ist und durch ein über die gegenüberstehende Röhrenöffnung geschobenes Ringgewicht P balancirt wird. Das Fernrohr O hat im Focus der Objectivlinse einmal ein justirbares Fadenkreuz und ausserdem noch an einem Rande des Diaphragmas eine horizontale feine Theilung, endlich ist zwischen dem Fadenkreuz und dem Ocular in die Seitenwand der Röhre ein rechtwinklichtes Glasprisma x eingesetzt.

Dieses Prisma, das in der Zeichnung der Deutlichkeit halber mit seiner brechenden Kante vertical gestellt ist, hat gewöhnlich eine horizontale Stellung, so dass bei Beobachtungen im Freien das diffuse Himmelslicht unmittelbar auf dasselbe einfällt und nach totaler Reflexion an der Hypothenusenfläche horizontal längs der Fernrohraxe fortgeht. Die durch den Austritt aus der Objectivlinse parallel gemachten Strahlen (wir können sie als vom Brennpuncte herkommend betrachten) fallen auf den Spiegel am Magneten und kehren, wenn derselbe senkrecht zur Fernrohraxe steht, nach der Reflexion in derselben Richtung zurück, werden im Focus des Objectivs wieder gesammelt und gehen dann fort zum Ocular und Auge des Beobachters hinter demselben.

So sieht man im Fernrohr ein helles Gesichtsfeld und in diesem das direct gesehene Fadenkreuz und das, den am Magnetspiegel reflectirten Strahlen entsprechende Bild desselben. Beide decken sich, sowie der Magnetspiegel senkrecht steht auf der Fernrohraxe. Diese Coïncidenz werden wir aber stets durch eine Drehung des Ringes um seine horizontale Axe und des ganzen Gestells um die verticale Theodolithaxe bewerkstelligen und somit die Stellung der Normalen der Spiegelebene fixiren können.

Schraubt man die Kapsel E mit der Röhre G ab, so unterscheidet sich das Uebrigbleibende von einem Theodolith nur durch das excentrische Fernrohr und kann daher wie ein solcher zur Messung der Azimute der Miren dienen. Zu dem Ende ist der Ring in den Lagern umzulegen, seine Axe nivellirbar gemacht und auf der einen Seite ein kleiner, in halbe Grade getheilter Höhenkreis, dessen Vernier u' mit der Lupe u Minuten ablesen lässt, angebracht, während am anderen Ende der Axe ein mit der Schraube T anzuklemmender Bügel S mit Micrometerschraube V zur Verstellung in der Verticalebene sitzt.

Für die Ablenkungsbeobachtungen endlich wird ein geradlinigter, in halbe Centimeter getheilter Messingstab W durch die Lücke in den durchbrochenen Haltern B in die auf deren unterm Verbindungsstück befestigten Bügel xx eingeschoben, und wenn der Nullstrich der Theilung in der Mitte des Stabes in die verticale Drehungsaxe fällt, vermittelst der Schrauben yy von oben und zwei anderen in der Zeichnung fortgelassenen von der Seite fixirt. Auf diesem Stabe lässt sich vermittelst der Hülse Y eine aus zwei concentrirten Cylindern bestehende Büchse X verschieben, die auf der oberen Fläche eine dem Stabe parallele Nut von der Breite des Ablenkungsmagneten Fig. 5 besitzt, während der innere, oben offene Cylinder der Büchse genau dem ebenen Rande des untern Conus dieses Magneten angepasst ist. Es wird somit der in der Axe dieses Cylinders gelegene Indexstrich am Ausschnitt der Hülse Y auch genau der Mitte des oben aufgelegten Magneten entsprechen. Die Höhe dieses Magnetträgers ist so abgemessen, dass der Magnet in dieselbe Horizontale mit dem Magnet in der Kapsel zu liegen kommt.

Behufs Balancirung des Magnetträgers wird ein Gegengewicht z auf das andere Ende des Stabes aufgeschoben. Zur Bestimmung der Temperatur dieses Magneten dient ein in eine seitliche federnde Hülse

einzuschiebendes Thermometer Z. Ein gleiches Thermometer wird auch benutzt, um die Temperatur im Innern der Kapsel zu messen, wozu eine entsprechende federnde Hülse (Z, Fig. 2) im Deckel derselben eingesetzt ist.

Der Unveränderlichkeit halber sind die Magnetträger, sowie der aus sehr homogenem Messing möglichst genau gearbeitete Ring L vergoldet worden.

Photometrische Untersuchungen.

Von

Ogden N. Rood,

Professor der Physik am Columbia College in New-York.)

(Aus dem American Journal of Science and Arts vom Hrn. Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

Erster Theil.

Ueber ein einfaches Photometer zur Bestimmung der von Metallflächen bei verschiedenen Einfallswinkeln reflectirten Lichtmengen.

Die Grundidee mancher Photometer beruht auf der Vergleichung von zwei beleuchteten Flächen, die unmittelbar neben einander gestellt werden, es ist dabei dem Urtheile des Experimentators überlassen, zu entscheiden, wann die Helligkeit beider Flächen gleich erscheint. Ist der Helligkeitsunterschied der beiden zu vergleichenden Flächen beträchtlich, so kann die Ungleichheit selbst von einem ungeübten Auge wahrgenommen werden; wird dagegen die Ungleichheit vermindert, so wird der Beobachter weniger sicher und ist in einem Momente überzeugt, dass die Gleichheit vorhanden sei, während er im nächsten Momente eben so sicher glaubt, dass dies nicht der Fall ist. Daher kommt es auch, dass kein Photometer dieser Art zu genauern Untersuchungen verwendet wurde.

Bunsen, dem die Physik sowohl als die Chemie so Vieles verdankt, wendet bei dem nach ihm benannten Instrumente ein anderes Princip an: hier handelt es sich nicht um die gleiche Helligkeit von zwei neben einander liegenden Flächen, sondern um das wirkliche Verschwinden eines „Fleckens" auf einem beleuchteten Grunde; die Urtheilskraft des Beobachters ist dabei in weit geringerem Grade in Anspruch genommen, da es sich blos um die Sichtbarkeit oder Unsichtbarkeit des Fleckens handelt. Der grosse Vorzug dieses letzteren Principes ist vollständig einleuchtend und es handelt sich blos darum, die Vortheile desselben bei der practischen Ausführung möglichst gut

auszubeuten. Alle, welche mit dem Bunsen'schen Photometer gearbeitet haben, stimmen darin überein, dass damit der Zweck auch nur angenähert erreicht wird, da der Flecken nie ganz unsichtbar wird, sondern blos einen höchsten Grad der Feinheit erreicht. Dove[1]) hat ein Photometer vorgeschlagen, bei welchem die Grundidee dieselbe wie beim Bunsen'schen Photometer ist; es besteht aus einem zusammengesetzten Microscope, das mit einer microscopischen Glasphotographie versehen ist, welche als „Schirm" dient und von beiden Seiten der Art beleuchtet wird, dass die Photographie den gleichen Grad der Helligkeit wie ihr eigner Grund annimmt, also nach der Compensation unsichtbar wird. Ich habe früher[2]) eine Art von Photometer beschrieben, das auf den gleichen Grundlagen wie das Dove'sche beruht, und gleichzeitig einige rohe Experimente angeführt, welche damit gemacht wurden. Seitdem habe ich den Gegenstand weiter verfolgt und mit Hilfe eines vollkommeneren Apparates die practische Anwendung der bei der vollkommeneren Ausführung und dem Gebrauche vorkommenden physicalischen und physiologischen Principien geprüft.

Das Microscop und die microscopische Photographie habe ich weggelassen, wodurch der Apparat nicht blos billiger, sondern auch empfindlicher wurde, weil die Anwendung einer Silber-Collodium-Haut auf Glas beibehalten wurde und sich auch von hohem Werthe erwies und weil, wie man im zweiten Theile dieser Abhandlung sieht, das völlige Verschwinden des Fleckens vollständig erreicht wird, wenn man die Vorsicht beobachtet, eine völlig unveränderliche Beleuchtung anzuwenden. Ich gehe nun zur Beschreibung des Instrumentes über und will dann einige Bestimmungen beifügen, welche damit gemacht worden sind.

Beschreibung des Instrumentes. „Der Schirm". — Nehmen wir eine geschwärzte Glasplatte, deren Oberfläche einiges Reflexionsvermögen besitzt, aber ohne polirt zu sein, und legen wir einen kleinen Theil, etwa $^{2}/_{10}$ Quadratzoll, des Glases blos und bringen wir dahinter eine gefärbte Glasplatte (a plate of ground glass) an und beleuchten sie von hinten und von vorn mittelst zweier Lichter, so ist klar, dass eine Lichtmenge von der schwarzen Schicht in das Auge reflectirt wird, während das von der zweiten Lichtquelle brennende Licht durch den blosgelegten Theil der Glasplatte hindurchgeht. Dieser

1) Poggendorff's Annalen, Band CXIV p. 145.

2) Americ. Journal of Science and Arts. Vol. XXXVI, Juli 1863.

zweite Theil wird gewöhnlich eine grössere oder geringere Intensität besitzen als der von den anliegenden Theilen der Platte reflectirte, so dass wir entweder einen hellen Flecken auf dunklem Grunde oder einen dunklen Flecken auf hellem Grunde haben, und einen Versuch, die beiden Beleuchtungen zu aequalisiren, so dass ein Verschwinden des Fleckens eintritt, werden wir blos unter folgenden Bedingungen mit Erfolg ausführen können.

1) Alle Theile des Fleckens müssen gleich stark beleuchtet sein, und derselbe darf keine Textur zeigen, d. h. es dürfen keine kleinen Körper mit andern vermischt wahrnehmbar vorhanden sein, welche einen geringeren oder grösseren Grad von Helligkeit haben.

2) Alle den Flecken rings umgebenden Theile des Grundes müssen gleich stark erleuchtet sein und die Textur des Grundes muss ebenfalls gleichförmig sein.

3) Der Uebergang vom Grunde zum Flecken muss vollkommen scharf und plötzlich sein, so dass nicht der feinste Rand um ihn herum wahrgenommen werden kann.

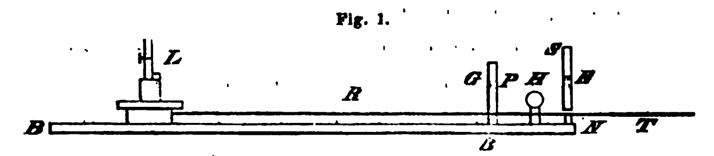
4) Soll die Unsichtbarkeit des Fleckens nicht blos einen Moment andauern, so ist es gleichfalls wesentlich, dass das Verhältniss zwischen den beiden Lichtquellen ganz constant bleibe.

Wird eine der drei ersten Vorsichtsmaassregeln vernachlässigt, so wird das Verschwinden des Fleckens vollständig unmöglich, während es nur durch eine besondere Einrichtung des Apparates ermöglicht wird, dass die vierte Bedingung in Wirklichkeit erfüllt werden kann. (Siehe den zweiten Theil dieser Abhandlung.)

Der Schirm. Eine gefärbte Glasplatte guter Qualität wird mit photographischem Collodium überzogen und einige Minuten in eine Lösung von salpetersaurem Silber (Silberbad) getaucht, wie wenn man ein photographisches Bild anfertigen wollte; sodann wird die Platte eine Minute lang oder kürzer dem gewöhnlichen Tageslichte exponirt und eine Lösung von unterschwefligsaurem Eisenoxydul darübergegossen. Wird dann die Platte in frischem Wasser gewaschen und getrocknet, so hat man einen dunklen Silberniederschlag auf der Collodium-Haut. Ihre Oberfläche erhält eine graue Färbung und variirt in ihrem Vermögen, das Licht diffus zu reflectiren, je nach der Beschaffenheit des angewandten Collodiums. Eine geringe Menge Lichtes wird also regelmässig an der Oberfläche der Collodiumhaut reflectirt und beim Gebrauche ist die Platte immer so gestellt, dass

dieser letztere Theil keinen Einfluss auf das Resultat hat. Die Collodiumhaut wird nun mittelst einer Nadel von einem Theile der Platte entfernt, so dass ein Quadrat von $^2/_{10}$ Zoll Seite frei bleibt, wobei man Sorge zu tragen hat, dass die Ränder sauber und ganz scharf seien, was keine besondere Schwierigkeit hat, wenn das Collodium von solcher Beschaffenheit gewählt wurde, dass es gut anhaftet. Macht man den Flecken kleiner als eben angegeben wurde, so wirkt er bei der Beobachtung störend, während es, wenn er grösser gemacht wird, Schwierigkeit hat, ihn gleichförmig zu beleuchten. Man sieht diese Platte und Figur 1 bei P, wobei die Collodiumseite dem Auge des

Fig. 1.



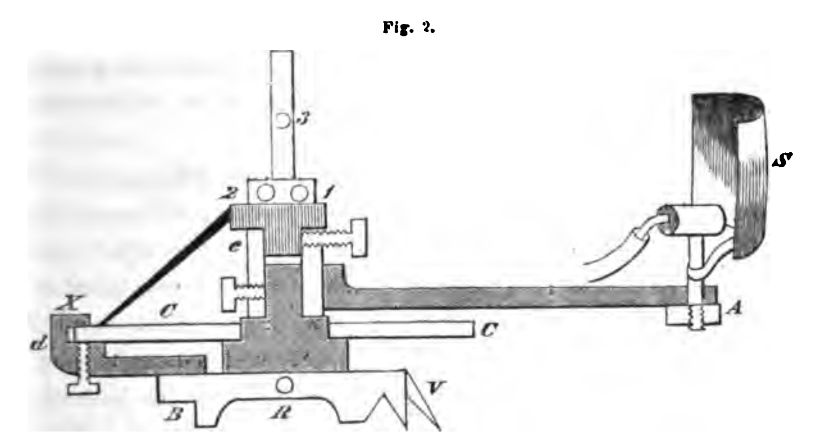
Beobachters zugewendet ist, während die andere Seite bis auf die dem Flecken gegenüberstehende Stelle mit einer Schicht aus Lampenruss, der mit schwachem Schellackfirniss vermischt ist, überzogen wurde, so dass sie eine schwarze nichtreflectirende Oberfläche zeigt. In einem Abstande von einem Zoll von der Collodiumplatte und parallel damit ist eine farbige Glasplatte G angebracht, die an jeder Seite fein gefärbt und dazu bestimmt ist, das Licht von L aufzunehmen. Wenn nur eine Seite des Glases gefärbt ist, so wird die Textur deutlich sichtbar, besonders wenn, wie bei den im zweiten Theile dieser Abhandlung näher beschriebenen Experimenten, der Flecken vergrössert ist. Von der gefärbten Glasplatte darf nur so viel als nöthig ist frei bleiben, die übrigen Theile auf beiden Seiten sind mit schwarzem, nichtreflectirendem Papier überzogen. Die Platten P und G sind dann in ein kleines wohl schliessendes, geschwärztes Kästchen eingeschlossen, das den Zweck hat, seitlich zwischen den Platten hereinkommendes Licht abzuhalten; um endlich Fehlern, die durch Reflexion von den Wänden des Zimmers entstehen könnten, vorzubeugen, ist G mit einer vorstehenden geschwärzten Röhre versehen, welche das diffus reflectirte Licht abhält. P und G, die also zusammen den Schirm bilden, sind an den Enden von zwei langen parallelen Eisenschienen B,B befestigt, die wie die Wangen einer Drehbank gemacht und mit einer Millimeter-Scala versehen sind. Die Länge dieser Eisenschienen beträgt sechs Fuss.

Die Lichtquelle. — Bei E befindet sich das Auge des Beobachters, dessen Gesicht vor dem Lichte durch einen geschwärzten Schirm S geschützt ist. E, das Centrum des Fleckens und das Centrum des Spiegels, mit welchem experimentirt wird, sind in derselben Geraden gelegen, welche gleichzeitig die Axe des Instrumentes bildet. Bei H befinden sich zwei kleine Gasflammen, bei welchen das Gas aus runden Brennern ausströmt und die dazu dienen, die Collodiumplatte an der dem Beobachter zunächst gelegenen Seite zu beleuchten; beide Flammen werden von dem gleichen Gasometer gespeist. Der Gasbrenner bei H besteht aus zwei dünnen Messingrohren von einem halben Zoll im Durchmesser und einem Zoll Länge, die durch eine Glasröhre mit einander verbunden sind; die kreisrunden Löcher für die Flammen sind in gleichen Abständen an jeder Seite des Fleckens angebracht und so weit entfernt, als es durch eine besondere Versuchsreihe als am vortheilhaftesten befunden wurde; ihr gegenseitiger Abstand beträgt 7 Zoll. Damit das directe Licht der beiden Flammen nicht zum Auge durch die Beobachtungsöffnung gelange, sind kleine geschwärzte Schirme angebracht; das nämliche Mittel ist angewendet, um das Licht auf seinem Wege nach L aufzuhalten. Wird statt der zwei nur eine einzige Gasflamme bei H angewendet, so ist der Grund rings um den Flecken ungleich beleuchtet und genaue Beobachtungen werden unmöglich. Selbstverständlich darf das Licht von diesen zwei Brennern, das durch den Flecken geht, nicht bis zur dahinterstehenden gefärbten Glasplatte gelangen; der Abstand der Flammen musste deshalb so gewählt werden, dass dies unmöglich wird.

Das Licht von den beweglichen Brennern an der anderen Seite des Schirmes bei L wird direct und reflectirt angewendet. Der kleine bewegliche Brenner daselbst ist dem eben beschriebenen ähnlich und an ihm ist ein Kautschuckschlauch angebracht, welcher zu demselben Gasometer führt, der H speist; er befindet sich auf einer hölzernen Säule (um die Wärme zu isoliren) an dem Arme A Figur 2.

Ich komme nun zu dem gemeinsamen Träger des Armes A und des Spiegels, mit dem experimentirt wird. Er besteht aus einem Messingstücke B, vier Zoll im Quadrat (Figur 2, welche ein Drittel der natürlichen Grösse zeigt), die untere Fläche desselben ist so bearbeitet, dass es auf den beiden Eisenschienen leicht und stetig hin- und hergleiten kann, ferner ist ein Vernier V angebracht zum Ablesen der Distanzen an der Millimeterscala. C ist ein getheilter Kreis von

Fig. 2.



6 Zoll im Durchmesser, der bei *d* mit einer Klemme versehen ist. Der ganze massive Cylinder *C* trägt den Arm *A* und führt so die Axe des Spiegelträgers. Die Schrauben 1, 2, 3 dienen dazu, den Spiegel in die richtige Lage zu bringen, er wird an sie gedrückt durch einen Kautschuckstreifen, der an den Rändern des Spiegels angebracht ist. Man sieht, dass bei dieser Anordnung alle die verschiedenen Theile vollständig unabhängige Bewegungen besitzen und doch mittelst der Klemmschrauben nach Belieben miteinander verbunden werden können. Bei *R* ist endlich noch eine lange, leichte Holzstange angebracht, die bis zum Beobachter reicht und es ihm ermöglicht, durch Verändern der Distanz zwischen dem beweglichen Schieber und dem fixen Schirme die Compensation zu bewerkstelligen.

Biegsame Gasröhren. Man sollte glauben, dass wenn man einen Gasstrom trennt und einen Theil nach *L* (Figur 1), den anderen nach *H* leitet, es dann möglich wäre, ein gleichmässiges Verhältniss zwischen beiden Beleuchtungen zu erhalten, da irgend eine Ursache, welche den Druck in einem der Zweige der Gasleitung vermehrt, in gleichem Sinne in dem anderen Zweige wirksam wäre, so dass nach einer einmaligen Compensation dieselbe dauernd wäre. In der Praxis war dies jedoch keineswegs der Fall; der Compensationspunct änderte seine Lage im Verlaufe eines Abends von *H* weg beständig, manchmal bis zu einer Ausdehnung von 50—60 Millimeter. Diese Schwierigkeit wurde beseitigt durch einen Einfall des Herrn Lewis Rutherford, welcher vermuthete, dass die Störungen von der ungleichen Länge der beiden Arme der Zuleitungsröhren herrühren; in der That als man diese Arme gleich lang und gleich dick

machte und die Compensation langsam bewerkstelligte, so dass der an L angebrachte Arm keinen Stoss erfuhr oder in Oscillation gerieth, so wurde diese Fehlerquelle somit beseitigt, dass sie die Beobachtungen keineswegs alterirte.

Methode der Messung der von einem Spiegel reflectirten Lichtmenge. Um den Apparat zu justiren, ist vorerst nöthig, dass der Durchmesser des Kreises, der auf 0° und 180° einsteht, parallel zur Axe des Instrumentes gemacht werde, was mittelst des Verniers bei X (Figur 2) bewerkstelligt wird, der Kreis wird dann geklemmt. Nun wird der mit dem Spiegel verbundene Vernier auf 90° gestellt und der Spiegel selbst in eine zur Axe des Instrumentes senkrechte Lage mittelst der drei Schrauben gebracht und eine kleine Gasflamme auf einem Träger aufgestellt, welcher auf den parallelen Eisenwangen in einem Abstande von 2 bis 3 Fuss vom Spiegel aufsitzt, die Mitte dieser kleinen Flamme soll genau in der Axe des Instrumentes liegen. Der Spiegel wird adjustirt, bis er das Licht dieser kleinen Flamme nach dem Auge zurück durch die Flamme selbst hindurch reflectirt, wobei die Collimation mit der nöthigen Genauigkeit gesichert werden muss. Der Arm A wird dann in einen beliebigen Winkel mit dem Spiegel eingestellt und beide mit einander festgeklemmt, wobei es leicht ist, Alles so anzuordnen, dass das vom Spiegel reflectirte Licht in der Axe des Instrumentes zum fixen Schirm bei G weiter geht. Der kleine Schirm bei S (Figur 2) verhindert, dass das directe Licht eben dahin gelangt. Ist eine Compensation mit reflectirtem Licht ausgeführt, so wird der Arm A mittelst seines Verniers parallel zur Axe des Photometers gestellt und eine weitere Compensation mit directem Licht gemacht, wobei der kleine Schirm hinter die Flamme gestellt wird, so dass er nicht mehr im Wege steht und zugleich verhindert, dass Licht auf den Spiegel fällt.

Registrirung der Beobachtungen. Die Beobachtungen wurden stets mit einer scharfen Spitze an einem schmalen Papierstreifen registrirt, welcher an der langen Holzstange RF angebracht war, die zur Bewegung des Spiegels diente. Diese Spitze bildete das eine Ende eines kleinen Hebels, der bei N (Figur 1) angebracht war. Am Ende einer Versuchsreihe hatte man so zwei Gruppen von Puncten auf dem Papier und konnte am folgenden Tage eine ganz genaue Messung vornehmen. Bevor das Papier von der Stange abgenommen wurde, wurden stets zwei Puncte in der Nähe dieser

Gruppen gemacht und gleichzeitig die entsprechenden Angaben am Vernier *V* (Figur 2) notirt. Eine in Millimeter getheilte Glasscala wurde dann auf den abgenommenen Papierstreifen gelegt und die Beobachtungen in das Notizbuch eingetragen. Bei den unten gegebenen Bestimmungen wurden die Beobachtungen am directen und reflectirten Licht abwechselnd gemacht und so die Fehler vermieden, welche von einer Veränderung des Compensationspunctes herrührten.

Beobachtungen der von einer nach Liebig's Methode versilberten Glasplatte reflectirten Lichtmenge, wobei die Silberseite gebraucht wurde. Das Licht wurde unter einem Winkel von 45° reflectirt.

1.

Abstand, wenn der Spiegel gebraucht wurde.	Abstand bei freier Flamme.
946	1297
949	1301
950	1302
951	1302
952	1304
955	1305
956	1306
957	1308
958	1309
961	1309
961	1310
962	1312
965	1312
966	1315
967	1318
967	

16) 15323 — 957,68 — Correction 191 — 1148,68

15) 19610 — 1307,3 — Correction 105 — 1202,3

Resultat 91,26 Procent reflectirt.

2.

Abstand, wenn der Spiegel gebraucht wurde.	Abstand bei freier Flamme.
936	1286
940	1287
941	1288
942	1288
943	1290
944	1292
946	1292
946	1293
947	1295
948	1296
949	1297
950	1298
952	1298
953	1301
954	1303
955	1303
956	1304
958	1305
959	1307
960	1307
961	1307
962	1308
965	1312
	1312
	1312
	1315

23) 21867 — 950,7 — Correction 191 — 1141,7

26) 33796 — 1299,8 — Correction 105 — 1194,8

Resultat 91,3 Procent reflectirt.

Diese Zahlen sind natürlich direct aus dem Notizbuch genommen und bei ihrer Prüfung wurde gefunden, dass die Correctionen, 191 und 105 (für falsche Angaben des Verniers) an allen Distanzen der bezüglichen Reihen angebracht werden müssen, bevor ein correctes Urtheil über den Zusammenhang der einzelnen Beobachtungen gemacht werden kann.

Wurde der nämliche Spiegel bei 5^0 gebraucht, d. h. während das Licht von ihm nahezu senkrecht reflectirt wurde, so erhielt man folgende Resultate:

1.

Abstand, wenn der Spiegel gebraucht wurde.	Abstand bei freier Flamme.
955	1297
958	1304
958	1304
958	1305
960	1305
962	1307
962	1308
963	1310
963	1310
965	1313
965	1313
969	1313
970	1314
971	1314
972	1315
973	1318
977	1318
977	1328
980	18) 23596
983	1310,8
983	105
21) 20324	1205,8
967,8	
191	
1158,8	

Resultat 92,35 Procent reflectirt.

2.

Abstand, wenn der Spiegel gebraucht wurde.	Abstand bei freier Flamme.
954	1298
955	1301
956	1302
957	1303
957	1303
958	1304
958	1305
961	1306
961	1307
962	1308
962	1308
963	1309
963	1310
964	1312
965	1312
967	1313
968	1315
969	1316
972	18) 23532
19) 18272	1307,4
961,6	105
191	1202,4
1152,6	

Resultat 91,88 Procent reflectirt.

Im zweiten Theile dieser Abhandlung werde ich die Resultate einiger Beobachtungsreihen angeben, welche mit einer ganz constanten Beleuchtung angestellt wurden; die Beobachtungsmethode blieb dabei ganz ähnlich der, welche angewendet wurde, um die obigen Resultate

zu erhalten; allein man wird sehen, dass gegen zwei Drittel der Abweichungen in den Zahlen herrühren von der Veränderung des Compensationspunctes während des Experimentirens und nicht von einem Fehler im Schirme.

In der gleichen Weise wurden auch noch Versuche mit einem zweiten nach Liebig's Methode versilberten Spiegel angestellt, die Glasseite gebraucht und als Resultat erhalten, dass bei einem Winkel von 45° von hundert Strahlen 78,01 reflectirt wurden, während ein Quecksilberspiegel unter dem gleichen Winkel blos 44,58 Procent reflectirte.

Zweiter Theil.

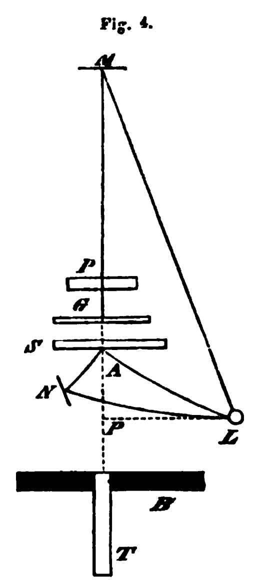
Ueber die Lichtmenge, die durch polirte Crownglasplatten bei senkrechter Incidenz durchgelassen wird.

Es schien mir, dass bei den vorstehenden directen photometrischen Experimenten die angewendeten instrumentalen Hilfsmittel mehr oder weniger mangelhaft seien, in Folge dessen die gewonnenen Resultate, wiewohl sie im Allgemeinen correct sind, doch noch mehr zu wünschen übrig lassen. Die hauptsächlichsten Fehlerquellen waren: erstens die Anwendung einer mangelhaften Methode bei der Ausführung der Compensationen, die dem Experimentator die Empfindlichkeit des Auges nicht vollständig auszunützen gestattet, und zweitens die Anwendung von zwei Lichtquellen, welche stets noch eine Reihe von unvermeidlichen Fehlern nach sich zieht. Abgesehen davon in Fällen, wo die Menge des reflectirten oder durchgelassenen Lichtes doch annähernd erhalten wurde, scheinen die Brechungsexponenten der gebrauchten Substanzen nicht bestimmt zu sein, so dass für senkrechte Incidenz spärliche Daten zur Vergleichung der Resultate der Theorie und des Experimentes vorhanden sind.

Aus dem Folgenden ist ersichtlich, dass ich, um die durch die zwei Lichtquellen bewirkte Veränderlichkeit zu vermeiden, eine Methode erfunden habe, bei welcher nur eine einzige Gasflamme zur Anwendung kommt, wobei das Licht in solcher Weise getheilt wird, dass ein bestimmter Theil desselben stets die hintere Seite des Schirmes beleuchtet, während der andere Theil von einem beweglichen Spiegel reflectirt wird und seinen Weg ungehindert bis zum Schirm fortsetzt oder auf denselben durch die Platte, mit welcher experimentirt wird, hindurchgelassen wird. Die Compensation wird bewerkstelligt durch

Bewegung des Spiegels; ist sie einmal erreicht, so wird sie durch die Schwankungen der Flammen nicht mehr gestört. Es ist noch zu erwähnen, dass ein empfindlicher Schirm nach den allgemeinen Grundsätzen, wie sie im ersten Theile dieser Abhandlung angegeben sind, construirt und angewendet wurde; und diese Modificationen in Verbindung mit einigen Vorsichtsmaassregeln, welche noch beschrieben werden, haben den Resultaten eine Genauigkeit verliehen, die weit über der an den Silberspiegeln erreichten steht.

Einrichtung des Photometers mit einer einzigen Gasflamme zu Experimenten über die durch Platten von verschiedenen Substanzen hindurchgelassenen Lichtmengen.



Die Lichtquelle ist eine kleine Gasflamme bei L, etwa ein Zoll hoch, wobei das Gas wie früher aus einer ganz kreisrunden Oeffnung ausströmt. Ein Theil des Lichtes LA erleuchtet direct den Schirm S, während ein anderer Theil auf den Schirm durch einen Liebig'schen Spiegel reflectirt wird, wobei ein solcher mit einem Ueberzug von Kupfer gewählt wurde; es wird so eine Gleichheit des Lichtes an beiden Seiten des freien Fleckens an S bewirkt. Ein dritter Theil des Lichtes von L fällt auf M, einen Spiegel, gleich dem eben erwähnten, und wird von hier senkrecht durch P, die zu untersuchende Platte, auf das farbige Glas G reflectirt. Man ersieht, dass der vom Lichte in diesem letzteren Falle zurückgelegte Weg die Distanz $LM + MG$ ist; an der Theilung des Instrumentes wird MG wirklich gemessen, GP ist bekannt, ebenso PL, wir haben also die Hilfsmittel zur Berechnung der Distanz ML, welche zu MS hinzugefügt werden muss, um die verlangte Distanz zu geben. Da diese Berechnungen zeitraubend sind, so habe ich für mein Instrument eine Tabelle berechnet, mittelst welcher die gemessene Distanz GM in die ganze Distanz verwandelt werden kann.

Das Photometer war dasselbe wie das im ersten Theile beschriebene, es waren nur die folgenden Aenderungen angebracht: der

Flecken am Schirme ward viel kleiner gemacht und hatte nur etwa $1/_{30}$ Zoll im horizontalen Durchmesser, dagegen eine dreimal so grosse Länge, beobachtet wurde mittelst eines kleinen Fernrohres T mit sechsfacher Vergrösserung. Diese Verkleinerung des Fleckens machte es möglich, den Grund rings herum in tadelloser Weise zu erleuchten.

Adjustirung des Apparates für Experimente.

1) Das Centrum der Flamme bei L und der Mittelpunct des Spiegels M müssen in gleicher Höhe über der gemeinsamen Basis liegen.

2) Der Schirm sowohl, als die zu untersuchenden Platten müssen mittelst der kleinen Flamme, die bereits im ersten Theile erwähnt wurde, senkrecht gegen die Axe des Instrumentes gestellt werden; der Collimationsfehler des Fernrohres wird mittelst derselben Flamme aufgehoben und wird zu diesem Behufe der Schirm dafür einige Zeit entfernt.

3) Der Spiegel M muss selbstverständlich in eine solche Lage gebracht werden, dass er den Strahl MP senkrecht auf P oder in die Axe des Instrumentes reflectirt, wenn die Distanz eine solche ist, dass Compensation stattfindet; würde der reflectirte Strahl schief durch die farbige Glasplatte G gesendet, so würden beträchtliche Fehler hereinkommen. Diese Justirung, welche von Wichtigkeit ist, wenn gute Resultate zu Stande kommen sollen, wird am besten dadurch ausgeführt, dass man eine oder zwei Compensationen in der Art macht, dass die correcte Distanz des Spiegels annährend bestimmt wird; der Spiegel wird dann um seine verticale Axe gedreht, so dass das reflectirte Bild der Flamme in die Mitte des Gesichtsfeldes des Fernrohres fällt, wobei der Schirm auf kurze Zeit entfernt wurde. Durch eine Wiederholung dieser Operation wird schliesslich der Spiegel in seine richtige Lage gebracht, wo eine einfache Messungsreihe gemacht werden kann, indem die kleinen Differenzen in den einzelnen Compensationen keine merklichen Fehler verursachen. Wenn nun der Compensationspunct selbst durch Einführung oder Entfernung einer Glasplatte verändert wird, so wird der Spiegel entsprechend von S weg oder nach S hin bewegt werden und in Folge davon der Strahl MP ein wenig nach rechts oder links gesendet werden und es wird nöthig, einen einfachen Weg zu ersinnen, durch welchen diese Schwierigkeit beseitigt werden kann, ohne dass in jedem Augenblicke der Schirm entfernt und der Brennpunct des Fernrohres geändert wird.

Ist der Spiegel wirklich einmal adjustirt, so kann diese Justirung, wenn sie verloren gehen sollte, folgendermaassen wieder gefunden werden: in dem Schirm B gegen vier Zoll vor dem Fernrohre ist eine kreisförmige Oeffnung von $^1/_{10}$ Zoll Weite; die Reflexion der Flamme im Spiegel wird dadurch mit freiem Auge beobachtet und das Bild der Flamme wird höher oben im Spiegel gesehen und zur Coincidenz mit einer kurzen schwarzen Linie gebracht, die daselbst im Voraus gezogen wurde. Der Strahl MP kann so stets zur Coincidenz mit der Axe des Instrumentes gebracht werden, wobei es eben nicht nöthig ist, dass der Beobachter seinen Sitz verlasse und die Empfindlichkeit des Auges vermindere. Ich habe diese Vorsichtsmaassregeln ausführlich beschrieben, da ich selbst die Resultate von 1300 Compensationen verwarf, welche ohne die nöthige Berücksichtigung dieses Punctes angestellt waren.

Messungsmethode der durch eine Glasplatte hindurchgelassenen Lichtmenge.

1) Die Platte wird bei P aufgestellt und der Collimationsfehler mittelst der kleinen Flamme aufgehoben.

2) Eine Compensation wird durch Bewegung des Spiegels ausgeführt.

3) Der Spiegel wird mittelst der Oeffnung in B justirt und eine weitere Compensation ausgeführt, auf welche, falls es nöthig sein sollte, eine zweite Justirung des Spiegels folgt.

4) Eine Reihe von sorgfältigen Compensationen wird nun gemacht, abwechselnd durch Annähern und Zurückziehen des Spiegels, diese werden auf dem Papierstreifen registrirt.

5) Die Platte wird entfernt, ohne dass der Beobachter seine Stellung ändert oder das Auge dem vollen Lichte aussetzt, und eine Compensation gemacht, welche eine neue Justirung des Spiegels mittelst der Oeffnung in dem Schirme B nöthig macht. Endlich wird noch eine Reihe von Compensationen mit der freien Flamme angestellt und registrirt.

Bei dieser Gelegenheit mag es gut sein, einen Einwand zu besprechen, welcher dieser Beobachtungsmethode gemacht werden könnte, nämlich: Es ist klar, dass der Winkel, unter welchem das Licht vom Spiegel reflectirt wird, nicht gleich sein wird, je nachdem die Glasplatte eingeschaltet ist oder nicht, ebenso variirt die von Glas und Silber reflectirte Lichtmenge mit dem Reflexionswinkel, auch dies kann

eine Fehlerquelle werden und eine Correction nöthig machen. Bei den von mir angewandten gefärbten Glasplatten betrug der Winkel im einen Falle 5° 30′ und im anderen Falle 5° 18′, die Differenz von 12′ ist viel zu gering, um eine messbare Wirkung hervorzubringen.

Um zu zeigen, was diese Methode zu leisten im Stande ist, kann ich nichts Besseres thun, als die Resultate von fünf Beobachtungsreihen anführen; jede derselben besteht wieder aus vier Reihen von acht doppelten oder sechzehn einfachen Compensationen und während des Ganges eines jeden Versuches blieben die Bedingungen die gleichen. Die Experimente wurden folgendermaassen angestellt: acht doppelte Compensationen wurden mit dem Photometer ausgeführt und registrirt, dann wurde, ohne dass etwas geändert wurde, eine neue Reihe von Compensationen gemacht etc. und so wurde alles viermal wiederholt. Das arithmetische Mittel der Distanzen der Lichtquelle vom Schirme wurde dann gesondert für jedes der vier Experimente erhalten und aus diesen vier Mittelwerthen der Distanz wurde das Hauptmittel abgeleitet. Diese letzte Grösse wurde dann ins Quadrat erhoben und gesondert mit den Quadraten eines jeden der ersten vier mittleren Distanzen verglichen, wodurch man sogleich die Differenz der vier Resultate vom Endmittelwerth in Procenten oder Bruchtheilen derselben erhält und eine Vorstellung von Graden der Genauigkeit geben kann, deren diese Art von Beobachtungen fähig ist.

Die Differenzen vom Mittel in Procenten sind:

No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5
+ 0,012	− 0,275	− 0,252	+ 0,573	− 0,102
+ 0,317	+ 0,126	− 0,137	− 0,208	+ 0,057
+ 0,158	− 0,124	+ 0,385	− 0,060	+ 0,041
− 0,512	+ 0,275	+ 0,007	− 0,308	+ 0,005

Man sieht, dass unter den zwanzig Experimenten nur zwei Fälle vorkommen, wo die Differenz etwas über ein halbes Procent oder über $1/200$ der ganzen Lichtmenge steigt, während in fast all den anderen Fällen die Differenz beträchtlich unter diese Grösse fällt und der Durchschnitt ihrer Differenzen kleiner als 0,2 Procent oder kleiner als $1/500$ der ganzen Menge ist.

Da die Genauigkeit der photometrischen Messungen mit dem Vermögen des Auges zusammenhängt, verschiedene Grade von Helligkeit an neben einander liegenden Flächen zu unterscheiden, so ist es zweck-

mässig, in Kürze die Resultate zu vergleichen, welche von verschiedenen Beobachtern in Bezug auf die Empfindlichkeit des Auges unter günstigen Umständen erhalten wurden.

Die äusserste Differenz, welche **Bougner** mit seiner Methode (zwei Schatten) zu unterscheiden vermochte, war $^1/_{64}$ vom Ganzen; **Fechner**'s Freunde konnten mit derselben Methode auf $^1/_{100}$ kommen. **Arago** bemerkt, dass, wenn eine der beleuchteten Flächen in Bewegung war, geringere Unterschiede wahrgenommen werden konnten, und er war im Stande, unter günstigen Umständen noch $^1/_{130}$ zu unterscheiden, während **Masson**, der rotirende Scheiben benutzte, in Verbindung mit seinen Freunden zwischen $^1/_{50}$ bis $^1/_{120}$ der ganzen Lichtquantität unterscheiden konnte. Nahe am Fenster war **Helmholtz** im Stande mit Sicherheit eine Differenz von $^1/_{133}$ und gelegentlich sogar $^1/_{167}$ zu unterscheiden, während er in der Mitte des Zimmers nur $^1/_{117}$ sicher, selten und unsicher $^1/_{133}$ wahrnehmen konnte [1]).

Bei all den besseren von den eben erwähnten Versuchen wurden keine eigentlichen Photometer angewendet; die besten waren diejenigen, bei welchen rotirende Scheiben von weissem Papier mit schwarzen Sectoren gebraucht wurden, um die absolute Empfindlichkeit des Auges unter den möglichst günstigen Umständen zu finden. Man darf aber nicht glauben, dass weil ein gutes Auge einen Unterschied von $^1/_{120}$ an einer rotirenden Scheibe noch wahrnimmt, dass dasselbe Auge ein ähnliches Resultat mit der gewöhnlichen Art von Photometern erhalten kann, wo die Bedingungen weit ungünstiger sind; es schien mir deshalb von Interesse, durch eine Versuchsreihe die durchschnittliche Empfindlichkeit des Auges mit der in dieser Abhandlung beschriebenen photometrischen Methode zu bestimmen, besonders weil die Anwendung einer einzigen Flamme und des Spiegels grosse Erleichterung für diese Beobachtungen bietet. Die folgende Methode wurde angewendet: Das Licht vom Spiegel liess man ohne dass eine Platte dazwischenstand auf den Schirm fallen, und der Spiegel wurde dann herbei gezogen, bis der Flecken verschwunden war, worauf die Beobachtung registrirt wurde; die nächste Compensation wurde gemacht, indem der Spiegel weg geschoben wurde und so fort, dabei wurden die durch Herbeiziehen und Wegschieben angestellten Compensationen von gesonderten Papierstreifen durch zwei Stifte registrirt. Bei dem ersten Versuche wurden vierzehn Compen-

1) Physiologische Optik von H. **Helmholtz** p. 311.



sationen durch das Vorziehen und ebensoviel durch Zurückziehen des Spiegels gemacht, und das Mittel dieser acht und zwanzig Grössen wurde als die wahre Distanz des Spiegels vom Schirme genommen; es war nun, indem man das Mittel jeder Reihe von Compensationen mit dieser wahren Distanz verglich, leicht, sich zu überzeugen, eine wie grosse Abweichung von der Wahrheit das Auge unter den gegebenen Umständen ertrug. Bei der ersten Versuchsreihe wurde diese Grösse zu $^1/_{114}$, bei einer zweiten ähnlichen Reihe zu $^1/_{125}$ der gesammten Lichtmenge gefunden. Der Schirm war bei diesen Versuchen ganz neu, ein weniger günstiges Resultat wurde mit einem Schirme erhalten, welcher sechs Wochen vorher ganz ungeschützt der Einwirkung der Luft ausgesetzt worden war; hier hatte die gewöhnliche Schwärzung der Ränder begonnen und war soweit vorgeschritten, dass sie während der Compensation schwach bemerkbar war.

Bei den eben auseinandergesetzten Versuchen war die höchste Durchschnittsempfindlichkeit nur $^1/_{125}$, während, wie wir oben sahen, beim practischen Gebrauche die durchschnittliche Differenz vom Mittel geringer als $^1/_{500}$ des Ganzen war. Dieser höhere Grad von Genauigkeit ergibt sich natürlich aus der Art, wie die Compensationen ausgeführt wurden (abwechselnd durch Annähern und Zurückziehen), und aus dem Umstande, dass die Compensationen so mit einander verglichen wurden, dass die durch eine geringe Veränderung in der Empfindlichkeit des Auges erzeugten Fehler eliminirt wurden.

Versuche über die durch Glasplatten bei senkrechter Incidenz durchgelassene Lichtmenge.

Eine Kenntniss der Lichtmenge, die durch gefärbte durchsichtige Substanzen durchgelassen und davon reflectirt wird, hat einen hohen Grad von Interesse vom technischen Gesichtspuncte aus, da der Optiker dadurch in den Stand gesetzt wird, den Verlust, der bei verschiedenen Instrumenten aus dieser Quelle entsteht, sowie die Intensität zu berechnen, womit das Licht von einer einzelnen oder von zwei parallelen Flächen von Glas oder anderem Material reflectirt wird. Von noch mehr Wichtigkeit ist die Sache vom theoretischen Gesichtspuncte aus und insbesondere in Verbindung mit der Undulationstheorie des Lichtes. Es wurden Formeln für die Intensität des reflectirten und durchgelassenen Strahlenbündels für alle Winkel von ausgezeichneten Förderern dieser Theorie hergeleitet, welche in einigen Fällen eine beträchtliche Dis-

cussion erfahren haben. Die folgende sehr einfache Formel für die Intensität von gewöhnlichem Licht unter senkrechter Incidenz reflectirt war zuerst von Thomas Young gegeben

$$J = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

dabei ist die Intensität des einfallenden Strahles gleich der Einheit und n der Berechnungsindex der reflectirenden Substanz. Diese Formel ward später von Poisson durch eine strenge und gelehrte Untersuchung des Gegenstandes erhalten und auch von Fresnel[1]) wieder abgeleitet. Bekanntlich wurden Fresnel's Formeln nachher von dem gefeierten Cauchy modificirt, sobald aber in Cauchy's Formel die Incidenz des Lichtes beträchtlich vom Polarisationswinkel abweicht, werden die kleinen Grössen, welche von d, dem Ellipticitäts-Coëfficienten abhängen, so klein, dass sie im Zähler und Nenner weggelassen werden können und Cauchy's Formel wird dann identisch mit der von Fresnel[2]). Es schien nun, dass die oben erwähnte Formel ebenso gut theoretisch erhalten wurde als irgend eine, welche unter der Führung der Undulationstheorie abgeleitet worden ist, und man hätte natürlich vermuthen sollen, dass sie oft und genau durch das Experiment geprüft worden wäre. Dies scheint jedoch nicht der Fall zu sein und ich weiss nicht, dass sie je durch eine genaue photometrische Methode geprüft worden wäre. Aus diesem Grunde habe ich eine Reihe von Beobachtungen an gefärbten Glasplatten angestellt, welche unten näher angegeben werden.

Experimentirmethode.

Wenn ein Lichtstrahl auf eine Platte von Glas oder eine andere durchsichtige gefärbte Substanz fällt, so wird ein bestimmter Theil davon reflectirt, ein anderer Theil wird durchgelassen und ein dritter Theil wird absorbirt. Ist die Glasplatte farbig und dünn, so wird der absorbirte Theil kleiner als die nothwendig hereinkommenden Beobachtungsfehler, so dass er ohne Gefahr vernachlässigt werden kann. So fand z. B. Bunsen, dass in einer Platte von Crownglas von 4,7 Millimeter Dicke nur $\frac{4}{10}$ eines Procentes der chemischen Strahlen absorbirt wurden, die senkrecht auf sie auffielen[3]). Die dickste von mir

1) Poggendorff's Annalen Bd. XXII p. 98.
2) Jamin in Poggend. Ann. Erg.-Bd. III p. 256.
3) Poggend. Ann. Bd. CI p. 241.

angewandte Glasplatte hatte 1,67 Millimeter Dicke, d. i. ein Drittel von der von Bunsen gebrauchten, und da bekanntlich die chemischen Strahlen von Glas in weit grösserem Maasse absorbirt werden als die leuchtenden, so folgt, dass bei den unten erwähnten Glasplatten die innere Extinction ohne Gefahr vernachlässigt werden kann. Ist dieser Punct im Klaren, so wird die Verfahrungsweise ganz einfach: es ist nur nöthig, die durchgelassene Lichtmenge zu messen und der Unterschied zwischen dem einfallenden und durchgelassenen Lichte gibt die Menge des reflectirten Lichtes; bringen wir daran noch eine Correction für innere Reflection an, so haben wir die Hilfsmittel zur Vergleichung der theoretischen Resultate mit dem Experimente.

Methode der Bestimmung der Brechungsindices.

Bei meinen Versuchen über durchsichtige Substanzen wurden immer, wo es möglich war, Prismen aus der Substanz hergestellt und der Brechungsindex der Natriumlinie wie gewöhnlich mit einem getheilten Kreise, einem Collimator und Beobachtungsfernrohr bestimmt. Bei den besonderen Versuchen, die am Ende dieses Artikels angeführt werden, waren die gebrauchten Glasplatten so dünn, dass es nicht möglich war, Prismen davon herzustellen, und für alle solche Fälle erdachte, prüfte und gebrauchte ich zwei etwas neue Verfahrungsweisen, da weder die Methode von Duc de Chaulnes (Aenderung des Brennpunctes eines Microscopes), noch die von Bernard (Verrückung eines Bildes, das schief durch eine Platte betrachtet wird) hier brauchbare Resultate ergeben haben.

1) Ein kleines winkeliges Stückchen des zu untersuchenden Glases wurde in eine Vertiefung von einer Glasplatte gelegt, wie man sie für microscopische Objecte benutzt und von einer Mischung aus Wallrathöl (body-sperm-oil) und Cassiaöl umgeben, wobei die Mischungs-Verhältnisse so lange geändert wurden, bis die Brechung im Glase für die Natriumlinie durch das Oel gerade aufgehoben wurde. Olivenöl wurde trüb, wenn es mit dem Cassaöl gemischt wurde und konnte also nicht gebraucht werden. Die Methode der Vergleichung des Brechungsvermögens des Glases und der Oelmischung war folgende: In einem Abstande von einem halben Zoll unter dem Objecttische eines Microscopes befand sich ein feiner Spalt, der in Zinnfolie, die auf Glas aufgekittet war, eingeschnitten wurde. Das Microscop wurde darauf eingestellt und eine Natriumflamme zur Beleuchtung gebraucht;

die Glasplatte mit dem Oel und dem Glasstückchen wurde dann auf den Objecttisch des Microscopes gelegt und so verschoben, dass das Licht vom Spalt aus durch das kleine Glasstückchen ging, es wurde dann die Lichtlinie nach der rechten oder linken Hand hin gebrochen, je nachdem Oel oder Glas von brechender Kraft prädominirte und man sah sogleich, ob Wallrathöl oder Cassiaöl noch erforderlich war. Eine Reihe von Experimenten wurden nun zur Prüfung dieser Methode angestellt und es zeigte sich, dass der Brechungsindex, wie er mit einem Prisma bestimmt wurde, mit dem übereinstimmte, der mittelst des Glasstückchens erhalten wurde: so gab eine Probe von Corwnglas als Prisma den Brechungsindex zu 1,526, während er nach der neuen Methode zu 1,529 gefunden wurde. Diese Methode lässt übrigens noch weit genauere Resultate zu als bei den oben erwähnten Experimenten, die Compensation wurde nur so weit hergestellt, als es für meinen Zweck unmittelbar erforderlich war; d. h. das Stückchen kann betrachtet werden als ein grosses dreiseitiges Prisma mit einem kleinen Winkel, oder als eine Anzahl kleinerer Prismen, von denen einige sehr grosse Winkel haben; diese letzteren werden wirksam, wenn sich das Glas unter Oel befindet, wo dann die totale Reflexion nicht weiter Platz greifen kann, und sie wirken kräftig auf das vom Spalt kommende Licht ein, wobei nur schwache Bilder entstehen, die eine beträchtliche Ablenkung erfahren, selbst wenn der Haupttheil des Glasstückchens aufgehört hat das Licht wirklich abzulenken.

In keinem Falle trieb ich die Compensation weit genug, bis alle diese nebenstehenden Bilder vereinigt wurden.

2) Eine andere Methode, welche für Corwnglas als hinreichend für meinen Zweck und als sehr bequem gefunden wurde, besteht darin, dass man ein Glasstückchen zu einem sphärischen Kügelchen schmilzt, dasselbe in die gemischten Oele bringt und die Compensation herstellt, indem man beobachtet, wenn das Kügelchen aufhört wie eine Linse zu wirken, wozu ein kleines Fernrohr oder ein Microscop verwendet werden kann. So gab z. B. eine gewisse Sorte Crownglas in Prismenform den Brechungsindex der Natriumlinie zu 1,526, während die Resultate von zwei nach dieser zweiten Methode angestellten Experimenten 1,5252 und 1,5255 waren.

Ich gebe nun die Resultate von genauen Versuchsreihen über die von zwei verschiedenen Crownglasproben durchgelassene Lichtmenge;

in jedem Falle sind die Resultate von vier unabhängigen Reihen gegeben, wobei jede Reihe mittelst sieben doppelten Compensationen erhalten wurde. Im ersten Falle betrug die Glasdicke 0,15 Millimeter, der Brechungsindex 1,5236 und mit Rücksicht auf die Wirkung der inneren Reflexion sollten nach der Theorie 91,736 Procente des auffallenden Lichtes durchgelassen werden. Die Experimerte ergeben:

92,227,
91,371,
91,019,
91,143,
91,440.

Die Differenz 0,296 ist schwerlich grösser als der Fehler, der nothwendig mit der Bestimmungsmethode verbunden ist.

Im zweiten Falle war der Brechungsindex 1,5225, die Dicke 1,677 Millimeter, und nach der Theorie sollten 91,763 Procente des auffallenden Lichtes durchgelassen werden. Die wirklich erhaltenen Resultate sind:

90,886,
90,948,
90,892,
91,895,
91,155.

Die Differenz von 0,500 Procent oder $^1/_{200}$ der ganzen Lichtmenge ist fast in gleicher Weise befriedigend, und diese Experimente zeigen, wie ich glaube, dass das Reflexionsvermögen des Glases mit dem oben erwähnten Brechungsindex auf das Genaueste mit den Vorherbestimmungen der Theorie übereinstimmen. Es wurden auch noch Experimente mit Flintglas, Quarz und Kalkspath angestellt, ich unterlasse jedoch die Resultate anzuführen, da sich später herausstellte, dass sie mit kleinen Fehlern behaftet waren von der Art, wie sie oben unter der Aufschrift: „Adjustirung des Apparates 3)" beschrieben wurden; die angegebene Adjustirung wurde allerdings stets gemacht, allein nicht mit dem Grade der Genauigkeit, die nöthig gewesen wäre, um die letzte Spur eines Fehlers zu vermeiden.

Ueber die ungehinderte Drehung der beweglichen Leiter und des Solenoïds am Ampère'schen Gestell.

Von

Dr. Georg Krebs in Wiesbaden.

(Hiezu Tafel XVI.)

(Vom Herrn Verfasser freundlichst eingesandt.)

Wenn man einen beweglichen Leiter in der Form (Fig 1 und 2 Taf. XVI), wie sie gewöhnlich in den physikalischen Lehrbüchern angegeben wird (Pouillet-Müller, Wiedemann, Frick etc.) an das Ampère'sche Gestell (Fig. 3) ebenfalls in der Form, wie sie in den physikalischen Lehrbüchern angegeben zu werden pflegt, hängt, so stellt sich, nachdem durch Einleiten eines electrischen Stromes der Leiter seine ostwestliche Stellung angenommen, beim Umkehren des Stromes der höchst unangenehme Uebelstand heraus, dass der Leiter sich immer so dreht, dass er an den horizontalen Armen *pq* und *mn* des Gestelles (Fig. 3) widerstösst; man muss ihn aus- und auf der andern Seite wieder einhängen, wenn er seine ostwestliche Stellung soll einnehmen können. Kehrt man abermals den Strom um, so zeigt sich derselbe Uebelstand von Neuem.

Dabei ist selbstverständlich vorausgesetzt, dass die horizontalen Arme *mn* und *pq* des Ampère'schen Gestells entweder von Süd nach Nord, oder von Nord nach Süd gerichtet sind.

Dass der bewegliche Leiter wirklich die vorhin angegebene Drehung bei der Umkehrung des Stromes machen müsse, lässt sich leicht aus der Theorie ableiten.

Der Erdstrom *ef* (Fig. 4 Taf. XVI), welcher von Ost nach West geht, wird als so weit von dem beweglichen Leiter *abcd* angenommen dass die Einwirkungen desselben auf die horizontalen Arme *ab* und *bc* einander aufheben [1]). Ist der Leiter in seiner richtigen Stellung (2),

---

1) Wiedemann, Lehre vom Galvenismus, II Bd., 1. Abtheil., S. 56 u. f.

so herrscht stabiles Gleichgewicht: der Leiter kehrt wieder in diese seine Stellung zurück, wenn er aus derselben gebracht wird; denn der Erdstrom sucht die eine verticale Seite *cd* des Leiters nach Osten, die andere verticale Seite *ba* aber nach Westen zu bewegen. Es wirken also an den Seiten *cd* und *ba* zwei gleiche und ungleichsinnig parallele Kräfte, welche (in Bezug auf das vom Leiter umschlossene Viereck) nach Aussen gerichtet sind. Befindet sich nun der Leiter genau in der Ebene von Ost nach West, so fallen die zwei gleichen und entgegengesetzten Kräfte in dieselbe Gerade und heben einander auf. Wird aber der Leiter nach der einen oder der anderen Seite etwas aus seiner ostwestlichen Richtung gebracht, so bilden die zwei genannten Kräfte ein Kräftepaar und wirken jedesmal so, dass sie den Leiter in seine ursprüngliche Stellung zurückzubringen streben; das Gleichgewicht ist also stabil.

Kehrt man jetzt den Strom in dem Leiter *abcd* um, fliesst er in demselben, wie in (1) angedeutet, so sucht der Erdstrom den einen verticalen Arm *cd* nach Westen, den andern *ba* nach Osten zu bewegen. An den Armen *cd* und *ba* wirken also zwei gleiche und ungleichsinnige parallele Kräfte, welche (in Bezug auf das vom Leiter umschlossene Viereck) nach Innen gerichtet sind. Steht der Leiter genau in der Richtung von Ost nach West, so fallen die Richtungen der zwei genannten Kräfte in dieselbe Gerade und heben einander auf. Bringt man aber den Leiter etwas aus seiner Lage heraus (indem man ihn um seine verticale Mittellinie dreht) einerlei ob nach der einen, oder der andern Seite, so bilden die zwei Kräfte ein Paar, welches den Leiter nicht wieder in seine ursprüngliche Richtung zurückzutreiben, sondern ihn in die entgegengesetzte zu bringen treibt: das Gleichgewicht ist also labil.

Zugleich erhellt, dass wenn ein beweglicher Leiter bei labilem Gleichgewicht (1) genau in der Lage von Ost nach West sich befindet, er trotz seiner verkehrten Stellung in derselben verharrt und dass es ihm gleichgültig ist, nach welcher Richtung er sich drehen soll, vorausgesetzt, dass sonst keine Einwirkungen auf ihn stattfinden. Der geringste Stoss nach rechts oder links bringt ihn aus seinem falschen Gleichgewicht und er vollführt nach der Seite hin, nach welcher er aus seiner Gleichgewichtslage gebracht worden, eine Drehung um 180°. Anfänglich freilich, wenn er sich erst um wenig aus seiner labilen Gleichgewichtslage entfernt hat, ist

die Drehkraft sehr gering, das Moment des Paares ist sehr klein; erst allmälig wird dasselbe grösser und erlangt sein Maximum, wenn sich der Leiter um 90° gedreht hat, worauf es wieder abnimmt, um in der gerade entgegengesetzten Lage gleich Null zu werden. Zugleich tritt in dem Moment, wo die Drehung 90° erreicht hat, der Uebergangspunct ein, wo das Einwärtswirken des Kräftepaars in ein Auswärtswirken übergeht.

Befindet sich also ein beweglicher Leiter *abcd* (Fig. 5 Taf. XVI) am Ampère'schen Gestell im stabilen Gleichgewicht und kehrt man nun den Strom im Leiter um, so kann der Erdstrom gar keine Drehung bewerkstelligen, wenn der Leiter genau von Ost nach West steht. Nun stellt sich aber der Leiter nie genau von Ost nach West und zwar aus dem Grunde, weil der im Ampère'schen Gestell kreisende Strom eine Einwirkung auf denselben ausübt. Wie aber ist diese Einwirkung beschaffen? Die horizontalen Arme *mn* und *pq* des Gestells haben die Richtung von Süd nach Nord (oder umgekehrt) und es steht die Ebene des Leiters, wenn sie genau von Ost nach West geht, auf der Richtung der Arme *mn* und *pq* senkrecht; die zwei verticalen Arme *ad* und *bc* erfahren demnach von Seiten der verticalen Stangen *v* und *t* keinerlei Einwirkung, denn sie sind nahezu gleichweit von ihnen entfernt. Auch kann man annehmen, dass die Einwirkung des Armes *mn* gegen die des Armes *pq* verschwinde, so dass im Wesentlichen nur die Einwirkung von *pq* auf *ab* zu beachten ist.

In der normalen Lage nun — im stabilen Gleichgewicht — sucht der Strom in *pq* (Fig. 6) den Arm *ab* in der Richtung des Pfeiles zu drehen, indem sich die Ströme in *ab* und *pq* einander parallel zu stellen suchen; daher kann sich denn auch der bewegliche Leiter nie genau von Ost nach West stellen; er dreht sich mit dem Ende *b*, so lange nach Süden (in die Lage *b'a'*), bis das Kräftepaar, welches in Folge des Erdstromes an dem Leiter wirkt, vereint mit der Reibung, dem Kräftepaar, welches in Folge der Einwirkung des in *pq* laufenden Stromes auf *ba* wirkt, das Gleichgewicht halten kann.

Kehrt man jetzt den Strom in dem beweglichen Leiter um, so dreht sich *ba* in der Richtung des Pfeiles (Fig. 7 Taf. XVI) weiter um, denn 1) sucht sich der Strom in *ba* dem in *pq* gleichsinnig parallel zu stellen und 2) dreht sich bei labilem Gleichgewicht der Leiter nach der Richtung, nach welcher er aus seiner Gleichgewichts-

lage gebracht worden. Nun stehen aber die umgebogenen Enden des Leiters nach Westen (Fig. 5 Taf. XVI) und es muss deshalb der Leiter bei seiner Drehung nach Südwesten gegen die horizontalen Arme des Ampère'schen Gestells anstossen, so dass er seine Drehung nicht vollführen kann.

Wird nun der Leiter aus- und auf der andern Seite eingehängt, so stellt er sich jetzt so, dass er wieder nicht genau von Ost nach West steht (Fig. 8 Taf. XVI), sondern dass b in die Lage b' (etwas nach Süden) zu liegen kommt. Kehrt man jetzt den Strom um (Fig. 9 Taf. XVI), so wirken der Erdstrom und der Strom in pq vereint und bringen eine Drehung des Leiters in der Richtung des Pfeiles zu Wege, wobei der Leiter abermals widerstösst und seine Drehung nicht ausführen kann.

Dass ein beweglicher Leiter seine Drehung bei der Umkehrung des Stromes nicht ausführen kann, ist höchst lästig und es fragt sich nun, wie dies zu vermeiden sei. Hierzu bedarf es nur einer sehr einfachen Umänderung des beweglichen Leiters: man biegt die Drahtenden nach der entgegengesetzten Seite (Fig. 10 Taf. XVI) und zwar das kleinere um das grössere herum, so aber dass es dasselbe nicht berührt.

Dass ein solcher Leiter sich stets so dreht, dass er seine halbe Umdrehung bei der Umkehrung des Stromes ohne anzustossen vollführen kann, wird aus dem Nachstehenden leicht klar werden.

Wird unser Leiter an das Ampère'sche Gestell gehängt und der Strom, wie Fig. 11 Taf. XVI zeigt, eingeleitet, so stellen sich die Umbiegungen der Drahtenden nach Osten; doch steht der Leiter auch hier nicht genau von Ost nach West: er stellt sich so, dass b etwas nach Süden, in die Lage b', rückt (Fig. 12 Taf. XVI) — der untere Arm pq des Ampère'schen Gestells sucht die Seite ab so zu stellen, dass der Strom in beiden gleichsinnig parallel läuft. Kehrt man jetzt den Strom um (Fig. 13 Taf. XVI), so wirken der Strom in pq und der Erdstrom vereint auf den Leiter so, dass b nach Süden zu geht, die Umdrehung also in der Richtung des Pfeiles erfolgt; und da die Umbiegungen der Drahtenden nach Osten stehen, so ist eine halbe Umdrehung ohne Anstoss ausführbar. Schliesslich nimmt der Leiter eine solche Stellung an, dass die Umbiegungen der Drahtenden nach Westen stehen und der Strom in pq und ab so läuft, wie Fig. 14 Taf. XVI angiebt. Allein auch hier stellt sich der Leiter nicht genau von Ost

nach West; *ab* rückt in die Lage *a' b'* und kehrt man jetzt den Strom um (Fig. 15 Taf. XVI), so wirken der Strom in *pq* und der Erdstrom vereint so, dass sich der Leiter in der Richtung des Pfeiles umdreht. Auch diese Umdrehung ist ohne Anstoss ausführbar.

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn die horizontalen Arme des Ampère'schen Gestells nicht von Süden nach Norden, sondern von Norden nach Süden stehn.

Der Versuch bestätigt das Gesagte vollkommen.

In ähnlicher Art kann man auch Solenoïde construiren, welche sich immer so drehen, dass sie nicht an den horizontalen Armen des Ampère'schen Gestells anstossen.

Fig. 16 Taf. XVI zeigt ein solches Solenoïd. Der horizontale Querarm *ab* steht etwa 3" (obwohl auch schon 2" genügen) über den Windungen, welche beliebig rechts oder links gewunden sein können, jedoch so, dass ihre Ebenen auf der Axe des Solenoïds möglichst senkrecht stehen. Das kleinere Ende *rs* biegt sich um das grössere *uv* so herum, dass es dasselbe nicht berührt, wobei es einerlei ist, ob die Drahtenden *rs* und *uv* von *a* nach *b*, oder umgekehrt gerichtet sind Wird das Solenoïd an das Ampere'sche Gestell gehängt, so muss der horizontale Querdraht *ab* des Solenoïds dicht unter dem unteren horizontalen Arm *pq* des Ampère'sche Gestells hergehen. Selbstverständlich muss das Ampère'sche Gestell so gerichtet werden, dass seine horizontalen Arme entweder von Ost nach West, oder von West nach Ost gehen, resp. auf der Richtung der Declinationsnadel senkrecht stehen.

Die Einwirkung des in *pq* fliessenden Stromes auf den im Querdraht *ab* fliessenden verhindert nun, dass die Axe des Solenoïds genau die Richtung der Declinationsnadel einnimmt, ganz so, wie dies bei den beweglichen Leitern auseinandergesetzt worden. Wird jetzt der Strom umgekehrt, so tritt labiles Gleichgewicht ein und das Solenoïd dreht sich nach der Seite hin um 180^0, nach welcher es bereits durch die Einwirkung von *pq* auf *ab* verschoben gewesen ist. Diese Drehung erfolgt aber, wie aus dem in Betreff der beweglichen Leiter Gesagten hervorgeht, stets so, dass das Solenoïd seine halbe Umdrehung ohne Anstoss vollführen kann.

Hiermit soll aber nicht gesagt sein, dass es nicht auch andere Solenoïde gäbe, welche sich ohne anzustossen drehen. Man kann z. B.

den Strom im Arm pq auf die Windungen selbst in geeigneter Weise einwirken lassen. Dabei darf man den horizontalen Querdraht ab natürlich nicht über den Windungen herführen, sondern man muss ihn durch die Axe des Solenoïds gehen lassen, wie dies ja auch häufig geschieht. Nach meinen Versuchen aber ist diese Methode weniger zuverlässig, weshalb ich die vorhin erklärte Einrichtung vorziehen möchte.

Apparate zur Demonstration des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte und der Gesetze des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene.

Von

G. Krebs.

(Hiezu Tafel XVII Figg. 1—4.)

(Vom Herrn Verfasser gütigst mitgetheilt.)

a. Apparate für das Parallelogramm der Kräfte.

Die Zahl der Apparate, welche zur Demonstration des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte dienen, ist zwar sehr gross, doch aber hoffe ich, dass die nunmehr zu beschreibenden den älteren gegenüber nicht als überflüssig und werthlos erscheinen werden.

Ich unterlasse es, eine Kritik der älteren Apparate zu geben und beschränke mich darauf, die neuen Apparate zu beschreiben.

Der Apparat Fig. 1 Taf XVII dient dazu, um aus zwei Seitenkräften die Resultirende zu finden und zu zeigen, dass die Resultirende gleich der Diagonale des Parallelogramms ist, welches man aus den Seitenkräften construiren kann.

Auf einem Grundbrett *AB* erhebt sich eine vierkantige eiserne, etwa 70^{cm} hohe Stange *T*, welche etwa $^3/_4$ bis 1 □^{cm} Querschnitt hat und oben spiralförmig umgebogen ist. An dem umgebogenen Ende hängt ein Ring, an dem eine Scheere *u* befestigt ist. Auf den Zapfenlagern dieser Scheere kann sich eine Axe, welche durch den Schwerpunct einer Federwaage *f* geht, drehen. Das Ende des eingetheilten Stäbchens *s* der Federwaage ist mit einem kleinen Ring versehen, in dem drei seidene Schnüre befestigt sind, welche man nach irgend einer Einheit (z. B. 6^{cm}) eingetheilt hat. Am Besten nimmt man die Schnüre von weisser Farbe und macht die Theilungspuncte schwarz.

Auf dem Grundbrett stehen ferner zwei geschlitzte eiserne Ständer

x und y, welche verschiebbar sind und in deren Schlitzen zwei dünne Eisenstäbchen m und n auf- und abgeschoben und durch eine Schraube festgestellt werden können. Diese Eisenstäbchen spitzen sich in eine dünne Axe, auf der ein sehr kleines Röllchen sitzt, zu. Die Röllchen liegen mit der Axe der Federwaage in derselben Verticalebene. An jeder der zwei Axen, auf denen die Röllchen sitzen, ist je eine seidene Schnur, welche wie die obengenannten eingetheilt ist, befestigt.

Will man nun zwei Kräfte zusammensetzen, so legt man die Schnüre p und q über die Röllchen der Eisenstäbchen m und n und hängt an dieselben Gewichte, z. B. an p 300 Grm. und an q 400 Grm. Zugleich kann man durch Verschieben der Ständer x und y und der Eisenstäbchen m und n es leicht dahin bringen, dass $p = 3$ und $q =$ 4 Einheiten lang ist und dass ausserdem p und q einen bestimmten Winkel, z. B. 90^0 mit einander bilden. Dann wird man bemerken, dass die Federwaage eine bestimmte Richtung annimmt und sich bis zu einem gewissen Grade (in unserem Beispiel auf 500 Grm.) auszieht.

Die Richtung der Federwaagenaxe giebt alsdann die Richtung, und die Stärke des Auszugs der Federwaage (hier 500 Grm.) die Grösse der Resultirenden an. — Dass die Resultirende nach Richtung und Grösse der Diagonale des Parallelogramms gleich ist, wird man leicht constatiren können, wenn man die Schnur r mit sanftem Zug in die Richtung der Federwaagenaxe bringt und beim fünften Theilungspuncte festhält. Zieht man jetzt die Schnüre v und w nach diesem Puncte hin, so erhält man ein Parallelogramm, respective Rechteck etc.

Da gerade dieses Beispiel sich leicht durch Rechnung verificiren lässt und sich also zu einem Vorlesungsversuch besonders eignet, so kann man sich ein für allemal die Stellung der geschlitzten Ständer x und y und der Eisenstäbchen m und n merken, damit man bei späteren Versuchen keine Zeit mit Hin- und Herschieben verliert.

Noch ein anderer Versuch, wo beide Kräfte = 300 Grm. sind und die Ständer gleich weit von der Federwaage entfernt stehen, so dass sich die Federwaage vertical hängt, eignet sich gut zur Demonstration: die Resultirende beträgt hier 519 Grm.

Der beschriebene Apparat dürfte für die gewöhnlichen Zwecke, wenn man sich auf die Demonstration der Zusammensetzung zweier

Kräfte beschränkt, ausreichen; will man aber auch die Zerlegung einer Kraft in zwei Seitenkräfte zeigen, so kann man sich dazu des Apparats Fig. 2 Taf. XVII bedienen. Er ist gerade so eingerichtet, wie der Apparat Fig. 1 Taf XVII, nur dass er zwei Federwaagen hat; dabei ist der Ständer, an welchem die eine Federwaage hängt, verschiebbar.

Verbindet man die Enden der eingetheilten Stangen der Federwaagenaxen durch eine seidene Schnur, über die sich ein kleines Ringelchen *r*, an welchem drei eingetheilte seidene Schnüre hängen, hin- und herschieben lässt, so kann man an die mittlere Schnur *s* ein Gewicht z. B. von 500 Grm. hängen und durch Verschiebung des Ringelchens und des einen Ständers es leicht dahin bringen, dass die eine Federwaage auf 400 Grm. und die andere auf 300 Grm. ausgezogen ist; dann nehmen die Axen der Federwaagen gegen einander und gegen die Richtung der Resultirenden eine bestimmte Lage an (es stehen hier die Axen der Federwaagen auf einander senkrecht), aus der Grösse und Richtung der Resultirenden und der Grösse der Seitenkräfte ist also die Richtung der Seitenkräfte gefunden worden.

Ist die Axe jeder Federwaage durch eine Schraube feststellbar, so kann man auch die Aufgabe lösen, aus den gegebenen Richtungen der Seitenkräfte (und der Grösse und Richtung der Resultirenden) die Grössen der Seitenkräfte zu finden. Man stellt beide Federwaagen durch die Schrauben in den gegebenen Richtungen fest, hängt das Gewicht, welches die Grösse der Resultirenden angeben soll, an die die Federwaagen verbindende Schnur und schiebt die beweglichen Ständer so lange bis die beiden Schnurstücke in die Richtungen der Federwaagenaxen fallen.

Wie man nun mit Hülfe der Schnüre das Parallelogramm herstellt, ist selbstverständlich.

Der Apparat Fig. 3 Taf. XVII demonstrirt auf dynamischem Wege den Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Eine quadratische Marmorplatte von etwa 45^{cm} Grösse ist von einem hölzernen Rahmen, an dem sich drei Stellschrauben befinden, eingefasst. In zwei in einer Ecke *a* zusammenstossenden Seiten der Holzeinfassung sind nahe an dieser Ecke zwei Electromagnete *b* und *c* eingelassen; das eine Paar Enden der Drahtumwindungen ist fest verbunden, die beiden anderen Enden stehen mit zwei Klemmschrauben *p* und *q* in Verbindung.

Die beiden Electromagnete sind die Hälften eines der Länge nach durchschnittenen Flintenlaufstücks von 9 bis 12^{cm} Länge und von möglichst bedeutender Wandstärke (Fig. 3 *a* Taf. XVII). Die Umwindungen der Electromagnete mit übersponnenem Kupferdraht sind der Länge nach d. h. der Cylinderaxe parallel gelegt. Die Electromagnete sind so in die Holzwand eingelassen, dass ihre ebenen Seiten kaum über die Innenseite der Holzeinfassung hervorsehen. Jedem der Electromagnete steht ein Anker *t* (Fig. 3 *a* Taf. XVII) gegenüber, der an einer starken Feder *s* befestigt ist; diese Feder ist an ein messingenes Winkelstück und dieses selbst an die Holzwand bei *r* angeschraubt. Der Anker *t* steht um einige Millimeter von dem Electromagnet ab.

Lässt man nun einen Strom von 2 bis 3 Elementen durch die Umwindungen der Electromagnete gehen und drückt den Anker an dieselben, so bleiben sie haften; schiebt man nun eine Elfenbeinkugel von geeigneter Grösse in den Winkel dicht wider die Anker und unterbricht den Strom, so reissen die Anker ab und schleudern die Kugel nach der gegenüberliegenden Ecke der Marmorplatte.

Dass die Marmorplatte vermittelst der Stellschraube und durch eine Wasserwaage genau horizontal gestellt werden muss, bedarf kaum der Erwähnung.

Der Versuch gelingt mit grosser Sicherheit.

Wenn man den einen Messingwinkel, an dem die eine Feder und der eine Anker befestigt sind, bei *r* so aufschraubt, dass er von der Holzwand etwas entfernt werden kann, so kann man die eine Kraft stärker machen, als die andere; der Anker, welcher am weitesten von seinem Electromagnet entfernt ist, giebt der Kugel den stärksten Stoss: man kann auf diese Art auch mit ungleichen Kräften operiren.

Man könnte übrigens die Electromagnete ganz weglassen und doch, wenn auch mit minderer Sicherheit, den Versuch anstellen; man brauchte blos die Kugel fest gegen die Anker zu drücken und dann loszulassen. Am besten drückt man die Kugel blos mit einem Finger und genau in der Mitte zwischen den Ankern an; jedoch ist der Versuch auf diese Art nicht sehr zuverlässig.

(Den Apparat kann man auch noch dazu gebrauchen, um die Elasticität einer Elfenbeinkugel, die man auf die Platte fallen lässt, zu zeigen.)

b. Apparat für die schiefe Ebene.

Wenn ein schwerer Körper auf einer schiefen Ebene liegt, so hat er das Bestreben, auf der schiefen Ebene hinabzurollen, während er zugleich einen Druck auf dieselbe ausübt.

Bei den bisher gebräuchlichen Apparaten zur Demonstration der Gesetze des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene benügte man sich damit, blos die relative Schwere zu messen; den Druck aber, den der Köper auf die schiefe Ebene ausübt, liess man unberücksichtigt.

Der Apparat Fig. 4 Taf. XVII ist dazu bestimmt, diesem Mangel abzuhelfen.

Auf einem Grundbrett erhebt sich ein Ständer *A*, auf dem eine Federwaage *BC* (von etwa 15^{cm} Breite und 8^{cm} Höhe) aus starkem Bandstahl drehbar und in jeder Lage durch eine Schraubenzwinge *D* feststellbar angebracht ist. Auf dem obersten Punct der Federwaage ist eine längliche geschlitzte Messingplatte *mn*, die schiefe Ebene, befestigt. An der Federwaage ist oben ein auf ihr sich drehender Gradbogen *av* und an den Ständer *A* ein verticaler Zeiger befestigt, welcher an dem Gradbogen *uv* den Neigungswinkel der schiefen Ebene angiebt.

Ausserdem erwähnen wir noch als ohne Weiteres verständliche Theile der Federwaage: den eingetheilten Bogen *xy* den Winkelhebel *pqr*, dessen längerer Schenkel *pq* an dem Bogen *xy* die Grösse des Drucks auf die Federwaage anzeigt, sowie die obengeschlitzte Stange *wz*, in deren Schlitz sich der kurze Hebelarm *pr* legt. Auch ist noch zu beachten, dass das Ende der Stange *t*, an dem der Zeiger *tp* sitzt, unten in ein rundes Stäbchen ausläuft, das in dem Loch der Platte *f* auf- und abgehen kann; es ist diese Führung für die Genauigkeit der Wägung nicht unwesentlich.

Auf dem Grundbrett erhebt sich ferner eine vertical gestellte Federwaage *MN*, sowie ein geschlitzter eiserner Streifen *PQ*, in dem sich eine Rolle *R* auf- und abschieben und an jedem Orte feststellen lässt. Eine seidene Schnur wird an der Federwaage *MN* befestigt, über die Rolle *R* geführt und an einem cylindrischen Gewicht von 500 Grm. befestigt. Das cylindrische Gewicht hat einen Haken und die Schnur *gh* verschiedene Ringe; indem man den Haken in diesen oder jenen Ring hängt, kann man die Schnur verkürzen oder ver-

längern und bewirken, dass das Gewicht S genau auf der Mitte der Federwaage aufliegt.

Stellt man z. B. die Federwaage BC so, dass der Neigungswinkel der schiefen Ebene 30° beträgt, rückt man ferner die Rolle R so, dass der Faden gh der Länge der schiefen Ebene parallel ist, so zeigt die Federwaage MN die relative Schwere und die Federwaage BC den Druck auf die schiefe Ebene an. Die relative Schwere beträgt in unserm Beispiele 250 Grm., der Druck etwa 432 Grm.

Beträgt der Neigungswinkel 45°, so ist die relative Schwere gleich dem Druck und zwar etwa 353 Grm.

Der Schlitz in der schiefen Ebene dient dazu, um den Faden gh auch der Basis der schiefen Ebene parallel legen zu können.

Ausserdem ist es bequem, sich die Ringe von gh zu merken (vielleicht dadurch, dass man sie durch verschiedene Farben auszeichnet), in welche der Haken von S in den einzelnen Fällen gehängt werden muss, damit S genau auf die Mitte der Federwaage zu liegen komme.

Es ist unwesentlich, sowohl für die Theorie, wie für die Praxis, schon beim ersten Unterricht in der Mechanik auch experimentell zu zeigen, wie sich die absolute Schwere in die relative und in den Druck auf die schiefe Ebene zerlegt.

Beschreibung der Sternwarte zu Bothkamp.

(Hiezu Tafel XV.)

(Aus den Astron. Nachrichten No. 1843.)

Es gereicht zur besonderen Genugthuung, über ein Unternehmen berichten zu können, welches davon Zeugniss ablegt, dass auch in Deutschland das Interesse für Wissenschaft derart zunimmt, dass die Macht des Capitals der Letzteren dienstbar gemacht wird und die Mittel zur Förderung und Erkenntniss der Wahrheit gern geliefert werden. Es sind uns Deutschen in dieser Beziehung andere Nationen, z. B. die englische, weit voraus und muss ein derartiges Factum daher mit um so grösserer Freude und Anerkennung begrüsst werden.

Das Unternehmen, um welches es sich hier handelt, ist die Gründung eines astronomischen Observatoriums auf dem Gute Bothkamp unweit Kiel durch Herrn Kammerherrn von Bülow, welcher dadurch seinem begeisterten Interesse für Astronomie Ausdruck verlieh. Die hierzu nöthigen bedeutenden Mittel wurden von ihm in mehr als ausreichender Weise und mit seltener Opferfreudigkeit bewilligt, sodass dadurch ein Institut entstand, welches allen Anforderungen sowohl in Bezug auf instrumentale Mittel, als Zweckmässigkeit der übrigen Einrichtungen Genüge leistet.

Von der Annahme ausgehend, dass es wohl auch für weitere Kreise von Interesse sein könnte die Einrichtung dieses Observatoriums kennen zu lernen, will ich versuchen, in Folgendem eine kurze Beschreibung des Sternwartengebäudes, sowie des grossen darin aufgestellten Refractors zu geben.

Die Sternwarte befindet sich, wie schon erwähnt, auf dem Landgute Bothkamp, am nordöstlichen Ende des Bothkamper-Sees. Sie ist so gelegen, dass nach keiner Richtung hin die Freiheit des Horizontes beeinträchtigt wird. Der Grundriss des Gebäudes, welches mit seltener Solidität aufgeführt wurde, ist kreisrund und befindet sich in dessen

Mitte der ca. 4 Meter im Durchmesser haltende Pfeiler für den Refractor. Derselbe ist aus einer Tiefe von 5,5 Meter unter dem Fussboden vollständig isolirt aufgeführt, im Innern hohl, oben durch ein Gewölbe geschlossen (siehe die beiliegende Zeichnung Tafel XV).

Den äusseren Ring des Gebäudes bilden acht gleich grosse Räume, von denen der an der Westseite gelegene als Entrée dient, während die übrigen theils zur Aufstellung kleinerer Instrumente und Hilfsapparate, theils als Arbeitszimmer Verwendung finden. Aus der, zwischen diesen Zimmern und dem grossen Pfeiler gelegenen Rotunde, führt eine Treppe nach dem Beobachtungsraum. Derselbe hat einen Durchmesser von 10,5 Meter, so dass er trotz der Grösse des Instruments als sehr geräumig bezeichnet werden muss, ein Vorzug, welcher nicht genug zu schätzen ist. Die Beleuchtung dieses Raumes am Tage geschieht durch runde Fenster, welche 1,5 Meter über dem Fussboden in der Umfassungsmauer angebracht sind und welche nach allen Seiten eine Besichtigung des Himmels zulassen. Das diesen Raum bedeckende Drehdach weicht von der üblichen Bauart dadurch ab, dass es die Gestalt eines Kegels besitzt, dessen Seite 48 Grad gegen die horizontale geneigt ist; dies bietet den Vortheil einer vereinfachten Dachconstruction und Klappeneinrichtung. Die Bewegung des Daches ist trotz seines Gewichts von ca. 20000 Ctgr. mit der grössten Leichtigkeit zu bewerkstelligen, indem der Widerstand durch mehrfache Zahnräderübertragung überwunden wird. Mit dem Dach in fester Verbindung steht eine 2 Meter breite Gallerie, von welcher die Beobachtung tiefstehender Gestirne erfolgen kann und welche gleichzeitig den Zweck hat, die Festigkeit des Drehdachs zu erhöhen. Durch eine im Osten gelegene Thür gelangt man aus diesem Beobachtungsraum auf eine 2,8 Meter breite Plattform, die ausser der Erfüllung ihres Zweckes, Beobachtungen mit kleineren Instrumenten daselbst ausführen zu können, noch die Annehmlichkeit einer allseitigen, weithinreichenden Aussicht auf die Umgegend besitzt.

Die geographische Lage der Sternwarte ist zuerst von dem Obersteuermann H. Zernecke bestimmt worden, es ergab sich: östliche Länge von Altona = 46^{s}4; Breite = 54°12′2″. Später wurde die Bestimmung durch Herrn Dr. C. F. W. Peters wiederholt, die Länge östlich von Altona = 44^{s}9, die Breite dagegen = 54°12′9″ gefunden. Mit Hilfe eines 10zölligen Martins'schen Prismenkreises habe ich im Verein mit Herrn Dr. Lohse, Assistenten an hiesiger

Sternwarte, die Breite aus Höhen des Polarsterns ausserhalb des Meridians an mehreren Abenden abgeleitet und habe für die Breite 54°12′10″1 ± 1″2 erhalten. Für die Längendifferenz zwischen hier und Altona fand ich durch Chronometerübertragung 44ˢ,83. Beide Werthe stimmen gut mit den von Dr. Peters gefundenen überein, so dass ich für die Lage der Bothkamper Sternwarte annehmen werde:

Länge östlich von Altona = 44ˢ9

Breite = 54°12′10″

Höhe des Fusspunctes des grossen Refractors über dem mittleren Spiegel der Ostsee = 9,5 Meter.

Die Höhe wurde aus gleichzeitigen Barometer-Beobachtungen zwischen Bothkamp und Kiel abgeleitet, und hatte an letzterem Orte Professor Karsten die Freundlichkeit, die Ablesungen ausführen zu lassen.

Der grosse Refractor der Sternwarte ist aus der Werkstatt des Herrn Hugo Schröder in Hamburg hervorgegangen. Auf beiliegender Tafel XV ist die Totalansicht des Instruments, auf die Ebene des Meridians projicirt, gegeben. Das Fernrohr, dessen freie Objectivöffnung 293ᵐᵐ5 beträgt, ist parallactisch montirt und wird von einer Gusseisensäule getragen, welche einen glockenartigen, mit drei zur Correction der Aufstellung dienenden Stellschrauben versehenen Fuss besitzt. Auf der 2,6 Meter hohen Säule ist der aus einem Stück gegossene ringsum geschlossene AR-Kasten befestigt. Die AR-Axe ist aus Gussstahl gefertigt und läuft in glasharten Gussstahllagern, wovon das obere conisch, das untere cylindrisch ist. Der untere Theil der Axe ist plangeschliffen und ruht auf einem Chalcedon. Da die Frictionsrolle, welche unterhalb des Schwerpunctes der AR-Axe und der daran befestigten Decl.-Büchse ihren Angriffspunct hat, senkrecht zur AR-Axe wirkt, so lastet auf dem Stein der ganze in der Längsrichtung der AR-Axe wirkende Druck. Die Decl.-Axe ist aus demselben Material hergestellt und auf dieselbe Weise geführt wie die AR-Axe; auch hier wirkt der, in allen Lagen des Instruments ausserhalb des Meridians, in der Längsrichtung dieser Axe vorhandene Druck gegen einen Chalcedon. Der Schwerpunct der Decl.-Axe nebst dem daran befindlichen Fernrohr liegt dicht an dem dem Rohr zunächst liegenden Lager; um denselben in die Verlängerung der AR-Axe zu bringen, sitzen die zur Contrebalancirung dienenden Lasten auf der Decl.-Büchse und sind nicht auf der Axe selbst angebracht, um dadurch eine grössere Durchbiegung der Letzte-

ren zu vermeiden. Die Senkrechtstellung beider Axen auf einander, so wie die des Rohres gegen die Decl.-Axe geschieht mit Hilfe von je vier Stahlkeilen, welche durch Schrauben verstellbar sind.

Das mit der Decl.-Axe verbundene cylindrische Mittelstück des Rohres besteht aus Gusseisen und ist durch Rippen verstärkt. An diesem Stück sind zwei gleich lange ganz symmetrische, conisch nach beiden Enden zulaufende Rohre angeschraubt. Sie sind aus 2^{mm} starkem Kupferblech zusammengelöthet und über einen conischen Dorn gewalzt worden, wodurch ihnen, neben grosser Widerstandsfähigkeit, der Vortheil geringer Spannung verliehen ist, so dass die Durchbiegung an beiden Seiten nahe gleich gross angenommen werden kann.

Die auf dem, dem Rohre gegenüber befindlichen, 480^{mm} haltenden Declinationskreis, auf Silber ausgeführte Theilung von 10′ zu 10′ gestattet mit Hilfe zweier Nonien eine Ablesung bis auf 10″.

Der am unteren Ende der AR-Axe befestigte AR-Kreis, hat einen Durchmesser von ebenfalls 480^{mm}, er ist in Zeitminuten getheilt und können mit den Nonien noch 2^{s} abgelesen werden.

Bei beiden Kreisen haben sich keine auffälligen Theilungsfehler gezeigt, auch ist die Excentricität äusserst gering.

Die Feinstellung in Declination geschieht durch Druckschraube und Gegenfeder. Die Bewegung in Rectascension wird durch Zahnkranz und Schraube bewirkt und kann sowohl mit der Hand, als durch ein Uhrwerk bewerkstelligt werden. Die Leichtigkeit der Bewegung des Fernrohrs in beiden Coordinaten ist bei den sehr grossen Dimensionen des Instruments überaus gross; die Decl. bringt am Ende des Rohres ein Uebergewicht von 1,5 Klgr. Bewegung hervor, in AR reicht 1 Klgr. zur Drehung des Rohres aus. Hierbei muss ich besonders betonen, dass Temperaturunterschiede, wegen der fast gleichen Ausdehnung oder Zusammenziehung von Axe und Lager, einen nur wenig merkbaren Einfluss auf die Leichtigkeit der Bewegung auszuüben vermögen.

Nach diesen allgemeinen Bemerkungen über das Instrument gehe ich zur Beschreibung einzelner wichtiger Theile und Nebenapparate desselben über.

Das zum Objectiv verwandte Rohglas ist von Feil in Paris bezogen, es war dasselbe auf der Pariser Ausstellung 1867 preisgekrönt worden. Nachdem die Brechungscoëfficienten der Gläser, welche

erstere zur Vorausberechnung der Krümmungsradien erforderlich sind, auf das Genaueste von Herrn Schröder bestimmt worden waren, erfolgte der Schliff auf einer Maschine, welche cycloidische Führung des zu schleifenden Stücks gestattet. Durch eine solche Schleifmaschine werden nicht nur möglichst genaue sphärische Flächen erzeugt, sondern auch die Bildung von concentrisch um die Mitte sich lagernden Zonen, die bei der älteren Schleifmethode fast nicht zu umgehen sind, verhindert. Die während der Bearbeitung des Glases sich nothwendig erweisenden öfteren Untersuchungen der entstehenden Krümmungen geschah mit Hilfe von Fühlhebeln, von denen die empfindlichsten noch ein Milliontel Zoll anzugeben im Stande sind. Die grosse Sorgfalt und Genauigkeit, die der Verfertiger beim Schliff des Objectivs angewandt hat, ist durch die wahrhaft überraschende Leistung des Glases reichlich belohnt worden.

Die freie Objectivöffnung beträgt wie schon oben erwähnt wurde, 293^{mm}5. Die Focallänge für optische Strahlen ist 4912^{mm}, während ich die Brennweite für die chemisch wirksamsten Strahlen zu 4925^{mm} bestimmt habe. Dem Instrument sind 8 orthoscopische Oculare beigegeben, das am stärksten vergrössernde besteht aus einer dreifach achromatischen Linse. Ich habe die Vergrösserungen dieser Oculare dadurch bestimmt, dass ich das hinter denselben entstehende Bild der Objectivöffnung, wenn das Objectiv zerstreutem Lichte ausgesetzt wird, mit Hilfe des Microscops maass. Den hier folgenden Werthen ist noch der Durchmesser des Sehfeldes des betreffenden Oculars beigefügt.

Ocular.	Vergrösserung.	Durchmesser des Sehfeldes.
1	95	17,3
2	193	14,4
3	250	11,6
4	280	9,2
5	418	7,5
6	623	6,1
7	874	4,5
8	915	1,9

Der Sucher, am unteren Theile des Fernrohrs befestigt, wie die Zeichnung darthut, hat eine Oeffnung von 60^{mm}, seine Brennweite beträgt 600^{mm}, die Vergrösserung ist 26fach und die Grösse des Gesichtsfeldes 1,8 Grad.

Dem Instrument ist ein Positionsmicrometer beigegeben. Der silberne Theilkreis desselben hat einen Durchmesser von 333^{mm}, die Theilung ist von 15′ zu 15′ ausgeführt, mit Hilfe zweier Nonien lässt sich noch 1′ ablesen. Die Theilung ist von Herrn Dr. Lohse genauer von 10 zu 10 Grad untersucht worden, und hat diese Untersuchung ergeben, dass die Theilungsfehler die Genauigkeit einer Ablesung nicht überschreiten, die Excentricität aber verschwindend ist.

Die Micrometerschraube habe ich einer genaueren Prüfung unterworfen. Die periodischen Ungleichheiten der einzelnen Schraubengänge stellten sich als sehr gering heraus, der grösste aus der Vernachlässigung dieser Ungleichheiten entstehende Fehler beträgt nur 0^{r}00078 oder 0″020 Bogensecunden. Die Verschiedenheit in der Höhe der einzelnen Schraubengänge an dem Theil der Schraube, welcher am meisten gebraucht wird, ist im Mittel 0^{r}00050 oder 0″013. Herr Schröder hat die Ungleichheit der Schraubengänge dadurch geprüft, dass er mit Hilfe der Schraube eine Theilung auf Glas ausgeführt hat, die Glasplatte wurde dann der Länge nach zerschnitten, die Hälften verkehrt an einander gelegt und unter dem Microscop untersucht; die grösste auf diese Weise gefundene Ungleichheit betrug 0^{r}0010 oder 0″025. Der todte Gang der Schraube ist gering, er überschreitet 0″20 nicht. Für die Höhe eines Schraubengangs in Bogensecunden fand ich aus Beobachtungen an mehreren Abenden, die an Sternen von verschiedener Declination angestellt wurden:

$$1^{r} = 25''069 \pm 0''0073$$

Die Anzahl der Fäden, die ursprünglich eine grössere war, habe ich auf 14 reducirt, davon sind zwei Fäden durch die Micrometerschraube beweglich, ihr Abstand beträgt 5′0. Die 5 AR-Fäden haben folgende Abstände vom Mittelfaden: 10^{s}5, 6^{s}8, 6^{s}8, 10^{s}5. Die Entfernung der Decl.-Fäden dagegen beträgt: 5′0″; 3′45″; 2′30″; 2′30″; 3′45″ und 5′0″. Die Möglichkeit einer Verstellung der Decl.-Fäden durch eine der Micrometerschraube gegenüberliegende Schraube, und dadurch gegebene Veränderuug der Coincidenzen der beweglichen und festen Fäden ist leider nicht vorhanden. Die periodischen Fehler der Micrometerschraube können demnach nicht durch passende Anordnung der Beobachtungen möglichst eliminirt werden, sondern man ist gezwungen, eine gründliche Untersuchung der Schraube vorzunehmen und die periodischen Fehler als Correctionen an die Beobachtungen anzubringen.

Die Beleuchtung der Fäden geschieht durch eine Lampe, welche in der Verlängerung der Declinationsaxe am Fernrohr befestigt ist. Die Einrichtung ist derartig, dass die Fäden sowohl hell auf dunkelem Grunde, als umgekehrt dunkel auf hellem Grunde erscheinen können.

Da das Instrument zu sehr verschiedenen Zwecken gebraucht werden soll, ist ein leichtes Abnehmen und sicheres Wiederansetzen des Positionsmicrometers an das Fernrohr sehr wichtig. Es ist dies dadurch erreicht, dass der Micrometerapparat auf einer Metallplatte mit rechtwinklig umgebogenem Rande angebracht ist, welcher mit grosser Leichtigkeit über einen, am unteren Ende des Fernrohrs befindlichen Eisenring aufgeschoben werden kann, um mit 4 Kopfschrauben an diesem befestigt zu werden. Damit hierbei die Lage des Nullpunctes des Positionskreises möglichst genau an dieselbe Stelle kommt, ist eine Nase vorhanden, welche in einen gleichgrossen Ausschnitt passt. Die Schwankungen in der Lage des Nullpuncts betragen, wie zahlreiche Beobachtungen ergeben haben im Mittel 1'8. Dass die Fadenplatte des Micrometers mit Hilfe einer Schraube in die Ebene des Brennpuncts des Objectivs gebracht werden kann, ist selbstverständlich.

Eine ähnliche Platte wie die, an welcher das Positionsmicrometer angebracht ist, dient zur Befestigung aller weiter unten eingehender beschriebenen Apparate; sie trägt ein Gewinde, in welches sich zunächst ein mit Trieb versehenes Auszugsrohr für die oben erwähnten Oculare einschrauben lässt. Der schwächsten 95-fachen Vergrösserung ist ein Ringmicrometer beigegeben, bei welchem der Durchmesser des äusseren Ringes 12'36", der des inneren dagegen 10'8" beträgt.

Zur Beobachtung hoch stehender Gestirne lässt sich ein rechtwinkliges Prisma einsetzen, dessen reflectirende Fläche 2500 Quadrat-Millim. gross ist. Ueber der Stelle, wo sich dieses Prisma nach der Befestigung befindet, ist das Fernrohr senkrecht gegen die Längsrichtung durchbohrt und wird dort das mit Trieb versehene Ocularrohr eingeschraubt.

Dieses rechtwinkelige Prisma kann durch ein anderes ersetzt werden, welches zur Beobachtung der Sonne dient. Der Querschnitt desselben ist ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen Catheten 40^{mm} und 70^{mm} Länge haben, es wird so im Innern des Fernrohrs befestigt, dass die dem rechten Winkel gegenüberliegende ca. 5000 Quadrat-Millim. grosse Fläche 45^{0} gegen die optische Axe des Fern-

rohrs geneigt ist. Durch Reflexion an dieser Fläche gelangen die Lichtstrahlen in das Auge des Beobachters, sind aber so geschwächt, dass ein schwaches Blendglas ausreicht, um ohne bedeutende Reizung der Sehnerven die Sonne längere Zeit betrachten zu können. Sehr empfiehlt sich die Anwendung des Prismas auch zur Beobachtung des Mondes, indem dadurch das blendende Licht desselben in sehr angenehmer Weise geschwächt wird. Die Strahlen, welche in das Prisma eintreten, werden so an den Seitenflächen reflectirt und durch die Fassung des Prismas aufgehalten, dass sie das von der einen Oberfläche reflectirte Bild in keiner Weise beeinträchtigen können.

Um photographische Aufnahmen von Himmelskörpern ausführen zu können, lässt sich eine Camera obscura aus Cedernholz am Fernrohr anschrauben und ist ausserdem noch ein Linsensatz vorhanden, welcher das im Brennpunct entstehende Bild vergrössert auf die matte Glasscheibe der Camera, respective der sensitiven photographischen Platte wirft. Eine vierfache Vergrösserung des im Brennpuncte des Fernrohres entstehenden Bildes ist noch zulässig, sodass man Photographien der Sonne von 200^{mm} Durchmesser direct anfertigen kann. Beim Mond wird, wegen der geringen Lichtstärke bei einem so grossen Bilde, wohl eine zu lange Exposition erforderlich sein, doch habe ich darüber noch keine genügenden Erfahrungen gesammelt. Wichtig schien es mir, besonders für die Photographie von Fixsternen die Möglichkeit zu haben, Aufnahmen direct im Brennpunct ausführen zu können, und liess ich zu dem Zwecke eine entsprechende Vorrichtung anfertigen.

Das Uhrwerk, durch welches das Fernrohr um die Stundenaxe bewegt werden kann, ist von Eichens in Paris verfertigt, und ist die Regulirung bei demselben nach dem Foucault'schen Principe ausgeführt. Mit Rücksicht auf die Benutzung des Instruments zu astro-photographischen Zwecken lässt sich der Gang des Uhrwerks sogar während der Bewegung jeder vorkommenden Geschwindigkeit leicht accommodiren. Um die scheinbare Bewegung von Sonne und Mond nachahmen zu können, wird noch ein zweites Uhrwerk an der Klemmvorrichtung für Declination angebracht, und dadurch die Veränderung der Declination dieser Gestirne berücksichtigt. Dasselbe wird durch eine kräftige Feder getrieben, und sind seine Dimensionen auf einen möglichst kleinen Raum beschränkt.

Zu spectralanalytischen Untersuchungen dient ein ebenfalls von

Herrn Schröder angefertigter Spectral-Apparat, welcher aus einem Prismensatz à vision directe von fünf Prismen mit 90⁰ brechendem Winkel, Spalt, Collimator-Linse und einem Beobachtungsfernrohr besteht. Für Sterne wird vor den Spalt eine Cylinder-Linse gesetzt. Der Apparat lässt sich um seine Längsaxe drehen und diese Drehung an einem in ganze Grade getheilten Positionskreise ablesen, was zur Bestimmung der Lage der Protuberanzen von Wichtigkeit ist. Die Prismen haben 20^{mm} Höhe, das Fernrohr 22^{mm} Oeffnung bei 230^{mm} Brennweite, und vergrössern die beiden zugehörigen Oculare 5 resp. 9 Mal. Um verschiedene Stellen des Spectrums in die Mitte des Sehfeldes des Beobachtungsfernrohrs zu bringen, sowie um die Abstände der Spectral-Linien zu bestimmen, ist eine Micrometerschraube angebracht, welche gestattet, die Richtung des Fernrohrs messbar gegen die Prismen zu verändern. Die hierbei zu erreichende Genauigkeit beträgt 0,01 Schrauben-Umdrehungen, was für Strahlen mittlerer Brechbarkeit einem Unterschiede in der Wellenlänge von ca. 0,15 Milliontel Millimeter entspricht.

Die Beschreibung des Fernrohrs mit seinen Nebenapparaten hiermit beschliessend, will ich noch einige kurze Bemerkungen über die Aufstellung und Leistung desselben hinzufügen. Nach vollendeter Montirung Mitte October 1870 erfolgte die genaue Justirung der einzelnen Theile, die Centrirung des Objectivs, die Senkrechtstellung der Axen auf einander, und schliesslich die Parallelstellung der Stundenaxe des Fernrohrs zur Weltaxe. Die parallactische Montirung wurde soweit berichtigt, dass die grössten Abweichungen in beiden Coordinaten 45″ nicht überschreiten. Absolute Bestimmungen mit Hilfe des Instruments auszuführen, deren Genauigkeit innerhalb 10″ gelegen ist, halte ich für möglich, zumal da Vorrichtungen vorhanden sind, derartige Bestimmungen sehr erleichternde Nadir-Beobachtungen anstellen zu können. Zur Nivellirung der Declinationsaxe ist noch ein sehr empfindliches Niveau vorhanden.

Was nun die Leistungen des Instruments in optischer Beziehung anbelangt, so kann ich wohl sagen, dass dieselben meine Erwartungen in jeder Weise übertroffen haben. Obgleich mir keine Gelegenheit gegeben ist, das Fernrohr mit ähnlich grossen Instrumenten zu vergleichen, glaube ich doch durch den jahrelangen Gebrauch des jedenfalls sehr vorzüglichen Aequatoreals der Leipziger Sternwarte im Stande zu sein, die Leistungen dieses grösseren Instrumentes einiger-

maassen bemessen zu können. Die Lichtstärke ist überraschend, die Präcision der Bilder ganz vorzüglich. Erstere hatte ich an mehreren Nebelflecken zu prüfen Gelegenheit, und spricht auch die Sichtbarkeit wenigstens zweier Uranusmonde sehr zu Gunsten der optischen Kraft des Fernrohrs. Die Präcision der Sternbilder und die damit verbundene trennende Kraft ist an feinen Doppelsternen untersucht worden, doch habe ich in dieser Beziehung noch eine andere Prüfung vorgenommen. Auf einer weissen Tafel wurden verschiedene Systeme von dunklen Linien gezogen, und zwar so, dass die Breite der schwarzen Linien den weissen Zwischenräumen gleichkamen. Diese Tafel wurde in einer Entfernung von 922 Meter aufgestellt, und konnten Linien mit den Ocularen 1 und 2 noch gut gesehen werden, deren Breite 0″45 betrug. Mit Ocular 3 erschien das nächste System, bei welchem die Linien 0″22 breit waren, nur zeitweilig, wegen der Unruhe der Luft, aufgelöst. Die Trennung des Systems gelang dagegen bei den Ocularen 4, 5 und 6 vollständig. Durch stärkere Vergrösserung liess sich nicht mehr erreichen, da dann der Einfluss der Unruhe der Luft ein zu grosser war.

Das Sonnenprisma liefert ganz vortreffliche Bilder. Das granulirte Aussehen der Sonnenoberfläche, sowie die feinen Zergliederungen in den Penumbren der Sonnenflecken ist mit Leichtigkeit, selbst bei weniger günstiger Luft, zu erkennen. Das Spectroscop auf die Sonne gerichtet lässt bei Anwendung der stärksten Vergrösserung alle in dem Angström'schen Atlas (Spectre normal du soleil) verzeichneten Linien erkennen. Die Protuberanzen lassen sich mit Leichtigkeit beobachten und sind die feinsten Details in den zarten Wölkchen wahrzunehmen.

Ueber die Leistungen des photographischen Apparats kann ich noch nichts Maassgebendes berichten, da erstens die Winterzeit sich wenig zu photographischen Versuchen eignet, dann aber die vollständige Einrichtung des photographischen Laboratoriums vor Kurzem erst vollendet werden konnte.

Mögen diese wenigen Notizen über die Leistungen des Instruments vorläufig genügen, besonders da ich hoffen kann, in nächster Zeit im Stande zu sein, Ausführlicheres anzugeben.

Zum Schluss will ich noch der kleineren Instrumente und Apparate, welche die Sternwarte besitzt, Erwähnung thun.

Ein Cometensucher, von Herrn Schröder gefertigt, hat 136^{mm}

Objectiv-Oeffnung bei 1670^{mm} Brennweite. Er zeichnet sich durch Lichtstärke und Schärfe der Bilder aus. Das Instrument besitzt drei Oculare, welche 26, 64 und 101 Mal vergrössern. Die 64fache Vergrösserung kann mit einem Ringmicrometer versehen werden, dessen äusserer Rand 29′55″, dessen innerer dagegen 23′7″ Durchmesser hat. Die Sehfelder der genannten Vergrösserungen sind beziehentlich 1°49′1, 0°36′0 und 0°22′6.

Ein zweites Fernrohr ist ein älteres Fraunhofer'sches von 75^{mm} Oeffnung und 1160^{mm} Brennweite.

Ferner ist für die Sternwarte angeschafft worden:
ein Zöllner'sches Photometer von Ausfeld in Gotha verfertigt; ein 10zölliger Prismenkreis von Pistor & Martins in Berlin; zwei Pendeluhren, die eine von Knoblich in Altona, die andere von Zachariae in Leipzig, und ein Box-Chronometer von Knoblich. Die Knoblich'sche Pendeluhr ist in der Rotunde am Pfeiler für den Refractor aufgehängt.

Diese Uhr ist ganz vortrefflich, indem die grössten täglichen Schwankungen im Gang nur wenige Hundertel Secunden betragen.

Die Pendeluhr von Zachariae ist in dem Beobachtungsraum aufgehängt, und steht mit ihr ein Ausfeld'scher Chronograph in Verbindung.

An meteorologischen Instrumenten besitzt die Sternwarte zwei Barometer, ein Heber-Barometer und ein Fortin'sches Gefäss-Barometer; ferner ein Metall-Maximum- und Minimum-Thermometer, ein Psychrometer, mehrere Thermometer, sowie einen Regen- und Schneemesser, welche Apparate von Mechanikus Schadewell in Dresden bezogen wurden.

Bothkamp, im April 1871. **H. Vogel.**

Beschreibung des grossen Aequatoreals der Sternwarte zu Greenwich.

Von

G. B. Airy.

(Hiezu Tafel V bis XII.)

Fortsetzung von Seite 171.

Tafel IX.

Diese Tafel enthält Details der Polarachse, des Fernrohres und die Montirung des Rohres an der Polarachse. Der Maassstab der Figuren 31, 32, 33, 33*, 34 ist 1 Zoll für 6 Fuss, für die Figuren 35 und 36 1 Zoll für 2 Fuss und für Figur 37 beträgt er $^1/_{30}$.

Figur 31 bezieht sich hauptsächlich auf die Verbindung von zwei Polarpfeilern nach den kleinen Achsen von Figur 25 und 30.

1 in Figur 31 ist der obere Zapfen der Polarachse mit ihrem Kopfe wie bei 45 auf der Tafel VIII, man sieht ihn hier im Durchschnitte.

2 ist der untere Zapfen, im Durchschnitte gesehen. Der untere Theil desselben entspricht 11 auf Tafel VIII. Seine grosse Länge ist nöthig wegen des Aequatorealkreises 14 auf Tafel VIII.

3, 3 in allen grossen Figuren sind Polarpfeiler entsprechend den vier Verbindungspuncten nach der kleinen Axe der Endrahmen in Figur 25 und 30.

4 in allen grossen Figuren ist ein Polarpfeiler, entsprechend einem Verbindungspuncte am Ende der grossen Axe von Figur 25 und 30. Ein Pfeiler 4 mit den zwei benachbarten Pfeilern 3 bildet eine prismatische Seite der Polaraxe.

Die Polarpfeiler sind eiserne Röhren, wie sie gewöhnlich im Handel vorkommen. Als das Fernrohr schliesslich montirt war, wurden Löcher in die Seiten von zweien der Röhren 3, 3 gebohrt und

Bleikugeln eingegossen in geeigneter Grösse, um das Gestell zu balanciren.

5, 5 etc. sind diagonale Stäbe. Ihre Enden sind an Bänder angefügt, die an den Polarpfeilern befestigt sind.

6, 6 etc. sind Puncte, bei welchen jeder diagonale Stab durchschnitten ist und durch einen Cylinder wieder vereinigt wird, welcher die beiden Abschnitte mit inneren Schraubengängen umfasst, wovon der eine mit einer rechtsdrehenden, der andere mit einer linksdrehenden Schraube geschnitten ist. Dreht man diesen Cylinder, so kann die Länge des diagonalen Stabes vergrössert oder verkleinert werden.

7, 7 etc. sind Stäbe parallel den Endrahmen, welche sich besonders an die Bänder anlegen. Jeder dieser Stäbe hat bei 8, 8 etc. eine Schraube am einen Ende und einen Stützpunct am anderen Ende und es kann so der Stab durch Drehen wirklich verlängert und verkürzt werden. Es ist zu bemerken, dass die Stäbe 5 und 7 Theile des Rahmens sind, welcher nur 3 und 3 verbindet (nicht 3 und 4).

9 ist eine Handhabe, um dem Polarrahmen eine feine Bewegung in gerader Aufsteigung geben zu können. Sie ist bei 10 durch ein schräges Zahnrad, das eine Universalbewegung zulässt, mit der Stange 11 verbunden, welche am Untertheile mit einer Stange in Verbindung steht, die auf die feine Bewegungsschraube von 21 in Figur 25 einwirkt.

12 ist eine Schiene zur Führung eines gleitenden Hakens, in welchen 9 nach Belieben eingelegt werden kann.

Figur 32 bezieht sich nur auf die Verbindung eines der Pfeiler 3 mit einem der Pfeiler 4. Man sieht, dass der Raum dazwischen in vier Parallelogramme getheilt ist, während der zwischen 3 und 3 in drei Parallelogramme getheilt ist.

13 und 14 entsprechen in jeder Hinsicht 5 und 7.

In den Figuren 33, 34, 35, 36, 37 stellen

15, 16, 17 die Lager für jeden Zapfen der Declinationsaxe dar. 15 ist die eigentliche Stütze, die an dem Pfeiler 4 sehr fest geklemmt ist; 16 ist eine sehr starke Schiene, welche die Basis der Stütze mit Pfeiler 3 verbindet; und 17 ist eine schwächere Schiene, welche die Spitze der Stütze mit 3 verbindet. 15, 16, 17 bilden ein Dreieck in einem Stücke.

Man sieht aus der Form dieser Theile, namentlich in Figur 37, dass die Declinationsaxe den Polarrahmen nicht im Mittelpuncte oder

in der Linie der grossen Axe der Endrahmen kreuzt, sondern in der Verlängerung dieser grossen Axe. Durch diese Anordnung, die, wie man aus Figur 30 sieht, eine Unterbrechung eines Theiles des Umfanges am oberen Polarrahmen erforderlich machte, kann das Fernrohr um einige Grade im Declinationskreise über den Pol hinaus bewegt werden.

18, 18 sind die Enden der Zapfen der Declinationsaxe.

19 ist eine Curbel, die mit einer Schraube und Bügel verbunden ist, womit der Zapfen aus seinem Lager gehoben werden kann.

20, 20 sind die conischen Axen des Fernrohres, ähnlich denen eines Passageninstrumentes.

21 ist das durchbrochene eiserne Gehäuse, in welches das Fernrohr eingesetzt ist.

22 ist das Rohr des Fernrohres. Es besteht aus vier Mahagonibrettern, die eine viereckige Röhre bilden; an den beiden Enden sind die Ecken conisch zugeschnitten, wodurch das Viereck in ein Achteck umgewandelt ist, an welches die Messingfassung für das Objectiv und Ocular angebracht wird. Im Rohre befinden sich einige Blenden, wodurch dasselbe sehr fest gemacht ist.

23 ist der Klemmungskreis. An der rechten Seite in Figur 36 ist er unmittelbar an einem Pfeiler 3 mittelst zweier Klemmen befestigt, an der linken Seite ist er an einem anderen Pfeiler 3 durch ein vorstehendes Eisenstück befestigt.

24 ist die Declinationsklemme, die im Eisengehäuse 21 geführt wird.

25 ist die Stange der Schraube zum Drücken der Klemme; sie wird vom Ocularende des Fernrohres aus gehandhabt. Unter ihr befindet sich eine andere Stange, die in der Ansicht der Figur 37 verdeckt, dagegen in Figur 39 mit 25* bezeichnet ist und die auf die feine Bewegung der Klemme einwirkt.

26 ist der getheilte Kreis, der an dem Gehäuse angebracht ist.

27, 27 die Microscope zum Ablesen der Theilung. Der Streifen, welcher die Theilung trägt, befindet sich an einer inneren conischen Oberfläche von 26, die senkrecht gegen die Richtung von 27 steht.

28, 28 sind die Beleuchtungsrohre. Das Licht der Gaslampen 29, 29 tritt in diese Röhren ein, fällt auf eine geneigte durchsichtige Glasplatte in jedem Microscop (wodurch das Sehen durch das Microscop nicht gehindert wird) und wird hier durch das Microscoprohr auf die

Theilung von 26 reflectirt, von hier wird es wieder zum Auge durch das Microscop hindurch zurückreflectirt. Die Gaslampen sind an Röhren mit Gelenken angebracht und durch Gegengewichte balancirt.

30 ist die Gasröhre, welche von 48 in Fig. 29 herabgeführt wird.

31, 31 sind die Speiseröhren der Gaslampen 29, 29.

32 ist die Röhre, welche Gas zu dem drehbaren Gasgelenk in dem Zapfen der Declinationsaxe bringt, von wo aus es zu dem Brenner 33 in dem Oculare des Fernrohres geführt wird.

34 ist ein Seitenarm an der Seite des Fernrohres, der sich um einen Stift bei 35 dreht, eine Theilung bei 36 und einen Stift mit einem Kopfe bei 37 trägt.

38 in den Figuren 33 und 33* sind Schieberstangen, mit Theilungen am Schieber, zur Verbindung des Stiftes 37 mit einem Stifte an einem Pfeiler 3, dessen Ort in Figur 31 und 33 zu sehen ist. Ist 36 nahe auf der Mitte seiner Theilung, so gibt die Theilung auf 38 sehr nahe die Nordpolardistanz des beobachteten Objectes an. Der Apparat dient dazu, das Fernrohr auf irgend eine gegebene Nordpolardistanz einzustellen; wird aber nicht zum Klemmen des Fernrohres oder gar zur genauen Ablesung der Nordpolardistanz gebraucht. Es ist auch ein Stift am anderen Pfeiler 3 in Figur 31 da, und auf einigen der Schieberstangen befinden sich doppelte Theilungen für jede Polardistanz eingerichtet.

39 ist ein Cabel mit vier galvanischen Drähten, das von den vier isolirten Ringen 50 in Figur 29 herabgeführt ist.

40 sind vier isolirte Federn, mit welchen diese Drähte verbunden sind.

41 sind vier isolirte Ringe, an welche sich die Federn 40 anlegen. An die Ringe 41 sind Drähte angelöthet, welche zum Ocularende des Fernrohres gehen.

42, 42 zwei dieser Drähte schliessen beständig einen Strom am Ocularende. Sie gehen durch ein Chronometer 43, dessen Gang sie reguliren, durch einen Secundenzähler 44, welcher dazu dient, die Zeitsecunden hörbar zu schlagen und durch eine Endplatte 45, welche zum Wechseln der Verbindungen eingerichtet ist. Das Zifferblatt von 43 ist dem Beobachter am Oculare des Fernrohres zugerichtet.

46 sind zwei der genannten Drähte, wovon der eine zu einem isolirten Ring 47, der andere zu einem isolirten Taster führt. Drückt man diesen Taster mit dem Finger nieder, so wird ein galvanischer

Strom geschlossen, wodurch ein Punct auf den Cylinder des Chronographen des Observatoriums aufgedrückt wird.

48 ist eine kleine Curbel zur Aenderung der Neigung des Beleuchtungsspiegels. Das Licht zur Beleuchtung tritt von 33 her durch eine kleine Oeffnung ein, die man unter 48 sieht.

49 ist ein kleines Gegengewicht für das Fernrohr, das nur gebraucht wird, wenn zu dem Gewicht der seitlichen Schiene noch das Gewicht einer Stange 38 hinzukommt.

50 ist eine der beiden Stangen, die an das Objectivende des Fernrohres gehen und hier auf zwei Schrauben einwirken, welche in die Objectivfassung eingreifen und in Verbindung mit einer dritten Schraube, für welche keine Bewegung gefordert wird, die Neigung des Objectives gegen die Axe des Rohres bestimmen. Mittelst dieser beiden Stangen kann der Beobachter, während er einen Stern anvisirt, die Neigung des Objectives adjustiren, indem er dieselbe ändert, bis er das möglichst gute Bild des Sternes erhält.

Tafel X.

Die Tafel X enthält die Beschreibung der Declinationsaxe und des Fernrohres, des regulirenden Theiles der Sternuhr und des Chronometers am Ocularende des Fernrohres, sowie des Sitzes für den Beobachter. Die Beziehungsnummern bilden die Fortsetzung von denen der Tafel IX.

Die Figuren 38 und 39 sind perspectivische Ansichten der Declinationsaxe mit dem Declinationskreise, sowie des Fernrohres, nahezu in einem Maassstabe von 1 Zoll für 2 Fuss; Figur 39* ist eine Zeichnung der Fassung des Objectivglases, das $12^3/_4$ Zoll freie Oeffnung hat. Die Beziehungsziffern, mit Ausnahme von 25* und 51 sind alle schon in der Beschreibung der vorigen Tafel erklärt.

Bei 18 sieht man die Form der Declinationszapfen.

25* ist die Stange, welche auf die feine Bewegung an der Declinationsklemme wirkt.

50 sind drei Schrauben zum Halten der Objectivfassung; es ist übrigens nicht nöthig, an mehr als zweien derselben Stangen anzubringen, wie man in Figur 39 sieht.

51 ist der Sucher.

Figur 40 stellt in halber Grösse den regulirenden Theil der Sternuhr 37 in Figur 24 und 26 dar. Es ist zu bemerken, dass die Uhr

eine Halbsecundenuhr im gewöhnlichen Sinne ist und also die homologen Bewegungen des Pendels in Intervallen von ganzen Secunden eintreten. Bei diesen Intervallen stellt das Echappementrad der Durchgangs-Uhr einen Contact der galvanischen Federn her, wodurch ein galvanischer Strom geschlossen wird. Alles dieses ist nöthig zur Regulirung der Uhr 37 auf den gleichen Gang wie ihn die Durchgangsuhr hat, weil die von dieser erzeugten galvanischen Ströme auf das Pendel der Uhr 37 einwirken sollen.

52 ist die Pendellinse der Uhr 37.

53 ist ein an dem Pendel angebrachter Stahlmagnet. Die Lage der Pole dieses Magneten ist gleichgültig; tritt der eine Pol in die Spirale 54 ein, so wird die Uhr 37 stets ein wenig gegen die Durchgangsuhr vorausgehen; tritt der andere Pol ein, so wird 37 gegen die Durchgangsuhr ein wenig zurückbleiben.

54 ist eine galvanische Spirale, die mit den Drähten 42 verbunden ist, welche von den Federn der Durchgangsuhr hergeleitet sind.

Figur 41 stellt in ganzer Grösse den regulirenden Theil des Chronometers 43 in den Figuren 37 und 39 dar.

55, 55 ist der Balancier des Chronometers.

56 ist die Balancierfeder.

57, 58 sind zwei mit der Balanciersaxe verbundene Magnete, deren Pole entgegengesetzt gerichtet sind. Sie sind also astatisch gegen die magnetische Einwirkung der Erde; allein die Einwirkungen der Drahtspirale 42* auf die Nadel 57, die in derselben schwingt, und auf die Nadel 58, die ausserhalb schwingt, haben in demselben Sinne statt.

42* ist eine Drahtspirale, die mit den Drähten 42 verbunden ist. Die Drahtspirale und die Magnetnadeln sind denen beim gewöhnlichen Nadeltelegraphen ganz ähnlich.

Der Balancier 55 vollendet zwei Doppelschwingungen in einer Zeitsecunde. Nach jeder Secunde sind also seine Bewegungen homolog; da er nach jeder Secunde durch die galvanische Einwirkung des Drahtes 42 einen Impuls erfährt, so wird er in dem gleichen Gange erhalten wie die Durchgangsuhr. Diese Anordnung wurde von Herrn William Ellis, Assistenten an der kgl. Sternwarte erdacht und mit Erfolg ausgeführt.

Man wird bemerkt haben, dass die gleiche Beziehungsnummer 42 an dem Drahte in Figur 40 angebracht ist, wo die Drahtspirale von

einem unbeweglichen Pfeiler getragen wird, und auch an dem Drahte in Figur 41, wo die Drahtspirale von dem beweglichen Ocularrade des Fernrohrs geführt wird. Die folgende Auseinandersetzung zeigt, dass diese Identität der Bezeichnung wirklich correct ist. Ein Draht 42 tritt von einer Feder am Echappementrade der Durchgangsuhr in den untersten Raum des Gebäudes bei 16 auf Figur 2 ein, steigt von hier am südwestlichen Winkel des südlichen Pfeilers zur Uhr 37 in Figur 26 und zur Drahtspirale 54 in Figur 40 empor; sodann geht er auf demselben Wege nach 16 in Figur 2 zurück und ist zu einem Endcabinet im Meridiankreissaale geführt, wo er mit einem anderen Drahte verbunden ist, der stets (auf diesen Tafeln) mit 42 bezeichnet wurde und in das Gebäude bei 16 in Figur 2 wieder eintritt, zum nordöstlichen Winkel des nördlichen Pfeilers geht und zu einer der Federn 49 in Figur 29 emporgeleitet ist; hier steht er mit einem Ringe 50 in Verbindung, von dem aus ein Draht, mit 42 bezeichnet, zu einer Feder 40 in Figur 37 geführt ist, welche wieder mit einem Ringe 41 in Verbindung steht, von dem aus ein gleichfalls mit 42 bezeichneter Draht zu der Drahtspirale 42* in Figur 41 geleitet ist, von welcher aus die galvanische Leitung auf einen parallelen Weg zur Batterie und zur anderen Feder am Echappementrade der Durchgangsruhr zurückkehrt. Sind die beiden Federn des Echappementrades zum Contact gebracht, so geht der Batteriestrom in demselben Momente durch die zwei Drahtspiralen 54 in Figur 40 und 42* in Figur 41.

Die Figuren 42, 43, 44, 45 zeigen die Construction des Haupt-Beobachtungssessels in einem Maassstabe von 1 Zoll für 5 Fuss.

59 ist das grosse Gestell für den Sessel.

60 ist der im Fussboden des Saales befestigte Zapfen, um den sich das Gestell für den Sessel im Azimut dreht. Er ist mit 29 in Figur 4 bezeichnet.

61, 62 sind die grösseren Räder, welche auf der Eisenbahn 30 in Figur 4 laufen. Die innere Seite von 61 ist mit Zähnen versehen (die Breite des kreisförmigen Radreifes ist nämlich grösser genommen als dies für die Speichen allein nöthig wäre).

63, 63 sind die kleineren Räder, die auf der Eisenbahn 31 in Figur 4 laufen.

64 ist ein Trieb, welcher auf die innere Seite von 61 einwirken kann. In Figur 45 ist er ausgelöst und in Figur 44 ist er eingelöst und nicht sichtbar.

65 ist ein schräges Rad an derselben Axe mit 64.

66 ist ein schräger Trieb, der in 65 eingreift. In Figur 45 ist er ausgelöst, in Figur 44 eingelöst.

67 ist eine Stange mit Universalgelenk und verschiebbarem Rohre, die mittelst einer Curbel 68 gehandhabt wird, welche vom beweglichen Beobachtungssessel geführt wird, und stets im Bereiche der Hand des Beobachters sich befindet.

Wenn 64 aus 61 ausgelöst ist, kann das Gestell des Sessels mit freier Hand ringsherum geführt werden. Ist dagegen 64 in 61 eingelöst, so wird das Gestell des Sessels mit grosser Leichtigkeit mittelst der Curbel 68 bewegt.

69, 69 ist das Gestell des beweglichen Sessels.

Es ist ein rechteckiges Gestell; an seinen oberen und unteren Enden sind eiserne Bolzen angebracht, die horizontal auf beiden Seiten vorstehen. Diese Bolzen sind in Kerben an den Seiten des grossen Sesselgestelles verschiebbar; es sind diese Kerben durch die punctirten Linien 69* in den Figuren 43 und 44 angedeutet. Ein oberer und ein unterer Bolzen an der einen Seite laufen in der Kerbe 69* von Figur 43, und ein oberer und unterer Bolzen an der anderen Seite laufen in der Kerbe 69* von Figur 44. Am Gestell befindet sich, wie man sieht, eine Seitenlehne, ein Fusstritt und eine Rücklehne 77.

70 ist eine Curbel, welche auf einen Trieb 71 und ein gezahntes Rad 72 an einer Winde wirkt, von welcher ein Seil 73 geführt wird, das über einer Rolle weggeht und an eine Stange 74 am beweglichen Gestelle befestigt ist; man kann damit das ganze bewegliche Gestell auf- und abbewegen. An der Axe von 72 befindet sich ein Gesperre, in das sich ein Sperrkegel einlegt, um ein Abgleiten des beweglichen Gestelles zu verhüten.

75 ist eine Curbel zum Drehen der Schraube ohne Ende 76, welche in ein Sperrrad an der Axe 74 eingreift. Dreht man diese Axe, so wird das Seil 73 verkürzt oder verlängert und der Beobachter kann so mittelst der Curbel 75 den Sessel in beträchtlicher Ausdehnung auf- und abführen.

77 ist die Sesselrücklehne, die um ein Scharnier beweglich ist, das die Rücklehne mit dem Sesselgestell verbindet; die Rücklehne trägt einen gezahnten Bogen, dessen Mittelpunct das Scharnier ist.

78 ist eine Curbel mit Schraube ohne Ende, welche in diesen

gezahnten Bogen eingreift. Der Beobachter im Sessel kann durch Drehen dieser Curbel sein Auge mit grosser Feinheit an das Ocular des Fernrohres bringen. Die Curbelaxe von 78 kann abgebogen werden, um bequem in den Sessel ein- und aussteigen zu können.

Die durch die drei Curbeln 68, 75 und 78 bewerkstelligten Bewegungen sind von grosser Wichtigkeit für die Behaglichkeit des Beobachters und für die Genauigkeit der Beobachtung.

80 und 81 sind eine Leiter und Stufen, um den beweglichen Sessel zu besteigen, wenn er sich in höheren Lagen befindet.

82 ist ein Ergänzungssessel zum Beobachten der Objecte nahe am Zenith. Er hat keine Seiten, keinen Fusstritt, keinen Apparat zum Heben und zum Fixiren (dazu reicht die Reibung allein hin); die Rückwand wird von einem daran befestigten Arme getragen, dessen Sperrzahn in einem Querkolben liegt.

Figur 46 ist das Gestell mit dem Sessel, der den Zweck hat, sehr nahe am Pole gelegene Objecte zu beobachten, die Zeichnung ist gleichfalls im Maassstabe von 1 Zoll auf 5 Fuss ausgeführt.

83 ist ein Gestell, welches durch den Raum bewegt werden kann, in welchem sich das Fernrohr zwischen den zwei prismatischen Stützen der Polaraxe dreht; es kann auf den Kreis 32 in Figur 4 und 5 aufgelegt werden, ohne irgendwo am Aequatorealrahmen anzuliegen. An jedem Ende befindet sich ein Zapfen, welcher in einer der Höhlungen des Kreises 32 in Figur 4 und 5 liegt.

84 ist der bewegliche Sessel; sein bewegliches Gestell kann durch einen einfachen, auf Stiften liegenden Haken befestigt werden; jedes Ende des Sessels kann durch einen in einem Gesperre liegenden Haken gehoben und festgestellt werden.

(Fortsetzung und Schluss im nächsten Hefte.)

Methode zur Füllung von Barometerröhren ohne Auskochen und ohne Gefahr des Zerspringens derselben.

Von

H. Wild.

(Hiezu Tafel XVII Fig. 5.)

(Aus dem Repertorium für Meteorologie vom Herrn Verfasser mitgetheilt.)

Im Jahre 1857 hat Taupenot[1] eine neue Methode zur leichtern Füllung von Barometerröhren angegeben. Durch Herstellung nämlich eines Vacuums über dem Quecksilber in der Barometerröhre erleichterte er das Sieden desselben beim Auskochen des Rohres der Art, dass die ganze Röhre bis zu ihrem oberen Ende ausgekocht werden konnte und die Gefahr des Springens des Rohres bedeutend vermindert wurde. Es ist mir nicht bekannt, inwiefern diese Methode in der Praxis Eingang gefunden und ob sie sich dabei bewährt hat; ich glaube aber, dass die nachfolgende, auf dasselbe Princip sich stützende Methode sich hiezu besser eignen dürfte. Seit 10 Jahren nämlich habe ich mich derselben zur Füllung einer grossen Zahl von Barometerröhren der verschiedensten Gestalt und Dimensionen bedient, ohne dass mir dabei auch nur ein Mal eine Röhre gesprungen oder überhaupt die ganze Operation missglückt wäre. Da die Barometer-Röhre überdies für diese Art der Füllung nicht besonderer Ansätze etc. bedarf, sondern unmittelbar in der Gestalt verwendet werden kann, in welcher sie schliesslich verbleiben soll, endlich diese Methode ihrer Sicherheit und Einfachheit halber auch leicht auf Reisen practicirt werden kann, so hielt ich es für nützlich, dieselbe hier gerade mit Bezug auf unsere Landesverhältnisse zu veröffentlichen.

---

1) Note sur la construction du baromètre et l'ébullition du mercure dans le vide par M. Taupenot. Ann. de Chimie et de Physique, 3. sér. t. 49, p. 91.

Eine kugelförmige doppelt tubulirte Vorlage wird einerseits durch ein kurzes Stück ungeschwefelten Kautschuk-Rohres mit der zu füllenden Barometerröhre, andererseits durch Kautschukröhren mit einer Trockenröhre und weiterhin mit einer Luftpumpe verbunden. Die letzteren Kautschukröhren sind durch eingelegte Drahtspiralen gegen das Zusammendrücken durch den äussern Luftdruck zu schützen. Darauf wird der ganze Apparat: Trockenröhre, Vorlage und Barometerrohr evacuirt. Lässt man hierauf von der Luftpumpe her wieder Luft einströmen, so muss diese dabei die Trockenröhre passiren, so dass zur Vorlage und zum Barometerrohr nur trockene Luft gelangt. Wiederholt man dies einige Male, so werden die letzten Spuren von Feuchtigkeit entfernt. In die so getrocknete Vorlage bringt man die nöthige Menge chemisch reinen Quecksilbers zur Füllung der Barometerröhre, verschliesst wieder und evacuirt mehrmals nach einander, um die dabei allenfalls mit eingedrungene Feuchtigkeit wieder zu entfernen. Die Vorlage wird darauf auf einem Dreifuss mit Drahtnetz erwärmt, bis das Quecksilber eben in's Kochen geräth, was im leeren Raum, wie schon Taupenot gezeigt hat, schon bei ungefähr 300° C. und ohne Stossen erfolgt. Nachdem man hierauf mit derselben oder einer zweiten Lampe die Barometerröhre noch etwas erwärmt hat, wird das heisse Quecksilber durch Neigen der Vorlage in die letztere gegossen. Damit sich hiebei nicht Blasen verdünnter Luft an den Wänden der Röhre fangen, ist es gut, das Quecksilber langsam und bei schwacher Neigung der Barometerröhre einlaufen zu lassen. Sollte das erstere trotz dessen geschehen, so kann die Blase leicht dadurch entfernt werden, dass man das Quecksilber bis zur betreffenden Stelle gegen die Vorlage zurücklaufen lässt und dann die Röhre wieder langsam aufrichtet. In dieser Weise wird die Barometerröhre bis über ihr Ende hinaus mit Quecksilber gefüllt und darauf mit der Kautschuk-Röhre von der Verbindungsröhre mit der Vorlage abgezogen. Man lässt in der Kautschukröhre Quecksilber, damit beim Erkalten die Barometerröhre gefüllt bleibt und entfernt die erstere mit dem überflüssigen Quecksilber erst, wenn man die Röhre in ihr Gefäss einsetzen will oder bei Heber-Barometern die Röhre bereits aufgerichtet hat.

Die beifolgende Figur 5 Tafel XVII stellt den bezüglichen Apparat dar, wie ich ihn für die Anwendung auf Reisen zusammengestellt habe. *A* repräsentirt eine auf dem Tisch festzuschraubende Handluftpumpe, *B* die mit Chlorcalcium gefüllte Trockenröhre, *C* den Quecksilberbehälter,

der auf dem Dreifusse D vermittelst der Spirituslampe E erhitzt wird und durch die Kautschukröhre H mit dem zu füllenden Barometerrohr K verbunden ist.

In Betreff der einzelnen Theile ist noch Folgendes zu bemerken. Die Trockenröhre habe ich stets mit etwa haselnussgrossen Stücken geschmolzenen Chlorcalciums angefüllt, was bei langsamem Hindurchströmen der Luft zur Austrocknung desselben genügend erschien. Baumwollenbäusche zu Anfang und zu Ende des Rohres verhindern das Mitreissen von Staub beim Durchströmen der Luft. Um ebenso eine Verunreinigung des Quecksilbers in der Vorlage und weiterhin in der Röhre durch Schwefelstaub zu verhindern, ist es räthlich, wenigstens zwischen Trockenröhre und Vorlage unvulcanisirte Kautschuk-Röhren zu verwenden; auf alle Fälle aber darf das Stück H nur aus solchen bestehen.

Die Reinigung der Vorlage und der Barometerröhre geschieht am besten in folgender Weise. Man giesst in das eine dieser Gefässe einige Cubic-Centimeter concentrirte Schwefelsäure, lässt dieselben unter schwachem Erwärmen über einer Gas- oder Spirituslampe alle Wandtheile berühren und spült sodann mit destillirtem Wasser (oder filtrirtem Regenwasser) gut aus, worauf man den Rest des Wassers durch eine kleine Menge eingebrachten Alcohols aufnehmen lässt. Die letzten Spuren des letzteren nach erfolgtem Ausgiessen werden erst nach der Zusammensetzung des Apparates beim Austrocknen der Vorlage und Barometerröhre vermittelst der Luftpumpe entfernt.

Der in der Zeichnung dargestellte Reise-Apparat ist zur Füllung der Barometer unserer meteorologischen Stationen an Ort und Stelle bestimmt. Ein entsprechender Apparat ist Herrn Carl v. Struve schon im Jahre 1869 für die Einrichtung meteorologischer Stationen in Turkestan mitgegeben worden; einen dritten habe ich Herrn Dr. Fritsche, Director des meteorol.-magnetischen Observatoriums in Peking, geschickt.

Reinigung des Quecksilbers.

Mehrfach um Mittheilung des im Observatorium befolgten Verfahrens der Quecksilberreinigung angegangen, halte ich es für das Zweckmässigste, dies an dieser Stelle im Anschluss an das Obige zu thun. Unsere Methode ist im Wesentlichen die von Ulex angegebene, die wir unter allen als die schnellste und sicherste erkannt haben.

Man nehme etwa 1000 Gramm des zu reinigenden Quecksilbers und giesse es in eine circa 2000 Gramm Wasser fassende Flasche; dann wiege man 30 Gramm Eisenchloridlösung, aus 1 Theil trockenen Eisenchlorids und 3 Theilen destillirten Wassers bestehend, ab, giesse selbige zum Quecksilber hinzu und schüttle die mit einem Korken verschlossene Flasche kräftig, bis das Quecksilber so fein zertheilt erscheint, dass man mit blossem Auge keine Kügelchen mehr erkennen kann. Nun wasche man die im Wasser löslichen Unreinigkeiten und die überschüssige Chloridlösung durch Schütteln mit gewöhnlichem Wasser in derselben Flasche aus, lasse abstehen, giesse die abgestandene Flüssigkeit vorsichtig ab, wiederhole diese Manipulation noch zweimal und schütte dann, nachdem das abgestandene Wasser wieder fortgegossen, den dünnen grauen Brei in eine Porcellanschale. Durch vorsichtiges Erwärmen der Porcellanschale auf einem Wasserbade wird die Quecksilbermasse allmälig trocken, worauf man aus derselben durch Zerreiben in einem Porcellanmörser den grössten Theil des Quecksilbers in seinem gewöhnlichen Aggregatzustand wieder erhält. Dieses so erhaltene reine Quecksilber wird auf ein mit einer Nadel durchstochenes Schreibpapierfilter gebracht und so von den ihm anhängenden Pulvertheilen getrennt, dann in einer reinen geräumigen Flasche mit seinem doppelten Volumen destillirten Wassers geschüttelt, und nach Entfernung des Wassers, durch vorsichtiges Abgiessen, dieselbe Manipulation noch zweimal oder so lange wiederholt, bis das Wasser ganz klar und rein bleibt. Sodann entfernt man die noch dem Quecksilber anhängenden Wassertheilchen durch Abtrocknen mit nicht faserndem Fliesspapier und durch nochmaliges Filtriren durch durchstochenes Schreibpapier. Behufs vollständigen Austrocknens bringt man das Quecksilber noch über concentrirte Schwefelsäure oder frisch geglühtes Chlorcalcium unter die Glocke einer Luftpumpe, wo es nach dem Evacuiren nach Verlauf einiger Stunden vollständig trocken wird, wenn die Quecksilberschicht in dem Glasgefässe über der Schwefelsäure höchstens 1 Centimeter dick ist. Schliesslich wird das Quecksilber, wenn nöthig, noch einmal durch glattes durchstochenes Schreibpapier unter einer Glasglocke über Chlorcalcium oder concentrirter Schwefelsäure und zwar gleich in das zur Aufbewahrung bestimmte, gut gereinigte und getrocknete Gefäss filtrirt.

Universal-Instrument

von

Ertel & Sohn in München.

(Hiezu Tafel XVIII u. XIX.)

Die Dimensionen der Kreise sind 14 Zoll par. Das Fernrohr hat 27''' Oeffnung und 24'' Brenn. Der Horizontalkreis und der getheilte Verticalkreis *b* sind verdrehbar; die Verdrehung des Horizontalkreises ist derart, dass man selben ganz unabhängig vom Instrument verdrehen kann und umgekehrt, indem die Klemme nicht auf den Kreis, sondern auf das Centrum wirkt.

Die Büchse *c*, welche auf dem verticalen Zapfen ruht und an der die beiden Microscopenträger *ee'* befestigt sind, trägt die Stütze *f* mit dem Obertheil des Instrumentes. Es ist darauf Bedacht genommen, dass das Gewicht des Obertheiles auf die Mitte des Instrumentes verlegt ist und zwar auf folgende Weise. In der Mitte der Stütze *f* ist eine Metallbüchse *h* (Fig. 1—3) befestigt und in selber ist ein cylindrischer Stahlzapfen eingepasst. Auf diesem Zapfen ruht eine Brücke *h* (Fig. 1—3), die mit selbem fest verbunden ist. Auf dieser Brücke sind 2 Balancirungen *ii'*. Auf diesen Balancirungen ruht das ganze Gewicht der Horizontal-Axe, mit Ausnahme was zur Zapfenreibung in den Lagern nothwendig ist, folglich ist das Gewicht des Obertheiles auf den Stahlzapfen und mithin in die Mitte verlegt.

Auf den Stahlzapfen in der Büchse *q* wirkt ein Excenter, der an der Axe *k* befestigt und durch die Handhabe *l* gedreht werden kann. Dadurch kann der Stahlzapfen gehoben werden, die beiden Säulen *mm'*, die oben halbrund ausgeschnitten, greifen die Horizontal-Axe *n*, und so kann man selbe aus den Lagern heben und den Obertheil umlegen. Diese Operation geht sehr leicht, indem auf dem Stahlzapfen in der Büchse *a* eine Balancirung wirkt.

Der Microscopenträger *o* ist auf der Horizontal-Axe befestigt und auf dem Microscopenträger die Libelle *p*. Das Gegengewicht *q* ist für den Microscopenträger *o* und *r* das Gegengewicht für die Ocularröhre. In dem Gegengewicht *r* ist eine Scheibe mit farbigen Gläsern eingesetzt für die Feldbeleuchtung. Das Fernrohr ist durch das Gegengewicht *s* balancirt.

Optische Vorlesungsversuche

von

E. Mach.

(Hiezu Tafel XXII, Figg. 11—13.)

1. Modell zur Veranschaulichung der Linsenwirkung.

Im Winter 1869/70 las ich ein Colleg über geometrische Optik vor 30—40 Zuhörern, in welchem ich von den Gesetzen der Perspective ausgehend auch die Gauss'sche Dioptrik auf einige einfache Sätze der Perspective oder der sogenannten neueren Geometrie zurückführte.

Paulus in seinen Grundlinien der neueren Geometrie, Stuttgart 1853 S. 361, hat zuerst den Satz ausgesprochen:

„Bei der Brechung auf der Kugeloberfläche sind Bild und Object homologe Gestalten zweier collinearen räumlichen Systeme. Diese Systeme liegen perspectivisch, der Kugelmittelpunct ist das Centrum, die Tangentialfläche des Kugelabschnittes ist die Axenebene der Collineation und der Modulus der Collineation ist dem Brechungscoefficienten zwischen den zwei brechenden Medien gleich.“

Weitere Anwendungen von dieser schönen Bemerkung hat Paulus nicht gemacht. Im Gegentheile sind schon die Sätze, die er über die Linse aufstellt, sehr mangelhaft. Ich gelangte jedoch leicht durch blosse Verallgemeinerung der Paulus'schen Bemerkung zu folgendem Satz: [1])

„Bei einem System centrirter brechender Flächen stehen der Objectraum und der Bildraum in räumlicher Collinearprojection; sie liegen jedoch nicht mehr perspectivisch. Die perspectivische

1) Natürlich gilt dieser Satz, wie die Gauss'sche Theorie nur, wenn man von den Linsenabweichungen absieht. — Gewissermassen war die Praxis dieser Theorie den Physikern längst geläufig. Man erinnere sich z. B. an das Projiciren der Polarisations- und Interferenzerscheinungen mit Hilfe von Linsen.

Lage kann hergestellt werden, wenn man den einen Raum längs der Axe, welche ein gemeinschaftlicher Strahl ist, so lange vorschiebt, bis die beiden Gauss'schen Hauptebenen zusammenfallen. Dann werden die zusammenfallenden Hauptebenen zur Collineationsebene, die zusammenfallenden Knotenpunkte zum Collineationscentrum und die beiden Brennebenen sind Gegenebenen."

Obwohl nun in den Heften meiner Zuhörer sich eine vollständige Theorie dieses Gegenstandes befindet, welche das Meiste von dem enthält, was seither Töpler und Lippich zur Gauss'schen Theorie hinzugefügt haben, so bin ich selbstverständlich weit davon entfernt, hierauf irgendwelche Prioritätsansprüche zu gründen. Ich will bloss ein Mittel angeben, dessen ich mich bedient habe, um die hieher gehörigen Verhältnisse dem Schüler geläufig zu machen.

Man zieht auf der Tafel Fig. 11 *AA* die Axe der brechenden Fläche, schlägt in den Scheitelpunct *S* und in das Centrum *C* derselben Nägel ein und setzt auf dieselben ein bewegliches Drahtbüschel, welches bei *M* durch eine Schraube geklemmt werden kann. So lange die Strahlen *S* und *C* auf den Puncten *S* und *C* bleiben, das Büschel mag sonst wie immer gedreht und umgelegt werden, schneiden die Strahlen *g* und *B* zwei conjugirte Puncte auf der Axe ab. Die Bewegung dieser beiden Puncte *g* und *B* versinnlicht das gleichzeitige Wandern von Gegenstand und Bild.

Für den Fall des Spiegels hat man ein harmonisches Büschel zu wählen und für ein System von brechenden und reflectirenden Flächen denke man sich die beiden Hauptpuncte nach *S* zusammengeschoben.

Will man Constructionsaufgaben machen, so empfiehlt es sich als Objecte Kegelschnitte zu wählen und die Abbildung derselben in brechenden Systemen zu untersuchen.

Bei dieser Gelegenheit sei erwähnt, dass sich der Durchschnitt zweier projectivischer Büschel in einem Kegelschnitt sehr hübsch zeigen lässt, wenn man an einen geschwärzten Draht *A* einen zweiten *B* quer auflöthet, welcher auf der einen Seite weiss, auf der andern schwarz ist. Stellt man sich mit diesen Drähten vor den Spiegel, so dass man im Original die schwarze, im Spiegel die weisse Seite sieht und blickt man, während man *A* als Drehaxe benützt, durch beide Drehfelder durch, so erblickt man als Durchschnittsfigur einen schönen schwarzen Kegelschnitt. Beim Sehen mit beiden Augen treten noch hübsche stereoskopische Erscheinungen auf.

2. Apparat zur Demonstration der Brechung, Reflexion, totalen Reflexion, Dispersion etc. mit Hilfe fluorescirender Flüssigkeiten.

Fick hat zuerst versucht, die Wirkung der Linsen mit Hilfe fluorescirender Flüssigkeiten zu demonstriren. Mein Assistent Herr Dr. Neumann hat die mehrfachen Reflexionen in einer planparallelen Platte aus fluorescirendem Glase sichtbar gemacht. Ich habe endlich meinem Laboranten Hajek einen Apparat angegeben, der von demselben ausgeführt wurde und der sich für viele schöne Versuche eignet.

Ein gusseisernes Stativ A (Fig. 12, 13) trägt ein cylindrisches Glasgefäss B, dessen eine Basis mit einer eisernen Bodenplatte C verschlossen ist, die eine Axe D trägt, während die andere durch eine abschraubbare Glasplatte E gebildet wird. An der Axe D sitzt drehbar ein Metallstück ee mit zwei stellbaren Spiegeln a und c'. Das Gefäss B ist an der Oberseite mit zwei Lücken versehen, wovon die eine zum Eingiessen der Flüssigkeit, die andere zum Entweichen der Luft dient. Am Boden des Gefässes ist eine verschraubte Lücke angebracht, durch welche die Flüssigkeit wieder abgelassen werden kann. Die abschraubbare Glasplatte E gestattet die bequeme Reinigung des Gefässes. Ein Trichter zum Eingiessen der Flüssigkeit und ein gekrümmtes Rohr für das Einblasen von Tabakrauch vervollständigen den Apparat.

Der Gebrauch des Apparates ist folgender. Das Gefäss B wird zur Hälfte mit Petroleum, zur Hälfte mit Rauch gefüllt. Der Spiegel a wird zunächst so gestellt, dass bei der Drehung des Metallstücks ee um die Axe D die Bilder in demselben sich nicht bewegen; dann steht der Spiegel senkrecht auf der Drehaxe. Stellt man nun den Apparat so, dass der vom Heliostaten durch eine kleine Oeffnung herkommende am Spiegel a reflectirte Lichtstrahl wieder auf diese Oeffnung zurückfällt, so ist die Axenrichtung zugleich die Lichtrichtung. Nun lässt man einen dickern Lichtcylinder auf a fallen und dreht den Spiegel a so, dass das Licht durch die Lücke b nach dem Spiegel c' und durch die Lücke d in den Mittelpunkt des Gefässes B reflectirt wird. Durch die Drehung des Stückes ee kann man nun beliebige Einfallswinkel hervorbringen. An der Vorderseite durch die Platte E sieht man den ganzen Weg des einfallenden, gebrochenen und reflectirten Strahles. Besonders hübsch ist der Fall der totalen Reflexion. Man sieht hiebei den gebrochenen Strahl zunächst eine starke Dis-

persion erleiden, dann in die Trennungsfläche der beiden Medien schlüpfen und den reflectirten Strahl plötzlich an Intensität zunehmen.

Die Wirkung planparalleler Platten kann man an dem Apparat zeigen, wenn man etwa die Hälfte des Gefässes mit einer wässerigen fluorescirenden Flüssigkeit füllt und darüber eine Schichte Petroleum giesst.

Das Apparat wird gegenwärtig von Dr. Neumann, Mechanikus in Prag, ausgeführt.

Ueber Verbesserungen am Pouillet'schen Pyrheliometer

von

O. Frölich.

(Hiezu Tafel XXII Fig. 14.)

Die Pouillet'schen Untersuchungen über Sonnenwärme haben mit Recht eine gewisse Berühmtheit erlangt, weil in denselben zum ersten Male die von der Sonne ausgestrahlte, die von derselben auf die Erde eingestrahlte Wärme, das Absorptionsvermögen der Atmosphäre u. s. w. absolut gemessen wurden. Die Mittel jedoch, deren sich Pouillet bediente, waren einfacher Natur, und zwar in verschiedener Beziehung: theils enthält sein Pyrheliometer gar keine Vorrichtungen zur Unterdrückung der störendsten Fehlerquellen, theils kann die von Pouillet angewandte Methode der Berechnung nur als eine grobe Annäherung angesehen werden; daher rührt es auch vielleicht, dass die Resultate späterer Beobachter theilweise so stark von den Pouillet'schen abwichen. Aus diesem Grunde scheint das Bedürfniss geboten, dem Pyrheliometer eine solche Einrichtung zu geben, dass die Voraussetzungen, welche bei der Berechnung der Messungen getroffen werden, im Apparat wirklich erfüllt sind, und zu derselben die genaue Methode der Berechnung anzugeben; und diess möchten wir in Folgendem versuchen.

Der störendste Umstand bei der Erwärmung der Pyrheliometerscheibe durch die Sonne ist offenbar die Einwirkung der Luft; theils nimmt der Wind, wenn der Apparat im Freien aufgestellt ist, erhebliche Quantitäten von Wärme weg, wie Pouillet selbst erwähnt, theils lässt sich auch bei ruhiger Luft die Einwirkung der Umgebung nur ungenau bestimmen. Die dem Pyrheliometer ausser den Sonnenstrahlen zugesandte Wärme kommt nicht nur aus der berührenden Luftschicht, deren Temperatur Pouillet zu messen pflegte, sondern auch durch Strahlung aus den benachbarten festen Gegenständen, namentlich dem Erdboden; es sollte also eigentlich als „Temperatur der Umgebung“

eine aus allen jenen Einwirkungen zusammengesetzte Grösse, nicht die Lufttemperatur, in Rechnung gebracht werden; dieselbe lässt sich aber nicht experimentell bestimmen.

Ausserdem wird eine Voraussetzung, auf welche sich die Rechnung stützen muss, vom Apparat nicht erfüllt, dass nämlich die äussere Leitungsfähigkeit des Gefässes nach allen Seiten dieselbe sei; denn die der Sonne zugekehrte Fläche wird berusst, damit keine Sonnenstrahlen reflectirt werden, die übrigen Flächen jedoch bleiben blank, damit der Einfluss der umgebenden Wärmequellen abgeschwächt wird. Pouillet bestimmte die äussere Leitungsfähigkeit nicht; sie lässt sich jedoch bestimmen, und es ist dies von einzelnen Beobachtern geschehen, wenn man genauere Formeln aufstellt für die Erwärmung und Abkühlung. Aber auch in diesem Fall ist man genöthigt, die äussere Leitungsfähigkeit nach allen Seiten als gleich anzunehmen, weil man im Fall der Berücksichtigung der Verschiedenheit in den Beobachtungen keine Mittel finden würde, den Unterschied zu bestimmen, welchen hierin die Vorderfläche im Gegensatz zu den übrigen Flächen zeigt.

Aus diesen Gründen scheint es gerathen, einerseits die Einwirkung der Luft gänzlich zu beseitigen, und andererseits den Apparat so zu verändern, dass die aus den Seiten und aus der hinteren Fläche der Scheibe austretende Wärme für sich bestimmt werden kann; hierauf gründet sich die in Tafel XXII Fig. 14 dargestellte Einrichtung.

Das Gefäss 1 ist das Pouillet'sche Pyrheliometergefäss; auf seine Vorderfläche ist ein Conus K von Metallblech aufgeschraubt, der oben in bb kugelförmig ausgewölbt ist, so dass der Mantel aa senkrecht steht auf der Fläche bb, und welcher in d eine runde Oeffnung besitzt, die genau übereinstimmt mit der Fläche c. Die Oeffnung d ist wo möglich durch eine Steinsalzplatte verschlossen; aus dem ganzen conischen Raum K wird die Luft ausgepumpt. Die Fläche d ist parallel mit c, die Verbindungslinie der Mittelpuncte senkrecht zu beiden Flächen, so dass die Sonnenstrahlen senkrecht auf c auffallen, wenn c vollständig beleuchtet ist. Die Fläche c ist berusst, ebenso die Fläche aa, damit keine seitwärts durch d auf a geworfenen Wärmestrahlen dort reflectirt werden und schliesslich nach c gelangen können; die Fläche bb ist polirt, damit die meisten Strahlen, welche c seitwärts nach b sendet, nach senkrechtem oder nahe senkrechtem Auffall wieder nach c reflectirt werden, so dass man annehmen kann, die Ausstrahlung der

Fläche c geschehe nur nach derselben Fläche (d), von welcher sie auch ihre Einstrahlung empfängt. Das Gefäss 1 nun ist umhüllt von einem zweiten, dieses wiederum von einem dritten, u. s. f., alle enthalten Wasser, das letzte (in der Figur das dritte) ist von einem Raum R umgeben, welcher entweder mit schlechten Leitern (Baumwolle, Sägspäne etc.), oder mit Eiswasser angefüllt wird. Durch die Einwirkung der Sonnenstrahlen wird das erste Gefäss sich am meisten erwärmen, die andern um so weniger, je weiter sie von dem ersten abliegen; man bringt nun so viele Gefässe an, bis man annehmen darf, dass das letzte Gefäss während der Beobachtung keine Wärme an den Raum R abgebe, wenn derselbe mit schlechten Leitern angefüllt ist. In allen Gefässen muss die Temperatur vermittelst eingesetzter Thermoketten beobachtet werden können; in das letzte Gefäss ist ein Thermometer eingesetzt. Durch die Axe des Apparats geht eine dünne Stange, an welcher Rührflügel r für die einzelnen Gefässe sitzen, und welche von Aussen mit einer Kurbel bewegt wird. Beim Füllen des Apparats wird ein Gefäss nach dem andern mit den betreffenden Thermo-Elementen aufgeschraubt und durch kleine, verschliessbare Oeffnungen das Wasser hereingebracht; wenn der Boden der Gefässe etwas gewölbt ist, so können die Luftblasen leicht entfernt werden. Jedes Gefäss ist von andern völlig abgeschlossen; die in jedes Gefäss eingefüllte Menge Wasser wird genau gemessen. Der ganze Apparat muss um eine verticale und eine horizontale Axe drehbar gemacht werden, um dem Stand der Sonne folgen zu können.

Dieses Pyrheliometer kann nach zwei verschiedenen Methoden gebraucht werden. Bei derjenigen, welche namentlich geeignet ist, zu jeder Zeit die Sonnenwärme zu messen, wenn bereits die Constanten des Apparates bestimmt sind, wird der Raum R mit schlechten Leitern angefüllt, bei der andern, welche vorzugsweise zur Bestimmung der Constanten des Apparats sich benutzen lässt, wird jener Raum durch Anfüllen mit Eiswasser auf der Temperatur 0^0 erhalten. Nach beiden Methoden können sowohl die Sonnenwärme, wie die Constanten des Apparates bestimmt und die Anzahl der Gefässe beliebig gross gewählt werden.

Wenn q die Anzahl der Gefässe, und jedes derselben im Inneren überall dieselbe Temperatur besizt und immer nur Wärme austauscht mit den beiden benachbarten, wenn ferner das vorderste von der einen Seite Sonnenwärme erhält, das letzte dagegen mit einem Raum

von constanter Temperatur communicirt, so ist diess derselbe Fall, wie wenn q materielle Theilchen von verschiedenen Temperaturen neben einander liegen, ein Wärmeaustausch nur zwischen den unmittelbar benachbarten stattfindet und ausserdem das erste eine constante Wärmemenge erhält, das letzte dagegen auf constanter Temperatur erhalten wird.. Man hat daher die Differenzialgleichungen:

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} = o_0 W - jo_0 v_1 - ho_1 (v_1 - v_2)$$

$$m_2 \frac{dv_2}{dt} = ho_1 (v_1 - v_2) - ho_2 (v_2 - v_3)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$m_{q-1} \frac{dv_{q-1}}{dt} = ho_{q-2} (v_{q-2} - v_{q-1}) - ho_{q-1} (v_{q-1} - v_q)$$

$$m_q \frac{dv_q}{dt} = ho_{q-1} (v_{q-1} - v_q) - ho_q (v_q - U);$$

hier bedeuten $m_1 \ldots . m_q$ die Wassermengen in den einzelnen Gefässen, $v_1 \ldots . v_q$ ihre Temperaturen, t die Zeit, h die äussere Leitungsfähigkeit der Gefässoberflächen, im Fall sie von beiden Seiten mit Wasser umgeben sind, j diejenige der berussten, der Sonne zugekehrten Oberfläche des ersten Gefässes, ferner o_0 die Grösse dieser letzteren Oberfläche, $o_1 \ldots . o_q$ diejenigen der resp. zwischen dem ersten und zweiten Gefäss, dem zweiten und dritten etc. liegenden Oberflächen, endlich W die in der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit auffallende Sonnenwärme, und U die constante Temperatur des Raumes R. Wenn nun nach der ersten Methode der Raum R mit schlechten Leitern angefüllt ist, so findet kein Wärmeaustausch zwischen dem q^{ten} Gefäss und R statt; es ist also in diesem Falle $ho_q = o$ zu setzen. Nach der zweiten Methode dagegen findet ein Austausch statt, aber es ist $U = o$. Die Integrale dieser Differenzialgleichungen sind bekanntlich

$$v = w_1 + u_1,\ v_2 = w_2 + u_2,\ \ldots . v_q = w_q + u_q,$$

wo die w die stationären Endtemperaturen, die u die von den Anfangstemperaturen abhängigen, variabeln Temperaturen bedeuten.

Wenn

$$jo_0 = J,\ ho_1 = H_1,\ ho = H_2,\ \ldots . ho_q = H_q,$$

so hat man für die w die Gleichungen:



$$1)\left\{\begin{array}{l} o = o_0 W - J w_1 - H_1\ (w_1 - w_2) \\ o = H_1\ (w_1 - w_2) - H_2\ (w_2 - w_3) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ o = H_{q-2}\ (w_{q-2} - w_{q-1}) - H_{q-1}\ (w_{q-1} - w_q) \\ o = H_{q-1}\ (w_{q-1} - w_q) - H_q\ (w_q - U), \end{array}\right.$$

welche im Ganzen $q + 2$ Elemente: $o_0 W$, J, H_1, $H_2 \ldots . H_q$ enthalten.

Die Grösse u für das i^{te} Gefäss hat die Form:

$$u_i = P_{i,1} \,.\, e^{-\lambda_1 t} + P_{i,2} \,.\, e^{-\lambda_2 t} + \ldots . + P_{i,q} \,.\, e^{-\lambda_q t};$$

für λ und die P hat man die Gleichungen:

$$2)\left\{\begin{array}{l} o = H_1 P_2 + (\lambda m_1 - (J + H_1))\ P_1 \\ o = H_2 P_3 + (\lambda m_2 - (H_2 + H_3))\ P_2 + H_1 P_2 \\ \cdot \\ o = H_{q-1} P_q + (\lambda m_{q-1} - (H_{q-2} + H_{q-1}))\ P_{q-1} + H_{q-2} P_{q-2} \\ o = (\lambda m_q - (H_{q-1} + H_q))\ P_q + H_{q-1} P_{q-1}, \end{array}\right.$$

ferner, wenn V_1, $V_2 \ldots . V_q$ die Anfangstemperaturen bedeuten,

$$3)\left\{\begin{array}{l} V_1 - w_1 = P_{1,1} + P_{1,2} + \ldots .. + P_{1,q} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ V_q - w_q = P_{q,1} + P_{q,2} + \ldots .. + P_{q,q}. \end{array}\right.$$

Die Gleichungen 2) geben die Verhältnisse der P für ein bestimmtes λ und für λ eine Gleichung vom q^{ten} Grade, deren Wurzeln λ_1, $\lambda_2, \ldots . \lambda_q$. Wenn diese letztere Gleichung imaginäre Wurzeln enthielte, so würden in den u auch periodische Glieder auftreten; es lässt sich aber nachweisen, dass die Wurzeln für λ sämmtlich reell sind.

Setzt man nämlich in die Gleichungen 2) $\lambda + i\mu$ statt λ und entsprechend $M_1 + iN_1, \ldots ., M_q + iN_q$ statt $P_1, \ldots . P_q$, so muss das Reelle für sich und das Imaginäre für sich verschwinden. Man erhält daher zwei Systeme von der Form:

$$\begin{array}{l} o = a_1 M_2 + (\lambda - \alpha_1)\ M_1 - \mu N_1 \\ o = \alpha_2 M_3 + (\lambda - \alpha_2)\ M_2 + b_2 M_1 - \mu N_2 \\ \cdot \\ o = a_{q-1} M_q + (\lambda - \alpha_{q-1})\ M_{q-1} + b_{q-1} M_{q-2} - \mu N_{q-1} \\ o = (\lambda - \alpha_q)\ M_q + b_q M_{q-1} - \mu N_q \end{array}$$

und

$$
\begin{aligned}
o &= a_1 N_2 + (\lambda - \alpha_1)\, N_1 + \mu M_1 \\
o &= a_2 N_3 + (\lambda - \alpha_2)\, N_2 + b_2 N_1 + \mu M_2 \\
&\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\
o &= a_{q-1} N_q + (\lambda - \alpha_{q-1})\, N_{q-1} + b_{q-1} N_{q-2} + \mu M_{q-1} \\
o &= (\lambda - \alpha_q)\, N_q + b_q N_{q-1} + \mu M_q,
\end{aligned}
$$

wo die a, die b, und α alle reell und positiv.

Eliminirt man $\lambda - \alpha_1$, $\lambda - \alpha_2$, ... $\lambda - \alpha_q$ aus je zwei entsprechenden Gleichungen dieser Systeme und führt die Bezeichnung ein

$$\delta_i = M_i N_{i-1} - M_{i-1} N_i \text{ und } \sigma_i = M_i^2 + N_i^2,$$

so kommt:

$$
\begin{aligned}
o &= -\alpha_1 \delta_1 + \mu\sigma_1 \\
o &= -\alpha_2 \delta_2 + b_2 \delta_1 + \mu\sigma_2 \\
&\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\
o &= -\alpha_{q-1} \delta_{q-1} + b_{q-1} \delta_{q-2} + \mu\sigma_{q-1} \\
o &= b_q \delta_{q-1} + \mu\sigma_q.
\end{aligned}
$$

Eliminirt man nun hieraus successive die δ, so erhält man schliesslich die Gleichung

$$o = \mu \left\{ b_2 b_3 b_4 \ldots b_q \,.\, \sigma_1 + a_1 b_3 b_4 \ldots b_q \,.\, \sigma_2 + a_1 a_2 b_4 \ldots b_q \,.\, \sigma_3 + \ldots\ldots + a_1 a_2 a_3 \ldots a_q \,.\, \sigma_q \right\};$$

hier stehen nun in der Klammer lauter positive Grössen, es muss also $\mu = o$ sein, d. h. der Exponent λ kann nur reelle Werthe haben.

Ein allgemeiner Ausdruck lässt sich für λ nur aufstellen, wenn das Gesetz, nach welchem die Oberflächen o wachsen, bekannt ist, da die Gleichungen 2) lineare Differenzengleichungen zweiter Ordnung sind mit variabeln Coefficienten; wir werden jedoch die Ausführung des Apparates bedeutend erschweren, wenn wir verlangen würden, dass die verschiedenen Oberflächen genau nach bestimmten Maassen gearbeitet sein sollen. Die Kenntniss des allgemeinen Ausdrucks für λ in den Grössen J, H_1 .... H_q und m_1, m_2 .... m_q ist auch gar nicht nöthig zur Bestimmung der H, ebenso wenig diejenige der allgemeinen Ausdrücke für die P; vielmehr geben die Gleichungen 1) und 2) die Ausdrücke aller zu bestimmenden Elemente: $o_0 W$, J, H_1, H_2 .... H_q, in den Grössen λ, P_1, P_2 .... P_q, und zwar für einen beliebigen der q-Werthe von λ.

Setzt man

$$P_i - P_{i+1} = \Delta P_i \text{ und } w_i - w_{i+1} = \Delta w_i,$$

so sind die Gleichungen 1) und 2):

$$
1\,a)\left\{\begin{array}{l}
o = o_0 W - J w_1 - H_1 \varDelta w_1 \\
o = H_1 \varDelta w_1 - H_2 \varDelta w_2 \\
\dots\dots\dots\dots \\
o = H_{q-2} \varDelta w_{q-2} - H_{q-1} \varDelta w_{q-1} \\
o = H_{q-1} \varDelta_{q-1} - H_q \, (w_q - U)
\end{array}\right.
$$

und

$$
2\,a)\left\{\begin{array}{l}
\lambda m_1 P_1 = J P_1 + H_1 \triangle P_1 \\
\lambda m_2 P_2 = - H_1 \varDelta P_1 + H_2 \varDelta P_2 \\
\dots\dots\dots\dots \\
\lambda m_{q-1} P_{q-1} = - H_{q-2} \varDelta P_{q-2} + H_{q-1} \varDelta P_{q-1} \\
\lambda m_q P_q = - H_{q-1} \varDelta P_{q-1} + H_q P_q
\end{array}\right.
$$

Aus diesen beiden Systemen lassen sich $o_0 W$, J, und die H auf mannigfache Art ableiten; die einfachsten Ausdrücke sind:

$$
4)\left\{\begin{array}{l}
H_1 = \lambda m_2 \dfrac{P_2 \varDelta w_2}{\varDelta P_2 \varDelta w_1 - \varDelta P_1 \varDelta w_2} \\
\dots\dots\dots\dots \\
H_i = \lambda m_i \dfrac{P_i \varDelta w_{i-1}}{\varDelta P_i \varDelta w_{i-1} - \varDelta P_{i-1} \varDelta w_i}, \text{ oder} \\
H_i = \lambda m_{i+1} \dfrac{P_{i+1} \varDelta w_{i+1}}{\varDelta P_{i+1} \varDelta w_i - \varDelta P_i \varDelta w_{i+1}} \\
\dots\dots\dots\dots \\
H_q = \lambda m_q \dfrac{P_q \varDelta w_{q-1}}{P_q \varDelta w_{q-1} - \varDelta P_{q-1} (w_q - U)} \\
J = \lambda \left\{ m_1 - m_2 \dfrac{\varDelta P_1}{P_1} \dfrac{P_2 \varDelta w_2}{\varDelta P_2 \varDelta w_1 - \varDelta P_1 \varDelta w_2} \right\},
\end{array}\right.
$$

ferner:

$$
5)\left\{\begin{array}{l}
o_0 \, W = \lambda \left\{ m_1 w_1 - m_2 \varDelta w_2 \dfrac{P_2}{P_1} \dfrac{w_1 \varDelta P_1 - \varDelta w_1 P_1}{\varDelta P_2 \varDelta w_1 - \varDelta P_1 \varDelta w_2} \right\}, \text{ oder} \\
o_0 W = J w_1 + H_1 \varDelta w_1.
\end{array}\right.
$$

Wenn die Oberfläche des q^{ten} Gefässes auf der Temperatur 0^0 erhalten wird, so sind die übrigen Ausdrücke unmittelbar anwendbar, es ist nur $U = 0$ zu setzen. Die Grössen w_1, $w_2 \dots . w_q$, P_1, $P_2 \dots . P_q$, also auch die $\varDelta w$ und $\varDelta P$, ferner λ, lassen sich sämmtlich aus den Beobachtungen bestimmen, wenn man annehmen darf, dass nur eine Exponentialgrösse einen merklichen Werth hat, die-

jenige mit dem kleinsten λ; die Temperatur eines jeden Gefässes muss dann dargestellt werden in der Form

$$v = w + P \,.\, e^{-\lambda t}.$$

Wie die Voraussetzung, dass die übrigen Exponentialgrössen gegen die erste verschwindend klein sind, vom Apparat erfüllt wird, lässt sich nicht entscheiden, ohne eine specielle Annahme für die Werthe der Oberflächen o und der Massen m zu treffen; dieselbe wird stets erfüllt einige Zeit nach dem Anfang der Beobachtungsperiode, und es muss aus den Beobachtungen selbst hervorgehen, wann dieser Zeitpunct eintritt.

Die Grössen $J, H_1 \ldots . H_q$ lassen sich auch, wie leicht ersichtlich, bloss aus den P und bloss aus den w bestimmen, jedoch nur in ihren Verhältnissen, und aus 1 a) nur bis $\frac{H_1}{H_2}$, nicht bis $\frac{J}{H}$ Dieselben sind constante Elemente des Apparats, für deren Bestimmung die bei den verschiedensten Werthen der Sonnenwärme angestellten Beobachtungen benutzt werden können; sind dieselben einmal genau genug bekannt, so genügt für die Bestimmung der Sonnenwärme $o_0 W$, wie aus 5) hervorgeht, die Kenntniss der stationären Endtemperaturen des ersten und zweiten Gefässes, und durch die Kenntniss von $o_0 W$ ist diejenige von W gegeben, da o_0, die berusste Oberfläche des ersten Gefässes als bekannt vorausgesetzt ist.

Wenn der das letzte Gefäss umhüllende Raum mit schlechten Leitern angefüllt ist, so wird $H_q = o$ und in Folge dessen nach 1):

$$w_q = w_{q-1} = \ldots\ldots = w_2 = w_1 = \frac{o_0 W}{J}.$$

Die Grössen $J, H_1 \ldots . H_q$ lassen sich nun nur noch aus dem variabeln Zustand, aus den P und λ bestimmen. Die Gleichungen 2) geben dann:

$$6) \begin{cases} H_{q-1} = \lambda \dfrac{m_q P_q}{P_q - P_{q-1}} \\ H_{q-2} = \lambda \dfrac{m_{q-1} P_{q-1} + m_q P_q}{P_{q-1} - P_{q-2}} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ H_1 = \lambda \dfrac{m_2 P_2 + \ldots\ldots\ldots + m_q P_q}{P_2 - P_1} \\ J = \lambda \dfrac{m_1 P_1 + \ldots\ldots\ldots + m_q P_q}{P_1}. \end{cases}$$

Hier müssen also zur Bestimmung von J, der wichtigsten dieser Grössen, die Beobachtungen aller Gefässe concurriren, die natürlich um so ungenauer sind, je höher die Nummer des betreffenden Gefässes, während nach der vorigen Methode diejenigen der drei ersten genügten. Um so genauer ist aber die Bestimmung der Grösse $w = \frac{o_0 W}{J}$, da nur die Beobachtungen eines einzigen Gefässes, als welches man natürlich das erste wählen wird, hiezu nöthig sind, und man daher die ganze Beobachtungszeit auf dieses eine Gefäss verwenden kann. Diese Methode eignet sich also am besten zu den absoluten Messungen der Sonnenwärme, wenn das Element J bereits bekannt ist, zu dessen Bestimmungen beide Methoden concurriren können. Zur Bestimmung von J, welche mit derjenigen der H verknüpft ist, können ferner blosse Abkühlungsbeobachtungen nach der Erwärmung aller Gefässe durch die Sonne dienen, wenn der umhüllende Raum schlechte Leiter enthält; für diesen Fall gelten die Gleichungen b) ebenfalls.

Um die Temperatur irgend eines Gefässes in der Form darstellen zu können:

$$v = w + P \cdot e^{-\lambda t},$$

muss dieselbe stets nach gleichen, bekannten Zeiträumen beobachtet werden; dies geschieht wohl am besten nach der Methode, welche Herr Professor Neumann in Königsberg in seinem Seminar vorzutragen pflegt, welche die Schwingungen der Magnetnadel des Galvanometers als Zeitmaass benutzt und die Grössen w, P und λ direct aus den Ausschlägen der Nadel bestimmt. Es ist klar, dass, je grösser die Anzahl der Gefässe ist, um so schwieriger die Bestimmung der w und P und von λ wird; andrerseits kann aber auch bei einer grösseren Anzahl von Gefässen die Zeit der Beobachtung länger ausgedehnt werden, unbeschadet bei der zweiten Methode gemachten Voraussetzung.

Was die practische Anwendung dieses Pyrheliometers überhaupt betrifft, so lässt sich nicht läugnen, dass durch die Anwendung mehrerer Gefässe das Ganze unbeholfener wird. Wenn man aber andrerseits bedenkt, dass die aus solchen Messungen erhaltenen Resultate namentlich dazu dienen sollen, aus diesen kleinen Wirkungen der Sonnenwärme auf ihre Wirkung auf die ganze Erde zu schliessen, so erscheint die Erreichung eines höheren Grades von Genauigkeit sehr wünschens-

werth. Wenn man endlich neben diesem Apparat zu den eigentlichen, täglich anzustellenden Beobachtungen einen anderen bequemeren benutzt, als welcher sich eine grosse, mit der nöthigen Vorsicht gebaute Melloni'sche Thermorsäule am einfachsten darbietet, so ergänzen sich beide: der eine zeigt die Variationen der Sonnenwärme, der andere reducirt dieselben auf absolutes Maass.

Ich hoffe später über Messungen referiren zu können, die mit den genannten Apparaten angestellt sind.

Hohenheim, im Mai 1871.

Ueber das Reflexionsprisma.

Von

J. B. Listing.

(Hiezu Tafel XXII Figg. 1—10.)

(Vom Herrn Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

Das Reflexionsprisma, in welchem die durchgehenden Strahlen eine zweimalige Brechung und eine innere totale Reflexion erleiden, ist seit geraumer Zeit bei astronomischen Instrumenten in Anwendung, um dem Strahlenkegel eines Fernrohrobjectivs eine Ablenkung von 90 Grad zu ertheilen und dadurch für jede Elevation des Objectivtheils des Fernrohrs eine constante, z. B. horizontale Lage des Oculartheils zu gewinnen. Nachgehends hat sich die Zahl der Verwendungen des Reflexionsprismas sehr vergrössert, wobei zum Theil die durch die Reflexion bewirkte Umkehrung einer Dimension des Bildes, d. h. dessen Perversion[1]) einen Hauptzweck bildete. Wir erinnern u. a. an den Prismenkopf der Camera obscura, das Zeichenprisma, das Spectroscop, das Stereoscop, das Pseudoscop und die in neuerer Zeit häufigeren Anwendungen zu microscopischen Zwecken, wie namentlich bei der binocularen Einrichtung. Während nun bei Herstellung des Reflexions- oder Reversionsprismas in manchen Fällen eine leidliche Annäherung an die vorgeschriebene Form genügt, wie z. B. im Pseudoscop von Wheatstone, ist in anderen eine strengere Erfüllung gewisser Bedingungen unerlässlich, wie z. B. im Fernrohr und besonders im Microscop, wenn in ihnen die Correctheit der Bilder durch die Dazwischenkunft des Prismas nicht merklich beeinträchtigt werden soll. Ausser den erwähnten Bedingungen kann nach dem Zusammenhang

1) Ueber die genauer präcisirten Begriffe von Inversion und Perversion vgl. Vorstudien zur Topologie, Göttingen 1847, S. 19.



gefragt werden zwischen der durch die Reflexion bewirkten Ablenkung der Strahlen und den Winkeln des Prismas sowie seinen Dimensionen und der linearen Oeffnung. Jene Bedingungen sowohl als dieser Zusammenhang scheinen, zumal im Interesse für die Fälle grösserer Präcision, eine genauere Erörterung zu verdienen.

Ohne auf die durch mehrfache innere Reflexionen bedingten Vorgänge einzugehen, welche namentlich für das dreiseitige gleichwinklige und das gleichschenklig rechtwinklige Prisma bereits früher von Reusch[1]) discutirt worden sind, legen wir der gegenwärtigen Betrachtung ein Prisma von gleichschenkligem dreiseitigen Hauptschnitt ABC (Fig. 1) zu Grund mit drei polirten ebenen Seitenflächen, unter der Annahme, dass das durchgehende Licht eine innere Reflexion an der Basis AB erleide, während es durch die Flanken AC, BC ein- und austrete.

Die Gleichheit der Winkel bei A und B ist an die hier durchweg zu stellende Bedingung des Achromatismus der mittelst des Reflexionsprismas erhaltenen catadioptrischen Bilder geknüpft. Unter constructiver Elimination der durch AB bewirkten Reflexion überzeugt man sich hiervon sofort, wenn man dem Querschnitt ABC (Fig. 1) das symmetrische Dreieck ABC', wo der Winkel $ABC' = ABC$, anfügt und dem Wege $LFGHM$ des Lichtstrahls den einfacheren $LFH'M'$ substituirt. Bei dem Durchgang durch eine von den beiden Flächen AC, BC' begrenzte Platte wird die Farbenzerstreuung nur dann Null sein, wenn deren Grenzflächen parallel sind, d. h. wenn ABC' auch $= BAC$. Dieser vicarirenden Parallelplatte, aus gleicher Substanz wie das Prisma bestehend, deren Dicke sich leicht aus den Dimensionen und Winkeln des Querschnittes ABC ergibt, werden wir uns noch mehrfach mit Vortheil bedienen.

Eine andere gleichfalls an den Achromatismus geknüpfte Bedingung — in untergeordneteren Fällen der Anwendung drei- oder mehrseitiger Prismen weniger beachtet — ist die des Parallelismus der Kanten. Auch hier bringt die vicarirende Platte sofort zur Evidenz, dass eine nicht genau prismatische, sondern pyramidale Gestalt des Prismas trotz der Gleichheit der Winkel A und B eine Ablenkung des durchgehenden Strahls im Sinne der Höhendimension des Prismas und somit eine geringe Farbenzerstreuung zur Folge haben würde.

1) Pogg. Ann. XCIII. S. 115 (1854).



Ein mit pyramidaler Abweichung behaftetes Prisma besitzt keinen ebenen Hauptschnitt, d. h. keinen seine drei Kanten A, B, C zugleich senkrecht schneidenden Querschnitt, und die Summe der drei Kantenwinkel bietet einen Ueberschuss über 180^0 dar, analog dem sphärischen Excess eines Kugeldreiecks.

Für die nächsten Betrachtungen setzen wir beide Bedingungen — Gleichheit der beiden Winkel an der Basis und Parallelismus der Kanten — als erfüllt voraus. In der Ebene des Hauptschnittes ABC (Fig. 2), an welchem der Winkel $C = 2\alpha$, also $A = B = 90^0 - \alpha$, lassen wir vorerst homocentrisches paralleles Licht zur Seite AC eintreten. Es sei θ der Neigungswinkel der einfallenden Strahlen gegen die Basis AB, positiv wenn der Lichtstrahl $L'A$ in dem Winkelraum CAA', negativ wenn er innerhalb $A'AC'$ liegt, so dass 2θ die durch das Prisma bewirkte catadioptrische Ablenkung darstellt. Dieselbe Ablenkung würde ein einfacher Planspiegel unter der Incidenz $90^0 - \theta$, sofern θ positiv ist, bewirken. Da wir nur Strahlen berücksichtigen, welche nach dem Eintritt ins Prisma zur Basis AB gelangen, um daselbst sei es partiell oder total reflectirt zu werden, so können unter Umständen die Flanken AC und BC nur innerhalb der Grenzen AD und BE nutzbar sein und ein Theil DEC des Prismas als entbehrlich weggeschnitten werden.[1]) Im gewöhnlichen Falle, wo der nutzbare Theil der Flanken bei A und B beginnt, wird dessen Grenze durch denjenigen Strahl LD bestimmt, welcher nach dem Eintritt bei D auf das Ende B der Basis gelangt. Die Grenze DE variirt aber offenbar mit θ, α und dem Brechungsverhältniss n des Prismas.

Wir ziehen DP und CR senkrecht zur Basis AB, sowie AQ senkrecht zu LD, und setzen $AB = a$, $DP = b$, $CR = c$, $AD = d$, $AQ = q$, wo dann a die Länge des Prismas, c seine volle Breite und, für einen gegebenen Richtungswinkel θ, b die effective oder Nettobreite, d die Flankenbreite und q die lineare Oeffnung oder Breite des durchgehenden parallelen Lichtbündels heissen mag. Als Höhe des Prismas betrachten wir seine Dimension in der Richtung der Kanten A und B, sofern es wie gewöhnlich noch durch zwei zum Hauptschnitt parallele unpolirte Flächen begrenzt ist.

Richten wir nun die Untersuchung zuvörderst auf den Spielraum, welcher an dem Prisma ABC (Fig. 3), stets unter Voraussetzung

1) Das Prisma könnte alsdann zwischen D und E sogar mit einspringendem Winkel bis zu T ausgeschnitten werden.

einmaliger innerer Reflexion an der Basis AB, dem Richtungswinkel θ offen steht. Durch die Eintrittsstelle D ziehen wir das Einfallsloth NN' und nennen e den Einfallswinkel LDN', r den Brechungswinkel BDN, γ den Neigungswinkel DBA des inneren Strahls gegen die Basis, dann hat man die einfachen Beziehungen

$$\sin e = n \cdot \sin r \tag{1}$$

$$\theta = \alpha - e \tag{2}$$

$$\gamma = \alpha - r. \tag{3}$$

Für den senkrechten Eintritt, also für $e = 0$, wird $\theta = \alpha$. Für $\theta > \alpha$ wird e und somit r negativ und der einfallende Strahl fällt in den Winkelraum $N'DC$.

Dem Wachsthum von θ ist nun, je nach dem Werthe von α und n eine zweifache Grenze gesetzt. Sofern nämlich der an der einen Flanke eintretende Strahl nach der Reflexion an der Basis zum Austritt an der andern Flanke gelangen soll, darf einerseits γ nicht über 90^0 wachsen und andrerseits kann r den Grenzwinkel ω $\left(= \sin^{-1}\frac{1}{n}\right)$ nicht überschreiten. Für Werthe von $\alpha < 90^0 - \omega$ findet also e seine Grenze bei -90^0, d. h. bei streifender Incidenz, und θ wächst bis zu $90^0 + \alpha$, γ bis zu $\alpha + \omega$. Je geringer der Ueberschuss von $90^0 - \omega$ über α, desto näher an C liegen die Ein- und Austritte des durchgehenden Lichts, desto beschränkter wird die Breite desselben. Der austretende Strahl kreuzt sich in der Nähe von C mit dem eintretenden, indem die gesammte catadioptrische Ablenkung 2θ den Werth $180^0 + 2\alpha$ annimmt. Für Werthe von $\alpha > 90^0 - \omega$ kann γ bis zu 90^0 wachsen, e aber kann nur einen Werth e'' erreichen, der aus r mittelst (1) abgeleitet wird, wenn $r = \alpha - 90^0$ gesetzt wird. Die totale Ablenkung ist hier $2(e'' + \alpha)$ und bewirkt, da $e'' + \alpha > 90^0$, ebenfalls eine Kreuzung zwischen austretenden und einfallenden Strahlen. Für $\alpha = 90^0 - \omega$ tritt Coincidenz des Grenzwerthes e'' mit der streifenden Incidenz ein oder es wird e und γ zugleich $= 90^0$. Einige berechnete Werthe für verschiedene Glassorten auf letzteren Fall bezüglich, stellen wir hier zusammen, wo C den Prismenwinkel $ABC = 2\alpha$ bedeutet.

n	ω	C	n	ω	C
1.5	41°48′6	96°23′	1.6	38°40.9	102°38′
1.525	40 58.9	98 2	1.625	37 59.0	104 2
1.55	40 10.7	99 39	1.65	37 18.3	105 23
1.575	39 24.5	101 11	1.675	36 39.4	106 41

Diese durchweg stumpfwinkligen Prismen gestatten also noch streifende negative Incidenz und würden diese Eigenschaft auch bei weniger stumpfen, bei rechten und bei spitzen Winkeln behalten. Der Richtungswinkel θ hat dann immer den für alle Brechungsverhältnisse gleichen Grenzwerth $90^0 + \frac{1}{2}C$. Für grössere Winkel C aber nehmen e und θ im Grenzfall geringere Werthe e'' und θ'' an. Wir führen dies in einer Uebersicht numerischer Werthe θ'' der positiven Richtungswinkel für verschiedene Prismenwinkel und eine Reihe von verschiedenen Indexwerthen vor Augen.

Werthe von θ''.

C	(1.5)	(1.525)	(1.55)	(1.575)	(1.6)	(1.625)	(1.65)	(1.675)
30°	105°	105°	105°	105°	105°	105°	105°	105°
40	110	110	110	110	110	110	110	110
50	115	115	115	115	115	115	115	115
60	120	120	120	120	120	120	120	120
70	125	125	125	125	125	125	125	125
80	130	130	130	130	130	130	130	130
90	135	135	135	135	135	135	135	135
100	124 37′	128 36′	134 59′	140	140	140	140	140
110	114 21	116 1	117 45	119 36′	121 36′	123 45′	126 9′	128 54′
120	108 35	109 41	110 48	111 57	113 8	114 21	115 35	116 53

Beachten wir noch ein Paar besondere Fälle. Die Ablenkung 2θ kann 180^0 betragen, wo alsdann, wie in Fig. 3 angedeutet, das einfallende und das austretende Licht zur Basis AB senkrecht, aber in entgegengesetzter Richtung verlaufen, wie bei einfacher Spiegelung unter senkrechter Incidenz. Den Werth 90^0 nimmt der Richtungswinkel θ an, wie aus (2) folgt, wenn $-e = 90^0 - \alpha$ oder $-e = 90^0 - \frac{1}{2}C$, welche Incidenz, da α stets $< 90^0$, immer negativ ist. Aus (1) finden wir $\sin r = \frac{1}{n} . \cos\alpha$ und aus dem so erhaltenen Werth von r mittelst (3) den Werth von $\gamma = \alpha - r$. Mehr noch ist der Fall von Interesse, wo der Strahl beide Flanken senkrecht durchdringt, wo also $e = 0$ und $\theta = \alpha$. Dieser Fall dürfte bei Anwendungen des Reflexionsprismas bei weitem der frequenteste sein, zumal bei Prismen vom Winkel $C = 90^0$ aus Crown- oder Flintglas von den verschiedensten Brechungsverhältnissen, zumeist behufs einer Ablenkung von 90^0. Nicht unwichtig hierbei ist, sofern die oben erwähnte vicarirende Parallelplatte von dem durchgehenden Lichte nunmehr senkrecht durchdrungen wird, dass bei Strahlenbündeln von

merklichen Graden der Divergenz oder Convergenz die Homocentricität in diesem Falle fast ganz unbeeinträchtigt bleibt, was streng genommen bei schiefen Incidenzen nicht der Fall, ein Punct, der später noch näher zu besprechen sein wird.

Mit Werthen von θ unter α beginnen die positiven Incidenzen und nimmt θ bis zu Null ab, so wird $e = \alpha = \frac{1}{2} C$. Dies Stadium würde beim einfachen Planspiegel als streifende Incidenz die Grenze sein, bei dem Reflexionsprisma dagegen erlaubt θ, wie schon erwähnt, eine weitere Abnahme, einen Uebergang durch Null ins Negative.

Auch die negativen Richtungswinkel finden, wie die positiven, ihre Grenze durch eine zweifache Beschränkung. Insofern nämlich die positive Incidenz e bis zu 90^0 zuzunehmen gestattet, kann der negative Winkel θ den Grenzwerth $\alpha - 90^0$ erreichen. Insofern aber andererseits der innere Strahl von der Reflexion an der Basis nicht dispensirt werden darf, concurrirt die Bedingung, dass jetzt γ nur bis zu Null herab abnehmen oder, wie aus (3) folgt, dass r nicht $> \alpha$ werden darf. Nun kann auch hier r nicht grösser als der Grenzwinkel ω werden, woraus folgt, dass wenn $\alpha > \omega$, r seine Grenze bei ω, e bei 90^0, θ bei $\alpha - 90^0$ findet, dass dagegen, wenn $\alpha < \omega$, die Grenze von r bei α, von e bei dem aus $\sin e^0 = n . \sin \alpha$ berechneten Werthe e^0 und die Grenze θ^0 von θ bei $\alpha - e^0$ liegt. Beispielsweise sei der Winkel C eines Flintglasprismas $= 80^0$, $n = 1.625$, dann ist, wie oben aufgeführt, $\omega = 37^0 59'$. Da also $\alpha = 40^0 > \omega$, so ist die Grenze des Richtungswinkels $= -50^0$ bei streifender Incidenz. Wäre aber $C = 70^0$, so fände sich $e^0 = 68^0 46'$ und $\theta^0 = -33^0 45'$. Für die negative Seite des Richtungswinkels stellen wir wiederum die verschiedenen Prismenwinkeln und Brechungsverhältnissen entsprechenden Grenzwerthe θ^0 übersichtlich zusammen.

Werthe von $-\theta^0$.

C	(1.5)	(1.525)	(1.55)	(1.575)	(1.6)	(1.625)	(1.65)	(1.675)
30⁰	7⁰51′	8⁰15′	8⁰39′	9⁰ 3′	9⁰28′	9⁰52′	10⁰17′	10⁰41′
40	10 52	11 26	12 1	12 36	13 11	13 46	14 21	14 56
50	14 20	15 7	15 55	16 44	17 33	18 23	19 19	20 4
60	18 35	19 41	20 48	21 57	23 8	24 21	25 35	26 53
70	24 21	26 1	27 45	29 36	31 36	33 45	36 9	38 54
80	34 37	38 36	44 59	50	50	50	50	50
90	45	45	45	45	45	45	45	45
100	40	40	40	40	40	40	40	40
110	35	35	35	35	35	35	35	35
120	30	30	30	30	30	30	30	30

Zwischenwerthe finden sich leicht durch einfache Interpolation. Die Incidenz wird aussen und innen zugleich streifend für $\alpha = \omega$. Die zugehörigen Prismenwinkel finden sich für die verschiedenen Indexwerthe durch Verdoppelung der oben unter ω aufgeführten Zahlen, z. B. für $n = 1.5$, $C = 83^0 37'$, für $n = 1.6$, $C = 77^0 22'$, und die Grenze θ^0 liegt auch in solchem Falle bei $\frac{1}{2} C - 90^0$.

Der Unterschied beider bisher betrachteten Grenzen gibt nun den ganzen für den Richtungswinkel θ disponibelen Spielraum oder seine Amplitude, welche für verschiedene Werthe von C und n verschieden gross ausfällt. In einer (hier der Kürze wegen unterlassenen) Zusammenstellung der Werthe von $\theta'' - \theta^0$, wie sie sich leicht durch Summirung der unter θ'' und $-\theta^0$ gegebenen Zahlen ausführen lässt, würden sich die Zahlen in jeder Columne um den Prismenwinkel von 90^0 symmetrisch vertheilt zeigen, derart dass, wenn ϵ einen beliebigen Winkel zwischen 0 und 90^0 bedeutet, den beiden Werthen $C = 90^0 \pm \epsilon$ derselbe Werth von $\theta'' - \theta^0$ zukommt. Unter Vervollständigung der Columnen nach beiden Seiten bis zu den Prismenwinkeln 0^0 und 180^0 würden die Zahlen durchweg mit 90^0 beginnen und schliessen, von beiden Enden gegen die Mitte allmälig wachsen, anfangs mit geringerer, weiterhin mit grösserer Beschleunigung, um an zwei von der Mitte gleichweit entfernten Puncten auf 180^0 zu steigen, diesen Werth aber in dem ganzen dazwischen liegenden Intervall beizubehalten, so dass also im Allgemeinen die Veränderungen der Grösse $\theta'' - \theta^0$ discontinuirlich sind. Das constante Intervall erstreckt sich um $2\omega - 90^0$ unter und über die Mitte und ist weiter für höhere Indices, enger für niedrigere. Es reicht z. B. für $n = 1.675$ von $C = 73^0$ bis 107^0, für 1.5 von 84^0 bis 96^0. Es verschwindet bei dem Brechungsverhältniss 1.4142, wo $\omega = 45^0$, so dass lediglich für den Prismenwinkel 90^0 die Amplitude noch 180^0 erreicht. Für Indices unter $\sqrt{2}$ bleibt auch die grösste immer noch zu $C = 90^0$ gehörende Amplitude unter 180^0 zurück.

Das rechtwinklige Reflexionsprisma erweist sich also gegenüber anderen Formen in der in Rede stehenden Beziehung als das bevorzugte, nur dass bei Prismen aus Glas oder stärker brechenden Substanzen auch benachbarte Formen in einer mit dem Brechungsindex zunehmenden Breite an dem Vorzuge Theil nehmen.

Die Grenzen θ^0 und θ'' bezogen sich auf innere Reflexion schlecht-

hin. Es bleibt also noch die, durch θ' zu bezeichnende, im Allgemeinen zwischen θ^0 und θ'' liegende Grenze des Richtungswinkels zu ermitteln, bei welcher der Uebergang zwischen partieller und totaler Reflexion Statt hat. Die Bedingung totaler Reflexion ist, dass $\gamma < 90^0 - \omega$. Die obigen Ausdrücke (1), (2), (3) zeigen, dass γ mit θ zugleich zu- und abnimmt. Die Totalreflexion, sofern sie vorhanden, wird also mit θ^0 beginnen und bis θ' reichen, so dass zwischen θ' und θ'' nur partielle Reflexion stattfindet. Setzen wir also für die Grenze θ' die Bedingung $\gamma = 90^0 - \omega$, so wird $r = \alpha + \omega - 90^0$. Dieser Werth von r heisse r' und der aus $\sin e = n . \sin r'$ berechnete Werth des Incidenzwinkels e', dann ist $\theta' = \alpha - e'$. Auch hier macht sich eine zweite Beschränkung geltend, welche freilich in Fällen der Anwendung fast ohne Belang ist. Bei Werthen von $\alpha > 90^0 - \omega$ wird r' und e' stets negativ, also $-r' = 90^0 - \alpha - \omega$. Nun kann r, sei es positiv oder negativ, den Werth ω nicht übersteigen, woraus folgt, dass wenn $\alpha < 90^0 - 2\omega$ wird, e' den Grenzwerth -90^0 annimmt, so dass bei streifender negativer Incidenz $\theta' = \alpha + 90^0$ wird. Bei den in unseren Uebersichten der Berechnung unterworfenen Prismen ist dies nur der Fall für den Prismenwinkel $C = 30^0$ bei den höheren Flintglas-Indices 1.65 und 1.675. Es würde der Fall sein bei dem Prismenwinkel 20^0 für den Index 1.575 und höhere, mit $\theta' = 100^0$, und bei dem Prismenwinkel 10^0 für alle Indices grösser als 1.48, mit $\theta' = 95^0$. Wir lassen auch hier die berechneten Werthe von θ' (sämmtlich positiv) für die früher gewählten Prismenwinkel C und Indices n übersichtlich folgen.

Werthe von θ'.

C	(1.5)	(1.525)	(1.55)	(1.575)	(1.6)	(1.625)	(1.65)	(1.675)
30°	70°11′	73°28′	77°15′	81°33′	86°22′	93° 3′	105°	105°
40	65 6	67 42	70 25	73 16	76 16	79 29	83 2′	87 3′
50	61 12	63 22	65 35	67 51	70 11	72 35	75 5	77 41
60	57 55	59 48	61 42	63 37	65 34	67 33	69 33	71 36
70	55 0	56 40	58 21	60 2	61 43	63 25	66 7	66 49
80	52 20	53 49	55 19	56 48	58 18	59 47	61 16	62 45
90	49 47	51 8	52 29	53 49	55 8	56 27	57 46	59 5
100	47 16	48 30	49 43	50 55	52 6	53 17	54 27	55 37
110	44 45	45 51	46 57	48 2	49 6	50 9	51 12	52 14
120	42 7	43 7	44 6	45 4	46 1	46 58	47 54	48 49

Indem also θ^0 die untere, θ' die obere Grenze der Amplitude des Richtungswinkels darstellt für innere Totalreflexion, stellt $\theta' - \theta^0$ den Betrag dieser Amplitude dar. Legen wir also die unter den

Uebersichten $-\theta^0$ und θ' gegebenen Zahlen zusammen, so finden sich für die verschiedenen Formen und Substanzen des Reflexionsprismas die verschiedenen Beträge des Spielraums, welcher dem Richtungswinkel des durchgehenden total reflectirten Lichts gestattet ist, wie folgt.

Umfang $\theta' - \theta^0$.

C	(1.5)	(1.525)	(1.55)	(1.575)	(1.6)	(1.625)	(1.65)	(1.675)
30°	76° 2′	81°43′	85°54′	90°36′	95°50′	102°55′	115°17′	115°41′
40	75 58	79 8	82 26	85 52	89 27	93 15	97 23	101 59
50	75 32	78 29	81 30	84 35	87 44	90 58	94 18	97 45
60	76 30	79 29	82 30	85 34	88 42	91 54	95 8	98 29
70	79 31	82 41	86 6	89 38	93 19	97 10	101 16	105 43
80	86 57	92 25	100 18	106 48	108 18	109 47	111 16	112 45
90	94 47	96 8	97 29	98 49	100 8	101 27	102 46	104 5
100	87 16	88 30	89 43	90 55	92 6	93 17	94 27	95 37
110	79 45	80 51	81 57	83 2	84 6	85 9	86 12	87 14
120	72 7	73 7	74 6	75 4	76 1	76 58	77 54	78 49

Im Allgemeinen beträgt dieser Umfang für Reflexionsprismen aus Glas zwischen $^4/_5$ und $^9/_7$ eines rechten Winkels. Er erweitert sich stetig mit wachsendem Index langsamer bei flachen Prismen (mit stumpfem Winkel C), schneller bei steileren Prismen. Stetige Zunahme des Prismenwinkels hat abwechselnde Verengerungen und Erweiterungen zur Folge mit einem partiellen Minimum in der Nähe von 50°, einem partiellen Maximum in der Nähe von 80° Prismenwinkel, letzteres liegt bei niederen Indexwerthen näher bei 90, bei höheren näher bei 70°. Weitere Details in dieser Richtung würden nur von rein geometrischem Interesse sein.

Für die partielle Reflexion bedeutet θ' die untere, θ'' die obere Grenze, und ihr Umfang findet sich also in der Differenz $\theta'' - \theta'$. Eine umständliche Erörterung auch dieses Gebiets, welches in der Regel ausserhalb der Hauptfunction des Reflexionsprismas gelegen ist, darf füglich unterbleiben. Wir bemerken nur, dass der Umfang $\theta'' - \theta'$ im Allgemeinen bei flachen Prismen und niedrigem Index grösser, bei steilen Prismen und höherem Index geringer ausfällt, und im letzteren Fall durch Coincidenz von θ' mit θ'' ganz verschwinden kann, z. B. für $C = 30^0$, $n = 1.65$ oder $= 1.675$, so dass hier die einmalige innere Reflexion an der Basis durchweg eine totale ist.

Manche bei practischen Vorkommnissen auftauchende Fragen lassen sich leicht an der Hand unserer tabellarisch mitgetheilten Grenzwerthe θ'' und θ' für Glasprismen, wie sie in der Regel zur

Anwendung kommen, erledigen. So gibt z. B. $\frac{1}{2}(\theta^0 + \theta')$ den Richtungswinkel θ für die Mitte des Gebietes der Totalreflexion, wofür wir nachstehende abgekürzte Uebersicht geben mit Beifügung des zugehörigen Incidenzwinkels $e = \alpha - \theta$, welcher sich theils negativ (bei steileren Prismen), theils positiv (bei flacheren) herausstellt, während θ durchweg positiv bleibt:

C	(1.5)		(1.55)		(1.6)		(1.65)	
	θ	e	θ	e	θ	e	θ	e
30°	31°2	— 16°2	33°8	— 18°8	38°4	— 23°4	47°9	— 32°9
60	19.6	+ 10.4	20.5	+ 9.5	21.2	+ 8.8	22.0	+ 8.0
80	8.9	+ 31.1	5.7	+ 34.3	4.1	+ 35.9	5.6	+ 34.4
90	2.4	+ 42.6	3.7	+ 41.3	5.1	+ 39.9	6.4	+ 38.6
100	3.6	+ 46.4	4.9	+ 45.1	6.0	+ 44.0	7.2	+ 42.8
120	5.6	+ 54.4	7.5	+ 52.5	8.0	+ 52.0	9.0	+ 51.0

Oder, wie weit liegt der für senkrechten Durchgang durch die Flanken ($e = 0$) gültige Richtungswinkel $\theta = \alpha$ von der einen oder anderen Grenze der totalen Reflexion? Die Antwort darauf findet sich in den aus jenen Uebersichten für gegebene Werthe von C und n leicht zu ermittelnden Grössen, $\alpha - \theta^0$, $\theta' - \alpha$. Die erstere ist, da θ^0 durchweg negativ, stets positiv. Das positive Vorzeichen der zweiten aber bekundet die Möglichkeit, das negative die Unmöglichkeit der Anwendung des gegebenen Prismas unter senkrechter Emergenz. Z. B. ein starkbrechendes Crownglas-Prisma (1.55) vom Winkel von 100° gestattet keinen senkrechten Durchgang, während ein solcher möglich ist, wenn das Prisma bei gleicher Form aus schwachem Flint (1.575) besteht. Bei rechtwinkligen Reflexionsprismen liegt die Grenze θ' zumal bei Crownglas nur wenige Grade von α entfernt, welche Grenze an dem bekannten blauen Bogen sichtbar wird, den schon Newton besprochen hat, und welcher das dunklere Feld der Partialreflexion umsäumt, vorausgesetzt, dass das dieses Feld erfüllende einfach durchgehende und zweimal gebrochene Licht wesentlich geringere Intensität habe, als das total reflectirte. Man darf es als einen glücklichen Zufall betrachten, dass für den Zweck einer Ablenkung von 90° unter senkrechter Emergenz das rechtwinklige Glasprisma selbst bei niederem Index noch keinen Conflict mit dem blauen Bogen veranlasst, so lange, wie in den gebrochenen Fernröhren der Ertel'schen sogenannte Universalinstrumente, die Randstrahlen bei grossem Gesichtsfeld 4 Grad Neigung gegen die Axe nicht übersteigen. Anders verhält sich die Sache bei Ocularen, wo diese Neigung beträchtlich grösser ist. Hier

reichen selbst starke Flintglasprismen, wie unter obigen Werthen von θ' unter $n = 1.675$ für $C = 90^0$ die Ziffer $59^0 5'$ zeigt, nur so lange aus, als die halbe Winkelgrösse des Ocularfeldes 14^0 nicht übersteigt.[1]) Man würde, will man keine andere Form, Incidenz oder Ablenkung des Prismas zulassen, unter Verzichtleistung auf die Totalreflexion die Basisfläche mit Silber belegen, um die Grenze θ' zu beseitigen, wobei natürlich ein beliebig niedriger Indexwerth, also Crownglas, zulässig wäre. Die Einbusse an Lichtintensität durch den in das Silberbeleg transmittirten und absorbirten Theil gegenüber der totalen Reflexion dürfte in solchen Fällen fast ganz ohne Belang sein.

Nach diesen Erörterungen über den Richtungswinkel und dessen disponibele Veränderungen innerhalb des Gebiets der Totalreflexion wenden wir uns jetzt zur Discussion über die Zusammenhänge der linearen Grössen a, b, c, d, q mit dem Index n, dem Prismenwinkel C und dem Richtungswinkel θ.

Wir haben bereits oben unter Voraussetzung des Falles, dass $\gamma < 90^0 - \alpha$ sei, in Fig. 2 AB durch a, DP durch b, CR durch c, AD durch d, AQ durch q bezeichnet. Ein Theil DC, EC der Flanken AC, BC wird in diesem Falle dem Lichte, welches durch das Prisma gehend nutzbar werden soll, unzugänglich, und der wirksame Theil der Flanken beginnt meist an der Basis bei A und B und reicht bis zu einem mit dem Richtungswinkel variabeln Grenzpunct D oder E, der im Grenzfalle $\gamma = 90^0 - \alpha$ bis nach C rücken kann, wo alsdann die volle Flanke nutzbar wird. Sobald aber $\gamma > 90^0 - \alpha$, d. h. sobald r algebraisch kleiner wird als $2\alpha - 90^0$, so tritt eine untere Beschränkung der Flanke ein derart, dass wie in Fig. 4 der an der Flanke AC bei C eintretende Strahl im Prisma den Weg CSK einschlägt und bei K die mit dem Richtungswinkel variabele untere Grenze des wirksamen Theils CK der Flanke bestimmt. Der Brechungswinkel r unterliegt aber jedenfalls der Bedingung, dass er nicht über ω wachsen kann. Es werden also Prismen, deren Winkel $C < 90^0 - \omega$ von diesem Vorkommen einer unteren Flankenbeschränkung ganz exi-

1) An dem Prismenocular eines Fraunhofer'schen 4fussigen Refractors erinnere ich mich, bei näherer Untersuchung die Basisfläche des kleinen rechtwinkligen Prismas mit Spiegelfolie belegt gefunden zu haben. Der berühmte Künstler, sicherlich nicht unbekannt mit der Totalreflexion an unbelegten Glasflächen, hat offenbar dadurch nur den blauen Bogen beseitigen wollen, der sonst weit in das über 40 Grad grosse Ocularfeld hineingeragt hätte.



mirt sein. Diese steilen Prismen dürfen also nicht grössere als folgende Winkel bei verschiedenen Indexwerthen besitzen:

n	C	n	C
1.5	48°11′	1.6	51°19′
1.525	49 1	1.625	52 1
1.55	49 49	1.65	52 42
1.575	50 35	1.675	53 21

und in Prismen mit grösseren Winkeln wird das Vorkommen der unteren Flankenbeschränkung eventuell noch durch die Grenze der Totalreflexion eludirt, worüber unsere oben gegebenen Uebersichten in gegebenen Fällen bequeme Auskunft ertheilen.

Wenden wir uns wieder zu dem ersteren der beiden unterschiedenen Fälle, nämlich $\gamma < 90^0 - \alpha$ oder r algebraisch $> 2\alpha - 90^0$, in welchem der effective Theil der Flanke bis zur Basiskante reicht und welcher für die Anwendung der wichtigere ist. In Fig. 2 ziehen wir BF senkrecht zu AC. Dann ist $AF = a \,.\, \sin\alpha$, $BF = a \,.\, \cos\alpha$, $DF = BF \,.\, \tan r$ und $AF - DF = AD = d = a(\sin\alpha - \cos\alpha \tan r)$ $= a \,.\, \sec r \,.\, \sin(\alpha - r)$ und da auch $2c = a \cot\alpha$, so erhalten wir folgende Beziehungen:

$$d = a \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r} \tag{4}$$

$$q = a \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r} \cos e \tag{5}$$

$$b = a \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r} \cos\alpha \tag{6}$$

$$\frac{b}{c} = 2 \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r} \sin\alpha \tag{7}$$

von welchen (4) die lichte Breite der Flanke für solche Richtungswinkel bestimmt, bei welchen r nicht kleiner als $2\alpha - 90^0$, (5) die zugehörige lineare Oeffnung, (6) die gleichzeitige Nettobreite des Prismas und (7) das Verhältniss dieser Nettobreite zur vollen Breite CR.

Im Falle senkrechter Incidenz (bei recht- und spitzwinkligen Prismen), wo $e = 0$, $r = 0$, $\theta = \alpha$, wird

$$d = q = a \,.\, \sin\alpha$$
$$b = a \,.\, \sin\alpha \cos\alpha$$
$$\frac{b}{c} = 2 \sin\alpha^2$$

und im Falle directen (unabgelenkten) Durchganges, wo $\theta = 0$, $e = \alpha$, $\sin r = \frac{1}{n} \sin \alpha$:

$$d = a \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$$

$$b = q = a \sin \alpha \cos \alpha \left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$$

$$\frac{b}{c} = a \sin \alpha^2 \left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$$

Diese Ausdrücke zeigen, wie der Fall $e = 0$ auf den $e = \alpha$ durch Hinzufügung des Factors $\left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$ übergeführt wird, obwohl man sich bei dem numerischen Calcul der logarithmischen Bequemlichkeit wegen im letzteren Falle an die generellen Vorschriften (4) . . . (7) halten wird.

Den andern der beiden vorhin unterschiedenen Fälle betreffend, wo nämlich $\gamma > 90^0 - \alpha$ oder r algebraisch kleiner als $2\alpha - 90^0$ ist, so substituiren wir in Fig. 4 nach Anfügung des zum Querschnitt ABC des Prismas symmetrischen Dreiecks ABC' an der Aussenseite der Basis AB, dem inneren Strahl CSK unter Elimination der innern Reflexion den die vicarirende Parallelplatte $ACBC'$ geradlinig durchsetzenden Strahl CK'. Die nunmehr um BK verkürzte effective Flanke $CK = C'K'$ findet sich aus dem Dreieck $CC'K'$, worin der Winkel $CC'K' = \alpha$, $CK'C' = 90^0 - r$, also $C'CK' = 90 + r - \alpha$ und $CC' = 2c = a \cot \alpha$, mithin $C'K' : C'C = \sin(90^0 + r - \alpha) : \sin(90^0 - r) = \cos(\alpha - r) : \cos r$ oder, indem wir auch hier die entsprechenden Grössen mit $d\,(= CK)$, q, b bezeichnen:

$$d = a \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r} \cot \alpha \tag{8}$$

$$q = a \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r} \cot \alpha \cos e \tag{9}$$

$$b = a \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r} \cot \alpha \cos \alpha \tag{10}$$

$$\frac{b}{c} = 2 \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r} \cos \alpha. \tag{11}$$

Für senkrechte Incidenz (bei recht- und stumpfwinkligen Prismen), wo $e = 0$, $r = 0$, $\theta = \alpha$, wird jetzt

$$d = q = a\frac{\cos\alpha^2}{\sin\alpha}$$

$$b = a\frac{\cos\alpha^3}{\sin\alpha}$$

$$\frac{b}{c} = 2\cos\alpha^2$$

welche Ausdrücke eben sowohl als die entsprechenden des vorigen beider Hauptfälle für das die gemeinsame Grenze bezeichnende rechtwinklige Prisma ($\alpha = 45^0$) ergeben $d = q = a\sqrt{\frac{1}{2}}$, $b = \frac{a}{2}$ und $\frac{b}{c} = 1$.

Es tritt auch hier zwischen den beiden unterschiedenen Fällen die Erscheinung eines discontinuirlichen Ueberganges ein, der darauf beruht, dass eine Gesammtheit paralleler in der Ebene des Prisma-Querschnitts durchgehender Strahlen bei allmälig wachsendem Richtungswinkel θ ihre Abgrenzung in der Breite eine Zeitlang nur durch die Basiskanten A, B und alsdann, sobald θ den Werth überschreitet, bei welchem $r = 2\alpha - 90^0$ wird, plötzlich durch die dritte Kante C allein erleidet. Beide Stadien kennzeichnen sich so, dass

$$\text{im ersten} \quad \frac{d}{a} = \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}$$

$$\text{im zweiten} \quad \frac{d}{a} = \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cot\alpha$$

ist, was sich auch so schreiben lässt:

im ersten Stadium, so lange $r > C - 90^0$

$$d = a(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha$$

$$q = a(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha\cos e$$

$$b = a(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha^2$$

$$\frac{b}{c} = 2(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha\sin\alpha$$

im zweiten Stadium, wenn $r < C - 90^0$

$$d = a(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha$$

$$q = a(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha\cos e$$

$$b = a(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha^2$$

$$\frac{b}{c} = 2(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha\sin\alpha$$

und beide Gruppen von Ausdrücken werden in der That identisch für den Uebergangsmoment, wo $r = 2\alpha - 90^0$.

Bei numerischer Berechnung gegebener Fälle hat man also vorab den für diesen Uebergangsmoment gültigen Werth von Θ, den man den **diakritischen** Richtungswinkel nennen kann, zu bestimmen, und alsdann für Fälle, wo Θ unter diesem Grenzwerth bleibt, die erste Gruppe, in gegentheiligen Fällen die zweite Gruppe von Vorschriften — der bequemeren logarithmischen Rechnung wegen in den Ausdrucksweisen von (4) ... (7) und von (8) ... (11) — anzuwenden.[1]) Wir geben den diakritischen Winkel berechnet für verschiedene Prismenwinkel, so weit er in den Bezirk der Totalreflexion, d. h. zwischen die Grenzen Θ^0 und Θ' fällt.

Diakritischer Werth von Θ.

C	(1.5)	(1.525)	(1.55)	(1.575)	(1.6)	(1.625)	(1.65)	(1.675)
70°	—	—	—	—	—	—	—	—
75	—	—	—	—	—	—	62° 46′8	63° 11′5
80	—	—	—	55° 52′3	56° 7′9	56° 23′4	56 39.0	56 54.6
85	50° 0.7	50° 8.2	50° 15.8	50° 23.4	50 30.9	50 38.5	50 46.1	50 53.6
90	45 0.0	45 0.0	45 0.0	45 0.0	45 0.0	45 0.0	45 0.0	45 0.0
95	39 59.3	39 51.8	39 44.2	39 36.6	39 29.1	39 21.5	39 13.9	39 6.4
100	34 54.1	34 38.6	34 23.8	34 7.7	33 52.1	33 36.6	33 21.0	33 5.4
105	29 39.3	29 15.2	28 50.9	28 26.6	28 2.2	27 37.7	27 13.2	26 48.5
110	24 9.1	23 33.7	22 59.1	22 24.4	21 49.4	21 14.1	20 38.6	20 3.0
115	18 9.6	17 22.3	16 34.6	15 46.2	14 57.2	14 7.6	13 17.3	12 56.2
120	11 24.4	10 19.0	9 11.7	8 2.9	6 52.2	5 39.5	4 24.7	3 7.4

Bei rechtwinkligen Prismen fällt dieser Werth für alle Indices genau auf 45°, wobei zugleich senkrechter Durchgang $e = r = 0$. Bei steileren Prismen liegt er höher und zwar desto mehr, je stärker der Brechungsindex, erreicht aber mit spitzer werdendem Winkel C alsbald die Grenze Θ', so dass Glasprismen von spitzerem Winkel als 75° nicht mehr von der Diakrise tangirt werden. Bei stumpfwinkligen oder flachen Prismen geht der diakritische Winkel unter 45° herab, desto mehr je grösser C und n werden. Für sehr flache Prismen,

1) Die numerische Handhabung wird am bequemsten, wenn man so verfährt: zuerst sucht man, wofern die gegenwärtige Tabelle berechneter Werthe dies nicht überflüssig macht, den diakritischen Winkel, nämlich man sucht den Werth $\Theta = \alpha + e$, wo $\sin e = n \cos C$, findet darauf durch Vergleichung mit Θ', ob derselbe ins Gebiet der Totalreflexion fällt, d. h. ob er in Betracht kommt oder nicht. Sodann berechnet man d für das erste Stadium aus $d = a \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}$ sowie eventuell für das zweite aus $d = a \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r} \cot \alpha$, und endlich mittelst dieses Werthes von d gleichförmig in jedem beider Stadien $q = d \cos e$, $b = d \cos \alpha$, $\frac{b}{c} = \frac{2d \sin \alpha}{a}$.

wie sie freilich bis jetzt kaum zur Anwendung gekommen, z. B. für $C = 120^0$ nähert sich der diakritische Werth von θ der Mitte der Amplitude des Richtungswinkels für das Gebiet der Totalreflexion, so dass erst dann jene beiden Stadien ein nahezu gleichgrosses Terrain gewinnen, während in den meisten übrigen Fällen von minder flachen und von spitzwinkligen Prismen das erste Stadium hinsichtlich seiner Ausdehnung überwiegt, um bei beträchtlich steilen Gestalten den ganzen Umfang $\theta' - \theta^0$ in Anspruch zu nehmen. Schon bei rechtwinkligen Prismen umfasst das zweite Stadium nur 4¾ bis 14 Grad, je nach dem Index, während das erste sich auf 90^0 erstreckt.

In Bezug auf die Nettobreite b ist oben bemerkt worden, dass wenn $\frac{b}{c} < 1$ der Theil DEC (Fig. 2) des Prismas als entbehrlich wegfallen kann, wie auch zur Raumersparniss in der Construction des Apparats, welchem das Prisma einverleibt werden soll, so wie zur Oeconomisirung des Materials, aus dem es verfertigt wird, in der That vielfach geschieht. Die Bemerkung bezog sich stillschweigend auf den vorwiegend frequenteren Fall des ersten jener beiden Stadien. Jetzt muss hinzugefügt werden, dass $\frac{b}{c} < 1$ auch innerhalb des zweiten Stadiums vorkommt, dass dann aber das Prisma nicht etwa an der Basisseite der ganzen Länge nach verschmälert, d. h. mit einer verringerten Breite c versehen werden, sondern nur an den Basiskanten bei A und B (Fig. 4) etwa bis KS oder KT beschnitten werden dürfte. Es hat also b in diesem Falle nur die Bedeutung der auf die Breite CR des Prismas projicirten lichten Breite der Flanke.

Statt ausgedehnterer Mittheilung berechneter Werthe der Lineargrössen d, q, b für Prismen aus Glas von den bisher aufgeführten acht Brechungsverhältnissen und für zehn verschiedene Prismenwinkel 30, 40 u. s. w. bis 120 Grad unter verschiedenen Richtungswinkeln, welche begreiflich einen beträchtlichen Raum in Anspruch nehmen würde, mögen hier nur für die Beispiele des gleichseitigen und des rechtwinkligen Prismas sowohl aus Crown mit 1.525 als aus Flint mit 1,625 einige numerische Werthe aufgeführt werden, wobei wir die Länge der Basis durchweg $= 100$ setzen.

1. Gleichseitiges Reflexionsprisma aus Crownglas (1.525). Wir haben $\alpha = 30^0$, $a = 100$, $c = 86.60$, Spielraum des Richtungswinkels von -19^0 bis $+59^0$, ohne diakritischen Winkel. Er ergibt sich alsdann, mit Hinzufügung von e, r und γ oder $\alpha - r$:

θ	e	r	$\alpha - r$	d	q	b	$b:c$
— 10°	+ 40	24° 56′	5° 4′	9.74	7.46	8.44	0.097
0	+ 30	19 8	10 52	19.95	17.27	17.27	0.200
+ 10	+ 20	12 58	17 2	30.07	28.26	26.04	0.301
+ 20	+ 10	6 33	23 27	40.07	39.46	34.70	0.401
+ 30	0	0	30 0	50.00	50.00	43.30	0.500
+ 40	— 10	— 6 33	36 33	59.93	59.02	51.90	0.599
+ 50	— 20	— 12 58	42 58	69.93	65.72	60.56	0.699
+ 55	— 25	— 16 5	46 5	74.98	67.95	64.93	0.750

2. **Gleichseitiges** Reflexionsprisma aus **Flintglas** (1.625). Es ist $\alpha = 30^0$, $a = 100$, $c = 86.60$, Spielraum von θ zwischen -24^0 und $+67^0$, ohne diakritischen Winkel.

θ	e	r	$\alpha - r$	d	q	b	$b:c$
— 10°	+ 40°	23° 18′	6° 42′	12.70	9.73	11.00	0.127
0	+ 30	17 55	12 5	22.00	19.05	19.05	0.220
+ 10	+ 20	12 9	17 51	31.36	29.46	27.15	0.314
+ 20	+ 10	6 8	23 52	40.69	40.08	35.24	0.407
+ 30	0	0	30 0	50.00	50.00	43.30	0.500
+ 40	— 10	— 6 8	36 8	59.31	58.41	51.36	0.593
+ 50	— 20	— 12 9	42 9	68.65	64.51	59.45	0.686
+ 60	— 30	— 17 55	47 55	78.00	67.55	67.55	0.780
+ 65	— 35	— 20 40	50 40	82.67	67.72	71.60	0 827

3. **Rechtwinkliges** Reflexionsprisma aus **Crownglas** (1.525), Hier ist $\alpha = 45^0$, $a = 100$, $c = 50$, Spielraum des Richtungswinkels zwischen -45^0 und $+51^0$, diakritischer Werth desselben $= 45^0$.

θ	e	r	$\alpha - r$	d	q	b	$b:c$
— 20°	+ 65°	36° 28′	8° 32′	18.46	7.80	13.04	0.261
— 10	+ 55	32 29	12 31	25.68	14.73	18.16	0.363
0	+ 45	27 38	17 22	33.71	23.83	23.83	0.477
+ 10	+ 34	22 6	22 54	42.01	34.41	29.70	0.594
+ 20	+ 25	16 5	28 55	50.32	45.60	35.58	0.712
+ 30	+ 15	9 46	35 14	58.53	56.02	41.39	0.827
+ 40	+ 5	3 17	41 43	66.66	66.41	47.14	0.943
+ 45	0	0	45 0	70.71	70.71	50.00	1.000
+ 50	— 5	— 3 17	48 17	66.66	66.41	47.14	0.943

4. **Rechtwinkliges** Reflexionsprisma aus **Flintglas** (1.625). Es ist $\alpha = 45^0$, $a = 100$, $c = 50$, Spielraum von θ zwischen -45^0 und $+56^0$ und dessen diakritischer Werth $+45^0$.

θ	e	r	$\alpha - r$	d	q	b	$b:c$
— 20°	+ 65°	33° 54′	11° 6′	23.20	9.80	16.40	0.328
— 10	+ 55	30 16	14 44	29.44	16.88	20.82	0.416
0	+ 45	25 48	19 12	36.54	25.84	25.84	0.517
+ 10	+ 35	20 40	24 20	44.04	36.07	31.14	0.623

Θ	e	r	$\alpha - r$	d	q	b	$b.c$
$+20^{\circ}$	$+25^{\circ}$	15° 5′	29°55′	51.67	46.82	36.53	0.731
+30	+15	9 10	35 50	59.30	57.28	41.93	0.839
+35	+10	6 8	38 52	63.11	62.16	44.63	0.893
+40	+ 5	3 5	41 55	66.91	66.66	47.31	0.946
+45	0	0	45 0	70.71	70.71	50.00	1.000
+50	− 5	−3 5	48 5	66.91	66.66	47.31	0.946
+55	−10	−6 8	51 8	63.11	62.15	44.63	0.893

Dem rechtwinkligen Prisma pflegt man unter Anwendung senkrechten Durchganges, wo die volle Flanke oder Kathetenfläche in Wirksamkeit gesetzt wird, die Höhe $h = d$ zu geben, d. h. der Kathetenfläche quadratische Form zu ertheilen, wodurch zugleich $h = q$ d. h. dem durchgehenden Lichtbündel ein quadratischer Querschnitt erwächst. Ueberhaupt wird man h, wenn nicht andere Rücksichten mitsprechen, nach q bemessen und diese Höhe wenigstens so gross machen, als der grösste bei der Anwendung des Prismas vorkommende Werth von q. Durch b und a nebst C sind Figur und Dimensionen des Hauptschnittes bestimmt. Die hier mit aufgeführten Winkel e und r aber kommen in Betracht falls über den vermöge des Durchgangs durch die Seitenflächen des Prismas eintretenden Lichtverlust Rechenschaft gefordert wird. Ohne auf letztere Frage, welche sich zugleich mit dem Polarisationszustande des durchgehenden Lichts zu beschäftigen hätte und welche einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben muss, bei gegenwärtiger rein geometrisch-optischen Discussion einzugehen, bemerken wir nur beiläufig, dass der Lichtverlust bei Glasprismen im günstigsten Falle d. h. für senkrechte Emergenz je nach dem Brechungsindex 8 bis 12 Procent beträgt.

Auf die genaue Herstellung vorgeschriebener Dimensionen des Reflexionsprismas kommt es in der Praxis bei weitem weniger an als auf die Erfüllung der oben gestellten Bedingungen hinsichtlich der Winkel zwischen seinen drei Flächen, und so dürfte in concreten Fällen eine bequeme Linearconstruction behufs Bestimmung der Grössen d, q, b für gegebene Werthe von a, C, n und Θ eine hinreichende Auskunft gewähren.

In Fig. 5 seien zwei Halbkreise über einer geraden Linie mit Radien, deren Verhältniss $BG : BH = 1 : n$, beschrieben. Auf diesen Kreisen zählen wir die die Winkel e und r messenden Bogen von dem auf H^0H' senkrechten Radius BH an, e auf GG^0. Zu jedem beider Bogen findet man den ihm zugehörigen anderen durch seine Projection

parallel BH auf den andern Kreis, so dass wenn z. B. $e = GV$, der ihm zugehörige Bogen $r = HW$ ist, wenn VW parallel zu BH, indem in der That die diesen Bogen zugehörigen Radien BV und BW sich umgekehrt wie die Sinus der Winkel, welche diesen Radien mit dem als Einfallsloth betrachteten Radius BH bilden, d. h. wie $n : 1$ verhalten, im Einklang mit dem Snellius'schen Gesetz.

Soll nun für ein Reflexionsprisma vom Winkel C, Index n, Basis a unter gegebenem Richtungswinkel θ die lichte Flanke d, die lineare Oeffnung q und die Nettobreite b ermittelt werden, so trage man — wir gebrauchen Bogen und Winkel promiscue — $\frac{1}{2}C$ oder α von H nach O ab und trage in der Richtung OB unterhalb der Halbkreise die Basislänge a in BA auf, an welcher man den Querschnitt ACB des Prismas vollendet, sowie das dazu symmetrische Dreieck $AC'B$. Es zählt alsdann θ von U ab, positiv nach G', negativ nach G^0, während e und r von G und H ab positiv nach G^0, H^0, negativ nach G', H' zählen. Dann ergibt sich beispielsweise für $\theta = UV$, also für $e = GV$, $r = HW$ und durch Verlängerung von WB der Grenzpunct D auf der Flanke AC, also $d = AD$. Eine Senkrechte von D auf AB gibt $b = DP$. Eine Senkrechte von D auf eine durch A parallel mit VB gezogene Linie gibt $q = DQ$. Eine Senkrechte von C auf die Basis stellt $c = CR$ die ganze Breite des Prismas dar. Die Construction beruht auf $DBA = WBU = \alpha - r = \gamma$.

Unsere Figur entspricht ungefähr dem Falle $C = 80^0$, $n = 1.6$, $a = 50$ Millim. und $\theta = +10^0$. In practischen Vorkommnissen wird man die Verzeichnung der Halbkreise in 3 bis 4 mal so grossem Maassstabe, die Basis AB in doppelter bis fünffacher natürlicher Grösse ausführen.

Zugleich ist die Construction, wie bei einiger Aufmerksamkeit erhellen wird, ohne dass dies im Einzelnen nachzuweisen nöthig wäre, geeignet, die früheren Zusammenhänge in Betreff des Richtungswinkels übersichtlich zu veranschaulichen, wobei wir nur andeuten wollen, dass wenn UO' und BO'' rechtwinklig zu OB gezogen werden, die Grenzen θ^0, θ', θ'' mit den drei Puncten O, O', O'', diese bei beliebiger Veränderung von α oder GU in gegenseitig fester Entfernung gedacht, in unmittelbarem Connex stehen. Auch würde die Verlängerung von CB bis zum Kreise H, falls sie in die Region OO' der Totalreflexion trifft, und der projective Uebergang von da auf den Kreis G daselbst

den Punct finden lassen, bis zu welchem von U ab der diakritische Winkel reicht. Zwischen diesem Endpunct und dem Projectivpuncte von O' würde sich dann der Bezirk des zweiten der vorhin besprochenen Stadien ergeben. Wäre nun BJ die Richtung eines in diese Region fallenden Radius, so hätte man ihr parallel CK' und von C' durch den Schnittpunct S die Linie $C'K$ zu ziehen, um in CK für diesen Fall des zweiten Stadiums d zu finden, woraus sich wiederum nach Analogie q durch Projection von CK auf CK' und b durch Projection von CK auf CR finden würde.

So lange wir, wie bisher blos parallele Strahlen durch das Prisma treten lassen, dürfte man sich vorstellen, dass die Wirkung des Reflexionsprismas der einer blos katoptrischen an einem ebenen Spiegel gleichkomme, welcher, wie Fig. 6 erläutert, durch die Puncte S, S', S'' hindurchgeht, in welchen sich ein- und austretender Strahl nach erforderlicher Verlängerung treffen, und welcher mit der Basis parallel von ihr um RS absteht. In der That würde die ledigliche Reflexion der einfallenden Strahlen L', L, L'' an der Spiegelebene S', S, S'' dieselben Strahlen M', M, M'' ergeben, wie die katadioptrische Wirkung des Prismas, und die Ablenkung des gesammten Strahlencomplexes wäre in beiden Fällen gleich dem doppelten Richtungswinkel. Für senkrechten Durchgang fällt die auf solche Weise dem Prisma substituirte Spiegelfläche mit der Basis zusammen, ihre Distanz RS wächst mit positivem Incidenzwinkel e oder für Richtungswinkel, welche von α bis θ^0 abnehmen. Bei $\theta = 0$ ist $RS = \frac{1}{2}b$, und kommt dem Werthe c gleich für die Grenze θ^0, wenn dieselbe $= \alpha - 90^0$. RS wird negativ oder die Spiegelebene liegt auf der Aussenseite der Basis für negative Incidenzen, also für wachsende Richtungswinkel zwischen α und 90^0. Von hier ab geht diese Distanz aus dem Negativen durch's Unendliche ins Positive über, um bei der oberen Grenze θ'' bis gegen c abzunehmen und diesen Werth selbst zu erreichen, falls $\theta'' = \alpha + 90^0$. Die äquivalente Spiegelfläche würde somit, jederzeit parallel zur Basis, je nach Umständen in irgendwelcher, sogar unendlicher Entfernung vor oder hinter der Basis ihren Platz finden. Die Anwendbarkeit dieser Substitution würde aber lediglich auf den Fall parallelen Lichts beschränkt sein, wo — nach der in der Dioptrik geläufigen Ausdrucksweise — Bild- und Objectpunct der homocentrischen Strahlen beide in unendlicher Ferne liegen, und in dieser letzteren Rücksicht würde sogar die Feststellung eines bestimmten Platzes für die der Basis

parallele Spiegelebene überflüssig werden, sofern die Ablenkung des an ihr reflectirten Lichts übereinstimmend mit der wirklichen Leistung des Prismas bei jedem Werth von RS gleich 2θ sein würde.

Wir werden hierdurch auf die Frage nach dem Verhalten des Reflexionsprisma's gegenüber nicht parallelen homocentrischen Lichts geführt.

Schon oben ist darauf hingewiesen worden, wie das Reflexionsprisma neben der katoptrischen Wirkung einer an der Stelle der Basisfläche befindlichen Spiegelebene eine dioptrische Wirkung einer Planparallelplatte von bestimmter Dicke ausübt, welche das Licht unter der Incidenz e durchdringt.

Die Planparallelplatte stellt einen Specialfall aus der Dioptrik der Linsen dar, wenn wir die beiden Krümmungsradien der Linsenflächen unendlich gross annehmen. Während nun bekanntlich die Brennweite für eine solche Biplanlinse unendlich wird, ist das sog. Interstitium, oder die Entfernung zwischen ihren Hauptpuncten $\varepsilon^0 = t\ (1 - \frac{1}{n})$, wenn n den Brechungsindex und t die Dicke der Platte bezeichnet, welche Grösse die Bedeutung hat, dass der Concurrenzpunct eines homocentrischen Strahlenkegels von geringer Angularweite, wenn er eine Planparallelplatte bei senkrechter Emergenz seiner Axe durchdringt, eine Verschiebung im Sinne des Fortschritts der Strahlen längs der Normale der Platte um das Interstitium ε^0 erleidet. In diesem Falle senkrechter Incidenz eines Strahlenkegels von mässiger Apertur aber wird die Homocentricität des Lichtbündels nicht merklich beeinträchtigt. Eine Gesammtheit von Objecten, nah oder fern, unter nahe senkrechter Incidenz durch eine 24 Millim. dicke Flintglasplatte vom Index 1.6 betrachtet, werden dem Auge also um 9 Millimeter angenähert in so gut wie vollständig abweichungsfreien virtuellen Bildern erscheinen von gleicher Lineargrösse mit den Objecten. Ebenso wird der Einfluss einer in ein Fernrohr zwischen Objectiv und Ocular eingeschalteten 30 Millim. dicken Platte von Crownglas (1.5) mit parallelen zur Fernrohraxe senkrechten Planflächen blos darin bestehen, dass das Ocular um 10 Millim. ausgezogen werden muss, um dieselben Objecte wie vorher mit gleicher Deutlichkeit einzustellen. Aplanatismus sowie Angularvergrösserung bleiben ungeändert. Im ersten Beispiel war es ein reelles Object, welches ein virtuelles Bild, im zweiten ein virtuelles Object, welches ein reelles (dem Fernrohrocular

dargebotenes) Bild vermöge des Durchgangs der Strahlen durch die Planplatte ergab.

Gehen wir zu dem allgemeineren Fall schiefer Incidenz über und lassen eine Planparallelplatte, deren Grenzflächen AB und $A'B'$ (Fig. 7), Dicke t, Index n, von einem Lichtstrahl $LDD'M$ unter der Incidenz e durchdringen und bestimmen auch hier die den Hauptpuncten analogen Puncte E und E' als auf den Grenzen einer idealen Platte von der Dicke EE' gelegen, durch welche der Lichtstrahl den Weg $LEE'M$ einschlagen würde, wobei, wie wenn der Index der idealen Platte unendlich gross wäre, der innere Strahl in einer zur Platte normalen Richtung verliefe. Bezeichnen wir das auf die Incidenz e bezügliche Interstitium EE' der Platte $ABA'B'$ durch s, so finden wir leicht aus der Betrachtung des Dreiecks DCE, worin der Winkel bei C gleich dem Brechungswinkel r, bei D gleich $e-r$, bei E gleich $180^0 - e$, und CD, CE proportional der Weglänge des inneren Strahls in der wirklichen und in der idealen Platte sind, $CE : CD = \sin(e-r) : \sin e = s : t \,.\, \sec r$, woraus

$$s = \frac{t}{\cos r} \cdot \frac{\sin(e-r)}{\sin e} = t\left(1 - \frac{\tan r}{\tan e}\right)$$

oder, unter Berücksichtigung von (1):

$$s = t\left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos e}{\cos r}\right) \tag{12}$$

und dieser Werth von s geht in den obigen s^0 über für $e = r = 0$, während bei streifender Incidenz, wo $e = 90^0$, $r = \omega$, das relative Interstitium der Dicke t der Platte gleich wird.

Ist $E'H$ senkrecht zu dem einfallenden Strahl LD, so ist $E'H = s \,.\, \sin e$ die Verschiebung, welche in der Einfallsebene der austretende Strahl $D'M$ aus seiner ursprünglichen Lage LD ohne Richtungsänderung erfährt. Für eine Gesammtheit paralleler Strahlen besteht die Wirkung der Parallelplatte lediglich in dieser Verschiebung; Bild und Object liegen beide in derselben Richtung in unendlicher Entfernung.

Um ferner die Wirkung auf einen mässig breiten homocentrischen divergenten oder convergenten Strahlenkegel zu ermitteln, betrachten wir zuerst den Vorgang der Brechung an Einer brechenden Ebene.

Es sei AB (Fig. 8) die ebene Grenzfläche einer unterhalb befindlichen durchsichtigen Substanz vom Brechungsindex n. Ausserhalb

in P befinde sich ein Objectpunct, von welchem ein divergenter Strahlenkegel von geringer Angularöffnung unter schiefer Incidenz bei CC' auf die brechende Ebene AB einfalle. Die unterhalb AB verlaufenden gebrochenen Strahlen werden rückwärts verlängert, um den Ort ihrer Concurrenz zu ermitteln. Während nun bei dem Vorgang der Reflexion am Planspiegel die Strahlenkegel bei jeder Incidenz ihre Homocentricität nach der Reflexion bewahren, ist dies bei der Refraction nicht der Fall. Der gebrochene Strahlenkegel ist mit einer planatischen Abweichung behaftet und zwar so, dass die Concurrenzpuncte im Allgemeinen auf zwei conjugirten diacaustischen Flächen liegen, von denen die eine die Rotationsfläche einer diakaustischen Curve ist mit einer Spitze in V, die andere blos in einer auf der zu AB normalen Rotationsaxe VV' der ersteren Fläche liegenden geraden Linie besteht. Die diacaustische Curve ist im vorliegenden Fall einer brechenden Planfläche die Evolute einer Hyperbel oder einer Ellipse, je nachdem $n >$ oder < 1, deren Centrum in A, grosse Axe in AV, Brennpunct in P liegt und deren Excentricität gleich dem Brechungsverhältniss ist. Der gebrochene Strahlenbündel ergibt nun für solche Strahlen, welche in der Einfallsebene (Primärebene) liegen, einen Concurrenzpunct an der Berührungsstelle Q' auf der ersten Fläche, für Strahlen, welche in einer zur Einfallsebene senkrechten Ebene (Secundärebene) verlaufen, einen Concurrenzpunct an der Berührungsstelle Q'' auf der zweiten Fläche, und sämmtliche Strahlen gehen sehr nahe durch zwei kleine zur Axe des Strahlenkegels senkrechte gerade Linien, „Focallinien“ genannt, die erste in Q' senkrecht zur Primärebene, die zweite in Q'' senkrecht zur Secundärebene, so dass also die Querschnitte des Bündels bei Q' und Q'' nahezu kleine gerade Linien, zwischen Q' und Q'' kleine Flächen von nahe elliptischer Form und nahe mitten zwischen Q' und Q'' eine kleine Kreisfläche, den „kleinsten Abweichungskreis“ darstellen, dessen Durchmesser als Mass der Nicht-Homocentricität vorliegender Art oder der A n a c e n t r i c i t ä t angesehen werden kann. Ein Auge im zweiten Mittel in O mit runder Pupille oder ein Fernrohr mit kreisförmiger Objectivöffnung würde also das Object P in der Richtung CQ' aber nicht vollkommen scharf sehen. Vermittelst eines vor das Auge oder das Objectiv des Fernrohrs gehaltenen schlitzförmigen Diaphragmas würde das Bild zur Schärfe gebracht werden können und zwar am scheinbaren Platze Q', wenn die Schlitzrichtung in die Primärebene gestellt, am Platze Q'',

wenn dieselbe um 90 Grad gedreht würde [1]). Nach dieser allgemeinen Orientirung lässt sich die Untersuchung auf die Bestimmung der Plätze Q' und Q'' der beiden Focallinien für die Primär- und Secundärebene beschränken.

Wir setzen $CP = p$, $CQ' = q'$, $CQ'' = q''$, den Einfallswinkel $= e$, Brechungswinkel $= r$, und ziehen CD senkrecht zu CP und CE senkrecht zu CQ'. Gehen wir von den Richtungen PC, $Q'C$, welche mit der Normale AV die Winkel e und r bilden, durch kleine Augmente dieser Winkel zu den Richtungen PC' und $Q'C'$ über, so gibt die Gleichung $\sin e = n \sin r$ durch Differentiation $\cos e \, \mathrm{d}e = n \cos r \, \mathrm{d}r$ oder

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}r} = n \cdot \frac{\cos r}{\cos e}.$$

Da nun aber $CD = CC' \cos e$, $CE = CC' \cos r$ und $CD = p \, \mathrm{d}e$, $CE = q' \mathrm{d}r$, so ist auch

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{e}r} = \frac{q'}{p} \cdot \frac{\cos e}{\cos r}$$

folglich

$$\frac{q'}{p} = n \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2}$$

oder

$$q' = np \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2} \tag{13}$$

Für Strahlen in der Secundärebene aber ist

$$q'' = np \tag{14}$$

---

1) Versuche dieser Art, die ich mittelst Fernrohrs, vor seinem Objectiv mit spaltförmiger Blende versehen, angestellt habe an Wasser, in welchem sich in 400 Millimeter Tiefe ein Object befand, und wo die Verstellung des Oculars bei grossen Incidenzwinkeln bis zu mehreren Centimetern reichte, gaben eine vollständige experimentelle Bestätigung. Es ist also nicht zutreffend zu sagen, dass das Auge — ohne weitere Bedingungen — das Bild in solchen Fällen, sei es am Orte des ersten Anacentrums, sei es am Orte des zweiten, erblicke. Die letztere Angabe macht u. A. Lamé (*Cours de physique* II. 139, 178); die erstere ist bei den graphischen Constructionen der darstellenden Optik von Engel und Schellbach ausschliesslich zu Grunde gelegt, desgleichen in Herschel's „*on light*" und vielen älteren Schriften, während bereits Newton lange vor Malus' Untersuchungen über die caustischen Flächen den Ort des gesehenen Bildes mitten zwischen beide Vereinigungsstellen setzte, denen spätere englische Schriftsteller die Benennung „*focal lines*" beilegten.

wo (13) die erste, (14) die zweite Focallinie des anacentrisch gebrochenen Strahlenbündels bestimmt. Der letzte Ausdruck, unabhängig von e und r, zeigt, dass das secundäre Anacentrum stets auf der durch den Objectpunct P zur brechenden Fläche gezogenen Normale PA liegt.[1])

Betrachten wir jetzt den Durchgang eines Strahlenkegels von mässiger Apertur durch eine Planparallelplatte, so falle zuerst von einem reellen Objectpuncte P (Fig. 9) divergentes Licht in der Richtung PC auf die Platte $ABA'B'$. Die erste Brechung bei C ergibt in der Primärebene das Bild Q', in der Secundärebene das Bild Q''. Nach der zweiten Brechung bei D erwächst in der Primärebene aus Q' das virtuelle Bild P', in der Secundärebene aus Q'' das virtuelle Bild P''. Wir bezeichnen CP durch p, CQ' durch q', CQ'' durch q'', DP' durch p', DP'' durch p'', die Dicke CF der Platte durch t. Dann ist nach (13) und (14) für den Eintritt bei C

$$q' = np \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2}, \qquad q'' = np$$

1) Die Approximation dieser Bestimmung reicht bis zu Grössen der zweiten Ordnung der Kleinheit. Geht man hierin weiter, so erweisen sich die Focallinien als von geraden Linien abweichend; die erste, zur Primärebene senkrechte, als ein kleines Stück eines Kreisbogens, die zweite, senkrecht zur Secundärebene, als eine durch eine sehr gestreckte ∞förmige Curve begrenzte kleine Fläche. Diese Dissimilarität der Focallinien anacentrischer Strahlenkegel ist zumeist mit der schiefen und excentrischen Incidenz an sphärischen sowohl zurückwerfenden als brechenden Flächen verknüpft. Flächen mit ungleichen Krümmungsradien oder solche mit Krümmungen von ungleichen Zeichen (diffiexe Flächen) bewirken unter senkrechtem Einfall Anacentricität mit similären und geradlinigen Focallinien. Beispiele sind cylindrische und sattelförmige Spiegelflächen, Linsen mit einer oder zwei cylindrischen Seiten, so wie das astigmatische Auge. — Im Falle senkrechter Incidenz, wo q' und q'' gleich werden und also bei der obigen Annäherung Homocentricität resultiren würde, bleibt noch eine erst bei der Berücksichtigung kleiner Grössen höherer Ordnung erkennbare und für Strahlenkegel grösserer Apertur merkliche Abweichung übrig, vermöge welcher die centralen Strahlen des Lichtkegels eine Concurrenz in der beiden diacaustischen Flächen gemeinsamen Spitze V, die übrigen aber ringförmige auf der ersten und punctförmige auf der zweiten Fläche liegende Concurrenzlinien ergeben in rings um die Axe VV' symmetrischer Vertheilung. Die Querschnitte des Lichtbündels, statt wie im obigen Falle der Anacentricität Ellipsen, die sich an zwei Orten auf Focallinien zusammenziehen und dazwischen einen Uebergang durch die Kreisform darbieten, sind jetzt durchweg kreisförmig, unter ihnen ein kleinster Abweichungskreis mit hellerem Centrum und ringsum gleichförmig hellerem Rande. Diese Art von Nicht-Homocentricität kann man als *pericentrische* bezeichnen.

Da nun $CD = t \cdot \sec r$, so ist, sofern man nur Strahlen in der Primärebene betrachtet, vermöge (13), wo n durch $\frac{1}{n}$, q' durch p' und p durch q' zu ersetzen, so wie r und e zu vertauschen,

$$p' = \frac{1}{n}(q' + t \sec r)\frac{\cos e^2}{\cos r^2}$$

und, insofern man nur Strahlen in der Secundärebene betrachtet, vermöge (14), wo wiederum n durch $\frac{1}{n}$, q'' durch p'' und p durch q'' zu ersetzen,

$$p'' = \frac{1}{n}(q'' + t \sec r)$$

also durch Substitution der vorherigen Werthe von q' und q''

$$(15) \qquad p' = p + \frac{t}{n} \cdot \frac{\cos e^2}{\cos r^3}$$

$$(16) \qquad p'' = p + \frac{t}{n \cos r}$$

wo (15) das primäre, (16) das secundäre Anacentrum durch die Entfernung von der Austrittstelle D des in der Axe des Lichtbündels verlaufenden Strahles bestimmt, der vor und nach dem Durchgang die parallelen Richtungen PC und DM besitzt.

Der Objectpunct P erfährt durch die dioptrische Wirkung der Platte von der Dicke t und dem Index n bei der schiefen Incidenz e eine Versetzung in einem primären Anacentrum nach P', in einem secundären nach P''. Die Versetzung des zweiten geschieht nach der zur Platte gezogenen Normale im Sinne des durchgehenden Lichts und kann in einen longitudinalen Theil PH und in einen lateralen HP'' zerlegt werden. Für die Versetzung des ersten Anacentrums ist der laterale Theil eben so gross, und nur der longitudinale um die anacentrische Strecke $P'P''$ grösser als für das zweite Anacentrum. Nun überzeugt man sich leicht mittelst der Ausdrücke (15), (16) und (12), dass wenn man den longitudinalen Theil PH der Versetzung durch h, den lateralen HP'' durch k, die Strecke $P''P'$ zwischen beiden Vocallinien durch l $(= p'' - p')$ bezeichnet und das relative Interstitium der Platte durch ε sich ergibt

$$(17) \qquad h = t \cdot \frac{\sin(e - r)}{\sin r} \cot e = \varepsilon \cdot \cos e$$

(18) $$k = t \cdot \frac{\sin(e-r)}{\sin r} = \varepsilon \cdot \sin e$$

(19) $$l = \frac{t}{n \cos r}\left(1 - \frac{\cos e^2}{\cos r^2}\right) = t\left(n - \frac{1}{n}\right)\frac{\tan r^2}{\cos r},$$

dass also die Versetzung $PP'' = \varepsilon$, gleich dem relativen Interstitium, gerichtet normal zur Platte im Sinne des durchgehenden Lichts, dass die Strecke l (da n hier stets > 1) positiv, somit die longitudinale Versetzung von P' oder $h + l$ grösser als die longitudinale Versetzung von P'' ist, und dass endlich diese Grössen von p d. h. von der Entfernung des Objectpunctes von der Platte unabhängig sind, vielmehr nur von t, n und e abhängen.

Die letzterwähnte Unabhängigkeit der durch die Platte bewirkten dioptrischen Versetzung von dem Orte, wo wir dieselbe dem von dem reellen Objectpunct P aus divergirenden Strahlenkegel in den Weg stellen mögen, könnte die besondere Betrachtung auch des Falles eines convergenten durch die Platte gehenden Lichtbündels überflüssig machen. Gleichwohl sei dieser Fall, weil er für die Anwendung in dioptrischen und katoptrischen Vorrichtungen mindestens von gleichem Interesse sein dürfte wie der vorige, noch besonders erörtert.

Stellen wir (Fig. 10) eine Parallelplatte $ABA'B'$ von der Dicke t und dem Index n einem von L nach dem virtuellen Objectpuncte P convergirenden Strahlenkegel unter der Incidenz e in den Weg, bezeichnen für die erste Brechung bei C die Entfernung CP durch p, CQ' durch q', CQ'' durch q'', wo Q' das primäre, Q'' das secundäre Anacentrum in Folge des Eintritts bei C bedeutet, und ebenso für die zweite Brechung bei D, wo durch Strahlen in der Primärebene aus Q' das erste Anacentrum in P', durch Strahlen in der Secundärebene aus Q'' das zweite Anacentrum in P'' hervorgeht, DP' durch p, DP'' durch p'', so führt uns die frühere Betrachtung der Brechung an Einer Ebene, auf den jetzigen Fall angewendet, wo P sowie Q' und Q'' im zweiten Mittel liegen, und somit p, q', q'' als negativ zu betrachten sind, auf

$$-q' = -np\frac{\cos r^2}{\cos e^2}$$

$$-q'' = -np$$

und die Betrachtung der zweiten Brechung bei D unter Berücksichtigung von $CD = t \cdot \sec r$ auf

$$-p' = -\frac{1}{n}(q' - t\sec r)\frac{\cos e^2}{\cos r^2}$$

$$-p'' = -\frac{1}{n}(q'' - t\,.\,\sec r)$$

oder auf

$$-p' = -p + \frac{t}{n}\cdot\frac{\cos e^2}{\cos r^3}$$

$$-p'' = -p + \frac{t}{n\cos r}$$

welche gleichlauten mit (15) und (16) bis auf die Zeichen von p, p', p'', da jetzt die Puncte P, P', P'' auf der Seite des austretenden Lichtes liegen, während sie im vorigen Fall auf der Seite des eintretenden Lichtes gelegt waren.

Auch hier ist die Versetzung $PP'' = \varepsilon$, gerichtet normal zur Platte und im Sinne des von C nach D durchgehenden Lichts. Bezeichnen wir wiederum HP'' durch h, PH durch k, $P''P'$ durch l, so finden sich für h, k, l auch hier die in (17), (18), (19) aufgeführten Werthe.

Kehren wir die Figur 10 in ihrer Ebene um 180° um und fassen dann ihren Zusammenhang mit Figur 9 ins Auge. Dort wie hier verläuft jetzt das Licht von oben nach unten und kann als convergenter Strahlenkegel oberhalb P (der auf den Kopf gestellten Figur 10), als divergenter Strahlenkegel unterhalb P (der Figur 9) betrachtet werden. Vereinigt man beide Figuren in eine, so dass beide Puncte P coincidiren und die Richtungen CP der Figur 10 und PC der Figur 9 in Eine gerade Linie fallen, und setzt in der ganzen Figur t, n und e als gleich voraus, so muss offenbar auch Coincidenz in den Puncten P' und P'' eintreten, während dem ganzen kegelförmigen Strahlenbündel, dessen Vereinigungspunct in P liegt, einmal die Platte auf der divergenten Seite unterhalb P, das anderemal auf der convergenten Seite oberhalb P, hier wie dort in gleicher Lage in den Weg gestellt erscheint, die Versetzungen PP' und PP'' so wie ihre longitudinalen und lateralen Theile h, k, l bleiben in beiden Fällen dieselben. Man dürfte die Platte parallel mit sich selbst aus der ersten allmälig in die zweite Stellung rücken, wobei auch der Uebergangsfall eintreten würde, dass der Concurrenzpunct innerhalb der Platte fiele, ihre dioptrische Wirkung hinsichtlich der Versetzung würde während dieses Vorganges unverändert dieselbe sein, wodurch abermals die Unabhängigkeit dieser

Wirkung von dem Platze, den die Platte auf dem Wege des Strahlenkegels einnimmt, evident wird.

Trotz der Unabhängigkeit der Grössen h, k, l von dem Orte der Platte äussert indess dieser Ort einen obwohl geringen Einfluss auf die Ausdehnung der Focallinien, den Ort und die Grösse des kleinsten Abweichungskreises.

Während in den beiden betrachteten Fällen, nämlich eines divergenten in die Platte einfallenden Strahlenkegels die positive Strecke l von dem zweiten Anacentrum P'' zum ersten P' im Sinne der Lichtbewegung führt, wird, was die Lage dieser Puncte zur Platte in beiden Fällen betrifft, bei dem divergenten Strahlenbündel (Fig. 9) das erste Anacentrum P', bei dem convergenten Bündel (Fig. 10) das zweite P'' der Platte näher liegen, so dass also, wenn p die Entfernung des Objectpunctes von der Eintrittstelle C in die Platte bedeutet, p und l im ersten Falle mit ungleichen, im zweiten mit gleichen Zeichen erscheinen. Nehmen wir jetzt die Gestalt des einfallenden Strahlenkegels von kreisförmiger Basis an, deren Durchmesser bei C gleich u sei, ferner die Grösse der primären Focallinie bei P' gleich u', der zweiten bei P'' gleich u'' und den Durchmesser des zwischen P' und P'' befindlichen kleinsten Abweichungskreises $= u^0$, endlich die Distanz dieses kleinsten Abweichungskreises, dessen Ort durch P^0 bezeichnet sei, von P' und P'' bezw. gleich l' und l'', so ergibt eine leichte Ueberlegung an den in der Primär- und Secundärebene liegenden Längsschnitten des anacentrischen Strahlenbündels, wenn man noch zur Abkürzung $\frac{l}{p}$ mit λ und die angulare Oeffnung des Strahlenkegels $\frac{u}{p}$ mit φ bezeichnet, die folgenden Ausdrücke

$$u' = \varphi l, \qquad u'' = \varphi l \cdot \frac{1}{1 \mp \lambda}, \qquad \frac{u'}{u''} = 1 \mp \lambda,$$

$$l' = l \cdot \frac{1 \mp \lambda}{2 \mp \lambda}, \qquad l'' = l \cdot \frac{1}{2 \mp \lambda}, \qquad u^0 = \varphi l \cdot \frac{1}{2 \mp \lambda},$$

wo sich das obere Zeichen auf den Fall eines divergenten, das untere auf den eines convergenten Strahlenkegels bezieht. Diese Relationen, in welchen φ, λ, u', u'', u^0 meist nur kleine Grössen sind, zeigen, dass sich u' und u'', sowie l' und l'' desto mehr der Gleichheit nähern, dass u^0 desto näher der Hälfte von u' oder u'' kommen und P^0 desto näher der Mitte zwischen P'' und P' liegen wird, je kleiner λ oder je grösser p im Vergleich mit l ist.

Die im Bisherigen gegebene ausführliche Erörterung der anacentrischen durch eine Planparallelplatte verursachte Abweichung möge nun durch ein Paar numerische Beispiele vervollständigt werden.

1. Beispiel. Ein achromatisches Fernrohr sei in horizontaler Stellung auf einen in kurzer Distanz befindlichen leuchtenden Punct eingestellt. Als Object dient ein durch helles Tageslicht durchleuchteter feiner Nadelstich in einem schwarzen Schirm. Das Objectiv habe die Oeffnung von 81 Mm. Die Entfernung des Objects von dem Objectiv sei 6 Meter. Eine Wanne mit verticalen parallelen Glaswänden, gefüllt mit reinem Wasser, werde erst quer vor das Objectiv gestellt und darauf gleichsam um eine verticale Axe linksum so gedreht, dass die Normale der Glaswände, statt wie vorher nach dem Object, jetzt nach einem weit nach links gelegenen Punct des Horizonts gerichtet sei. Der Incidenzwinkel, der Betrag dieser Drehung, sei 60^0, die Dicke der Wanne (incl. Glaswände) sei 88 Mm. Es darf bemerkt werden, dass die Präcision bei der Verwirklichung eines solchen Versuchs in der Beschaffung einer solchen Wanne mit genau ebenen Glaswänden von etwa 1 Decimeter Höhe und $2^3/_4$ Decimeter Länge fast unüberwindliche Schwierigkeiten finden würde, und dass dieses Beispiel mehr als ein schematisches zu betrachten ist, in welchem Grössen, sonst nur von geringem Betrag, erheblichere Werthe annehmen.

Wir berechnen mit $e = 60^0$ nach (1) den Brechungswinkel mit $n = 1.334$ und finden $r = 40^0 28'8$. Das Interstitium s^0 (für senkrechten Durchgang ist nahe $^1/_4$ der Dicke t, nämlich $= 22.033$ Mm., das relative Interstitium aber (für $e = 60^0$) finden wir aus (12) $s = 44.367$. Aus (17) und (18) finden wir nun die durch die Platte bewirkte Versetzung, nämlich $h = 22.318$ Mm. und $k = 38.567$ Mm., so dass also das secundäre (durch eine vor das Objectiv gebrachte verticale Spaltöffnung als scharfes, abweichungsfreies Bild auftretende) Anacentrum um h genähert, um k nach rechts gerückt erscheint. Aus (19) finden wir $l = 49.251$ Mm., um so viel liegt das primäre Anacentrum (durch eine horizontale Spaltöffnung scharf gesehen) diesseits des secundären. Die laterale Versetzung k würde sich, sei es durch messbare Winkeldrehung des Instruments, sei es durch ein Ocularmikrometer, bestimmen und verificiren lassen. Nicht so in Betreff von h und l. Das Fernrohrobjectiv habe eine Brennweite von 975 Mm. (3 Fuss), dann würde die Versetzung h nur 0.84 Mm. und l nur

0.89 Mm. Verstellung des Oculars veranlassen, welche Grössen versuchsweise zu ermitteln, um aus ihnen h und l abzuleiten, so gut wie unthunlich sein würde. Genug, dass der scharfen Rechnung zufolge, wenn das anfänglich auf den Lichtpunct scharf eingestellte Ocular nunmehr um 0.84 Mm. ausgezogen wird, das Bild sich als eine kleine scharfe horizontale Lichtlinie (zweites Anacentrum) und nach weiterem Auszug um 0.89 Mm. als kleine horizontale Lichtlinie (erstes Anacentrum) darstellen würde. So weit ist das Ergebniss unabhängig von dem Platze, den die Wanne zwischen dem Lichtpunct und dem Objectiv einnimmt. Die Wanne stehe ganz nah vor dem Objectiv, nämlich mit der Mitte ihrer rectangulären Basis 14 Centimeter vor dem Objectiv und 2 Centimeter ($\frac{1}{2}k$) links von der Fernrohraxe, so dass der Einfallspunkt des Axenstrahls rund 20 Centimeter vor dem Objectiv liegt. Zur Bestimmung von φ ist die Objectivöffnung $u = 81$ Mm. zu dividiren durch 5978, indem das Objectiv von dem Objectpunct aus gesehen um 22 Mm. angenähert erscheinen würde. Es findet sich $\varphi = 0.01355$ ($= 46'58''$), somit aus (20) $u' = \varphi l = 0.667$ Mm. Zur Bestimmung von λ ist $p = 5800$, also $\lambda = \dfrac{l}{p} = 0{,}00849$ und $1 - \lambda = 0{,}99151$, woraus $u'' = 0{,}573$ Mm. Ferner finden wir $l' = 24.52$, $l'' = 24{,}73$ Mm. und $u^0 = 0.335$ Mm. Die Focallinien sind also $\frac{2}{3}$ Millimeter lang, der Durchmesser des kleinsten Abweichungskreises $\frac{1}{3}$ Mm. Daneben ist in Millimetern $u'' - u' = 0.006$, $\frac{1}{2}(l'' - l) = 0.105$ und $u^0 - \frac{1}{4}(u'' + u') = 0.00005$. Steht dagegen die Wasserwanne in der Nähe des Objects unter gleicher Incidenz von 60^0, so dass $p = 30$ Centimeter, so würde man aus (20), wobei φ denselben Werth 0.01355 behielte, finden: $u' = 0.667$ — ebenso gross wie vorher —, und da jetzt $\lambda = 0.07439$, $1 - \lambda = 0.9256$ und $2 - \lambda = 1.9256$, $u'' = 0.783$ Mm. sowie $l' = 23.674$, $l'' = 25.577$ und $u^0 = 0.377$ Mm., während das halbe Mittel von u' und u'' gleich 0.363 Mm. ist. Durch einen Platzwechsel der Wasserschicht um $5\frac{1}{2}$ Meter aus der Nähe des Objectivs in die Nähe des Objects ist also nur die secundäre Focallinie um 0.058 Mm. und der kleinste Abweichungskreis um 0.013 Mm. grösser geworden und letzterer, anfänglich 0.096 Mm. diesseits der Mitte zwischen beiden Focallinien gelegen, um weitere 0.85 Mm. diesseits gerückt. Die kleinen Verstellungen des Oculars würden die beiden Focallinien wahrnehmbar machen, welche unter Voraussetzung einer 40maligen Vergrösserung des Fernrohrs etwa erscheinen würden wie

dem blossen Auge der halbe Monddurchmesser. Die schärfste Einstellung auf den kleinsten Abweichungskreis würde ein Lichtscheibchen gewähren von etwa 9maligem Durchmesser des Jupiters zur Zeit seiner Opposition, oder etwa $\frac{3}{4}$ der Distanz des bekannten kleinen Sterns Alkor von seinem grösseren Nachbar ζ (Mizar) des grossen Bären. Bringen wir endlich unser Auge an die Stelle des Fernrohrobjects, so werden die angegebenen Grössen in den Phasen der durch die 88 Mm. dicke Wasserchicht und Durchgangsschiefe von 60° verursachten Anacentricität nicht etwa blos 40mal kleiner, sondern, sofern die Pupille fast nur einen 25mal kleineren Durchmesser hat, etwa 1000mal geringer, d. h. durchaus unmerklich ausfallen. Dies Beispiel gibt aber auf palpable Weise kund, wie gering selbst unter Anwendung gewissermassen heroischer Mittel die in Rede stehende Aberration ausfällt.

2. Beispiel. In den Tubus eines Microscops bringt man eine Planparallelplatte in der Neigung von 45 Grad oder, was abgesehen von der die Homocentricität nicht afficirenden Reflexion dasselbe ist, ein rechtwinkliges Reflexionsprisma unter dem Richtungswinkel Null. Die Dicke der Platte sei 32 Mm., oder die Basislänge des Prismas 45.25 Mm., der Brechungsindex 1.515. Die Apertur des Lichtkegels, welche im vorigen Beispiel kaum $\frac{1}{75}$ war, nehmen wir hier möglichst gross und setzen dessen Breite beim Austritt aus der letzten Objectivlinse = 9 Mm., seine Länge = 180 Mm., also $\varphi = \frac{1}{20}$ (= 2°75'). Bei mittleren und starken Objectiven ist die Austrittsöffnung und somit φ erheblich geringer, $\frac{1}{25}$ bis $\frac{1}{40}$ wie namentlich bei älteren französischen Microscopen. Bestimmen wir jetzt die anacentrischen Elemente, so finden wir für $e = 45^0$, $r = 27^0 49'4$ und hieraus mittelst (12) in Millim. s = 15,113, sowie mittelst (17), (18), (19) h = 10,686, k = 10.686, l = 8.615. Wir verlängern das Rohr am Ocularauszug um die longitudinale Versetzung von 10.686 Mm., wodurch die angulare Apertur von 2°57' des convergenten Lichtkegels conservirt bleibt. Der lateralen Versetzung k im Falle der Platte muss eine gleichgrosse seitliche Verschiebung des Oculars entsprechen; bei dem Prisma wird dieselbe compensirt. Das Ocular zeigt jetzt — die Wahrnehmbarkeit vorausgesetzt — die secundäre Focallinie in der Richtung des Hauptschnitts von Platte oder Prisma und, wenn um 8.616 Mm. ausgezogen, die primäre Focallinie in 90° davon verschiedener Richtung. Nahe mitten zwischen beiden Ocularstellungen erscheint das Bild in kleinster anacentrischer Abweichung. Ohne Ocular-

verschiebung in der beim Microscop gewohnten Verstellung des Objects gegen das Objectiv oder des ganzen Rohrs gegen das feste Object wird der anacentrische Ausschlag statt 8.6 Mm. je nach der Brennweite des Objectivs einen verschiedenen aber sehr viel kleineren Betrag geben. Um ihn relativ gross zu erhalten, nehmen wir ein schwaches Objectiv von der Brennweite 18 Mm. an, setzen dessen zweiten Brennpunct ganz nahe an der letzten Fläche liegend und finden die mittelst der feinen Einstellung des Instruments zu durchlaufende Strecke = 0.043, deren Hälfte etwa auf das Bild kleinster Abweichung führen würde. Bis dahin ist der Platz, den wir im Raume zwischen Objectiv und Ocular der Platte oder dem Prisma anweisen, irrelevant. Zur scharfen Bestimmung der Anacentricitäts-Phasen aber nehmen wir jetzt an, die Mitte der Platte oder des Prismas liege auf der halben Höhe des Lichtkegels, genauer 90 Mm. $+ \frac{1}{2}h = 95$ Mm. von dem longitudinal um h versetzten secundären Anacentrum entfernt, dann ist die Länge des anacentrischen Strahlenbündels von dem Austritt aus Platte oder Prisma bis zum secundären Anacentrum = 90 Mm., als $\lambda = 0.095726$, $1 + \lambda = 1.095726$. Hieraus erhalten wir in Millimetern

$$l' = 4.504, \qquad l'' = 4.111$$
$$u' = 0.00580, \qquad u'' = 0.00530$$
$$u^0 = 0.00277$$

wobei $\frac{1}{2}(l' + l'') = 4.3075$, kaum um 0.2 Mm. (0.1965) von l' und l'' verschieden und $\frac{1}{4}(u' + u'') = 0.00277$, bis zur 5. Decimale des Millimeters mit u^0 übereinstimmend. — Anacentrische Phasen von 3 bis 5 oder 6 Mikra (Tausendtel des Millimeters), welche selbst durch die stärksten Oculare unerkennbar sind, werden durch die bei den besten Microscopen unbeseitigten Reste der sphärischen Aberration, ja schon durch ganz geringe Grade von Astigmatismus des Auges vollkommen maskirt. In der That konnte bei Versuchen dieser Art mit einem vorzüglichen Winkel'schen Microscop selbst Herrn Winkel's sehr geübtes Auge an einem geeigneten Object (Lepisma saccharinum und Pleurosigma angulatum) keinen anacentrischen Einfluss auf die Definition erkennen. Wir erinnern noch ausdrücklich, dass bei dieser Frage nur die Ocularvergrösserung und die Breite des Strahlenkegels beim Austritt aus dem Objectiv, nicht aber die Stärke oder die Kürze der Brennweite des letzteren massgebend ist und somit die Wahl eines schwächeren gut corrigirten Objectivs mit möglichst vollkommener De-

finition sowohl wegen der grösseren Linearöffnung der letzten Linse als wegen des unerheblichen Einflusses des Deckglases indicirt ist.

Diese Beispiele, welche sich leicht noch durch andere nicht minder instructive vermehren liessen, genügen zur Begründung der Ansicht, dass die aus schiefer Incidenz bei dem Reflexionsprisma erwachsende Beeinträchtigung des Aplanatismus in den meisten wirklichen Vorkommnissen als unerheblich oder unmerklich zu betrachten sind und dass die Scheu, welche Künstler in derartigen Fällen gegen andern als senkrechten Durchgang durch die Flanken des Reflexionsprismas zu hegen pflegen, zwar theoretisch motivirt, in der Praxis aber als eine so gut wie belanglose Mikrologie angesehen werden darf.[1])

Nachdem wir im Bisherigen an der Planparallelplatte den anacentrischen Einfluss auf das durchtretende homocentrische divergente oder convergente Licht mit derjenigen Ausführlichkeit, welche der Gegenstand zu verdienen scheint, erörtert und dadurch die genaue Einsicht in den dioptrischen Theil der Leistung des Reflexionsprismas gewonnen haben, mag nun noch in Kürze seine katadioptrische Wirkung auch im Falle eines in beliebiger Entfernung befindlichen reellen oder virtuellen Objectpunctes untersucht werden. Diese katadioptrische Wirkung ist offenbar die Combination einer Reflexion an einem in der Basisebene befindlichen Planspiegel, wo für die Incidenz der oben ausführlich besprochene Umfang $\theta' - \theta^0$ freisteht, mit der zweimaligen Refraction an einer Planparallelplatte von gleichem Index n und der

1) Eine ebenso willkommene als in der fraglichen Beziehung interessante von J. W. Stephenson in London neuerdings getroffene Einrichtung des binocularen Microscops mit aufrechtem Doppelbilde enthält drei Reflexionsprismen zwischen Objectiv und beiden Ocularen. Zwei derselben, rechtwinklig und abgestumpft, mit ihren Basisflächen gegen einander gekehrt, theilen den aus dem Objectiv austretenden Strahlencomplex gleichmässig und pervertiren zugleich jeden für je ein Auge bestimmten Theil in der Dimension der Breite. Der Richtungswinkel ist 2 Grad, wodurch eine Binocularparallaxe von 8 Grad erzielt wird, welche bei der Wenham'schen Einrichtung (ohne aufrechte Bilder) minder bequem 12 Grad zu sein pflegt. Die Incidenz ist also $e = 43^0$. Das dritte Prisma vom Winkel 75^0, mit seinem Hauptschnitt senkrecht zu den Hauptschnitten der beiden andern, pervertirt die beiden Lichthälften in der Dimension der Höhe, unter senkrechter Incidenz, somit unter dem Richtungswinkel $37^1/_2$ Grad, so dass bei verticaler Objectivaxe und horizontalem Tisch die Augenaxen des Beobachters unter 15^0 Neigung gegen den Horizont abwärts gerichtet sind. („On an erecting binocular Microscope" — read before the Roy. Micr. Soc. Jun. 8. 1870 — Monthly Microscopical Journal, Vol. IV. p. 62.)



Dicke $t = a \cdot \cos \alpha$. Einem gegebenen Objectpunct P entspreche das von der als Planspiegel wirkenden Basis reflectirte Bild Q. Dem durch die Platte gesehenen Objectpunct Q entspreche das secundäre Anacentrum Q''. Für einen mittleren Strahl des durchgehenden Strahlenkegels, welcher auf der Mitte (R in Fig. 2 und 6) der Basis seine Reflexion erfährt, und dem Richtungswinkel θ entsprechen mag, findet man die Incidenz $e = \alpha - \theta$ und daraus mittelst (1) den Brechungswinkel r. Nun findet sich das zu e gehörige Interstitium aus (12):

$$\varepsilon = a \cdot \cos \alpha \left(1 - \frac{\tan r}{\tan e}\right)$$

und hieraus die beiden ersten Theile der dioptrischen Versetzung $h = \varepsilon \cdot \cos e$, $k = \varepsilon \cdot \sin e$. Legt man den Platz von P durch die rechtwinkligen Coordinaten x und y fest, wobei x in der Richtung der Basis von R, ihrer Mitte, positiv sei nach der Seite der Eintrittsflanke, y positiv auf der Seite der Kante C. Dann hat Q die Coordinaten x und $-y$ und Q'' die Coordinaten $x - \varepsilon \cos \alpha$ und $-y + \varepsilon \sin \alpha$. Setzen wir nun das Bild von P in die Mitte zwischen beide Anacentra, was in allen Vorkommnissen nach dem Vorherigen hinreichend genau ist so liegt, wenn wir das primäre Anacentrum von Q durch Q' bezeichnet und Q^0 in der Mitte zwischen Q' und Q'' angenommen wird, das durch das Prisma gesehene Bild in Q^0, dessen Coordinaten sind, wenn l aus (19) entnommen wird,

$$\begin{aligned} &x - \varepsilon \cos \alpha - \tfrac{1}{2} l \cos \theta \\ &-y + \varepsilon \sin \alpha + \tfrac{1}{2} l \sin \theta \end{aligned}$$

wodurch der Platz des Bildes gegen das Prisma festgelegt ist.

Diese Ortsbestimmung des Bildes für ein in endlicher Entfernung liegendes reelles oder virtuelles Object, welcher sich noch verschiedene andere Formen geben liessen, zeigt, dass der Zusammenhang zwischen Bild und Object in diesem Falle nicht mehr streng durch den lediglich katoptrischen Vorgang darstellbar ist. Die einfachste Auffassungsweise der katadioptrischen Wirkung des Reflexionsprismas bleibt vielmehr die, dass wir mittelst desselben das plankatoptrische Bild durch die vicarirende Platte von der Dicke $a \cdot \cos \alpha$ unter dem Incidenzwinkel $\alpha - \theta$ betrachten, und dass somit die wesentliche mit der Perversion verbundene katoptrische Versetzung modificirt wird durch die accessorische dioptrische Versetzung lateral um k, longitudinal zum primären

Anacentrum um $h + l$, zum secundären Anacentrum um h und zum Bilde kleinster Abweichung um

$$h + \frac{l}{2 + \lambda}$$

wofür in den meisten Fällen mit ausreichender Genauigkeit $h + \frac{1}{2}l$ gesetzt werden darf. Die obigen Ausdrücke (12), (17), (18), (19) enthalten die Vorschriften zur Berechnung der eben erwähnten Grössen h, k, l aus den gegebenen a, α, n und ϑ. Der in irgend einer Form festgelegte Platz des gegebenen Objects wird erforderlich, sobald auf die kleine Grösse λ, welche im Fall eines virtuellen Bildes negativ zu nehmen ist, Rücksicht genommen werden soll; und zur Bestimmung der Grösse des kleinsten Abweichungskreises

$$\varphi \frac{l}{2 + \lambda}$$

wofür wiederum $\frac{1}{2}\varphi l$ gesetzt werden kann, bedarf es noch der in Theilen des Radius ausgedrückten Angularapertur φ des durchgehenden Lichtkegels.

Apparat für den freien Fall, ein Nebenapparat zu Beetz's Vibrations-Chronoscop.[1])

Von

M. Th. Edelmann,

Assistent für Physik am Polytechn. München und Mechaniker.

(Hiezu Tafel XXIII und XXIV.)

Ein oft wiederholtes Experiment ist die Bestimmung der Zeit, welche ein Körper braucht, um durch einen freien Fall von der Ruhelage aus einen gemessenen Weg zu durchlaufen; indessen haben diese Versuche nie einen sehr hohen Grad von Genauigkeit gehabt. Es lag dies meines Erachtens nicht an dem Mangel von Hilfsmitteln, welche die kleinsten Bruchtheile von Secunden zu bestimmen gestatten: leistet doch das Chronoscop von Hipp[2]) hierin schon ziemlich viel, und werden noch dazu dessen Leistungen, welche durch einige in der Construction liegende Mängel[3]) herabgedrückt werden, bei weitem übertroffen von denjenigen der Vibrationschronoscope von Beetz[4]) und J. Müller.[5]) Es war vielmehr an den ungenügenden Resultaten der Mangel eines Instrumentes schuld, das zu Anfang und Ende des Falles fehlerfrei die Abgabe der Zeitmarken bewerkstelligte.

Ich habe versucht, das eben angedeutete bei der Construction meines Fallapparates insoweit sicher zu stellen, dass Fehler trotz der Empfindlichkeit des Beetz'schen Vibrationschronoscops (genau auf 0,0002 Secunden) nicht mehr in Betracht kommen können.

---

1) In neuerer Zeit sind in meiner Werkstätte Exemplare einiger neuer Apparate angefertigt worden, welche schon mehrfache Verbreitung gefunden haben, so dass ich aufgefordert wurde, deren Einrichtung etc. zu veröffentlichen, welcher Aufgabe ich mich hiemit unterziehe.

2) Pogg. Ann. LXXIV, 589.

3) Mousson Lehrb. d. Phys. III. 466. — Beetz Pogg. Ann. CV, 534.

4) Pogg. Ann. CXXXV, 126.

5) J. Müller, Lehrb. d. Phys. 7. Aufl. II, 519. Pogg. Ann. CXXXVI, 151.

Im Laufe dieser Abhandlung werde ich vorerst die instrumentellen Mittel und deren Anwendung beschreiben, sodann eine Probe der erhaltenen Resultate mittheilen.

I. Das Chronoscop von Beetz.

Dieses Instrument ist in seinen Grundzügen schon in Pogg. Ann. Bd. CXXXV, 126 beschrieben[1]); auch finden sich darüber Angaben im Tageblatt der 43. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte, p. 61.

Indessen hat dasselbe im Laufe der Zeit eine veränderte Form erhalten, welche ich mit der gütigen Erlaubniss meines hochgeehrten Lehrers und Vorstandes, Herrn Prof. Dr. Beetz, hiemit beschreibe.

Zugleich auf zwei gusseiserne Füsse sind das Brett *A* (Fig. 1 Tafel XXIII) und das Schmiedeeisen-Prisma *B* festgeschraubt; letzteres dient als Bahn für den Schlitten *C*, der mit zweien Lappen das Prisma umfasst. Dadurch beschreibt jeder Punct, der mit dem Schlitten in Verbindung steht, eine gerade Linie, wenn der Schlitten mit der Hand über das Prisma hingeführt wird. — Auf der oberen Fläche des Schlittens sitzen zwei hackenförmige Lager *DD* für eine stählerne Axe *E*, auf welche am vorstehenden Ende die Stimmgabel *F* und etwa in der Mitte ein Gusseisenstück *G* festgeschraubt ist, dessen Zweck und Einrichtung ich durch Fig. 2 darzustellen gesucht habe. Demnach besteht dasselbe aus einem die Axe *E* umfassenden Ring, welchen die Schraube *f* mit der Axe verbindet. An diesen Ring sind zwei Lappen angegossen, welche die Schrauben *g* und *h* und die Feder *i* aufnehmen; *g*, *h* und *i* bestimmen dadurch, dass sie auf der oberen Fläche des Schlittens ihre Stützpuncte finden, den Grad der Drehung der Axe *E* und damit die Lage der Schreibspitze *J* der Stimmgabel gegen die auf dem Brette *A* liegende Schreibfläche. Wird nämlich *h* in die Höhe geschraubt, so dreht die gespannte Feder *i* die Axe *E*; die Schreibspitze geht von der Schreibfläche hinweg; beim Anziehen von *h* bestimmt das Anliegen von Schraube *g* auf dem Schlitten jedesmal den gleichen Druck des Federchens *J* gegen die Schreibfläche. Diese Einrichtung hat also den Zweck:

1) Beim Schreiben selbst, das heisst beim Gleiten des Schlittens entlang des Prismas die Feder der Stimmgabel sicher und leicht auf der Schreibfläche zu führen.

1) Cf. Repertorium IV. p. 406. D. Red.

2) Beim Zurückführen des Schlittens durch Lösen von h die Schreibspitze von der Schreibfläche entfernen, und umgekehrt, durch Anziehen von h, bis g wieder aufsitzt, die Schreibspitze immer wieder so wie vorher gegen die Schreibfläche andrücken zu können.

3) Wird h gelöst, so dreht sich, wie vorhin schon bemerkt, das Gusseisenstück G, Schraube g hebt sich von der Auflage, Axe E wird jetzt nur mehr durch die Feder i, während h aufsitzt, gegen die Lager DD gedrückt und ist nunmehr in ihrer Längsrichtung in diesen Lagern DD beliebig verschiebbar, so dass die Schreibspitze einer noch unbeschriebenen Strecke der Schreibfläche zugeführt werden kann.

Die Schreibfläche ist ein rechteckiges Stück ebenen Weissbleches (verzinnten Eisenblechs), welches vor dem Gebrauche mit Collodium, das durch Alkanna tief roth gefärbt wurde, überzogen wird. Dies kann entweder durch gleichmässiges Auftragen desselben mit einem breiten Pinsel geschehen, oder besser auf jene Art von Uebergiessen, welche die Photographen zum Ueberziehen der Glasplatten mit Collodium in Gebrauch haben. Ist die Collodiumschicht vollkommen trocken geworden, so wird die Fläche über einer Terpentinölflamme leicht berusst und dann auf das Brett des Chronoscops mit einigen Klammern befestigt.

Sollen nun mit dem soweit vorbereiteten Instrumente Untersuchungen gemacht werden, so werden die Schrauben g und h mit dem Schlüssel Fig. 3 so gegenseitig gestellt, dass beide auf der Oberfläche des Schlittens anstehen und zugleich die Schreibspitze der Stimmgabel leise auf das bewusste Blech drückt; ist dies erreicht, so bleibt von nun an g unberührt, und wird nur durch Auf- oder Niederschrauben von h die Berührung der Schreibspitze mit der Schreibfläche aufgehoben oder hergestellt. Nun werden die Zinken der Stimmgabel durch Zusammendrücken zwischen Daumen und Zeigefinger sich genähert und die Klammer X (Fig. 4) darüber gesteckt; reisst man diese Klammer rasch ab, so tönt die Stimmgabel, und wenn durch gleichmässiges Bewegen des Schlittens mit der Hand die Stimmgabel nicht allzu schnell über das Blech hinweggeführt wird, so schreibt die Spitze in den Russ eine rothe Sinuslinie (die rothe Firnissschicht wird von der Spitze nicht angegriffen.)

Die Markirung der Zeitmomente auf der Linie geschicht dadurch, dass man während des Schreibens der Stimmgabel zwischen Schreibspitze und Blech electrische Funken überspringen lässt. Diese erzeugen auf der rothen Linie da, wo sie die isolirende Firnissschicht durch-

brechen, äussert feine weisse Puncte, welche durch den kleinen sie umgebenden Hof im Russe ziemlich leicht zu finden sind, und durch ihre Kleinheit und Schärfe ein genaues Ablesen der Anzahl zwischen ihnen liegender Schwingungen (selbst bei kleinsten Elongationen und Wellenlängen) bis auf $^1/_{10}$ Schwingung gestatten. Dabei versteht sich von selbst, dass nur solche Funkenspuren zu Zeitablesungen zu gebrauchen sind, welche genau auf der rothen Linie liegen. Kommt ein Abgehen der Funkenspuren von der Schrift der Stimmgabel öfters vor, so ist die Firnissschicht rissig, die Schreibfläche nicht mehr zu gebrauchen und mit einer neuen Collodiumschicht zu überziehen. — Zu bemerken ist noch, dass die nämliche Firnissschichte sehr oft zu benützen ist, wenn man den Russ immer nur mit einem weichen Baumwolltuche abwischt und beim Berussen darauf achtet, dass das Blech nicht über handwarm werde.

II. Die Contactvorrichtung.

Um sofort nach dem Abziehen der Stimmgabel jene Erscheinung einzuleiten, deren Zeitdauer bestimmt werden soll, habe ich eine Contactvorrichtung construirt, welche durch Figuren 5 und 6 abgebildet ist.

Durch Schraube *A* wird auf das Prisma *B* des Chronoscops ein Gusseisenstück *C* festgeschraubt, welches die von ihm isolirten Klemmschrauben *D* und *E*, sowie die mit ihm leitend verbundene *F* aufnimmt. Ferner trägt es noch das Lager $G_1\,G_2$, welches der Stange *H* Führung gibt. Diese Stange *H*, deren Lage durch die Spiralfeder *J* gehalten wird, trägt das Contactstück *K*, welches eine Leitung von *K* nach *D* ermöglicht, oder eine solche, wenn *H* zurückgeschoben wird, von *K* nach *L*, durch Feder *M* nach *E*; die weitere Leitung von *K* ist durch das Metall der ganzen Vorrichtung nach *F*.

Vor dem Abziehen der Stimmgabel ,wird der Schlitten des Chronoscopes, welcher den die Stange *H* berührenden Winkel *P* (Fig. 2) trägt, möglichst nahe an den Contact hergeschoben. Dadurch tritt die Stange *H* unter Zusammendrücken der Spiralfeder *J* so weit zurück, dass man in das vor G_1 austretende Loch *a* der Stange *H* ein Stiftchen hineinstecken kann, welches *H* arretirt. Soll nun ein Versuch gemacht werden, so wird das Stiftchen aus dem Loche *a* entfernt, die Klammer *X* (Fig. 4) von der Stimmgabel abgerissen, und der Schlitten des Chronoscopes abgezogen. Sowie sich der Winkel *P* von der Contactvorrichtung entfernt, geht die Stange *H* wegen der Spannung der

Spiralfeder zurück und K vermittelt den Gang electrischer Ströme und zwar

1) Wenn das Kügelchen L in der Lage von L auf der Feder M sitzt, die Oeffnung eines Stromes $FCG_1H\ KL\ ME$.

2) Wenn das Kügelchen in L ist, einen momentanen Schluss des Stromes $FCG_1HKL\ ME$; oder

3) Nach Berührung von K mit D den dauernden Stromschluss $FCG_1H\ KD$.

Durch diese Verschiedenheit der Verwendung des Contactes ist es möglich, jede beliebige Erscheinung, deren Zeitdauer einer genaueren Messung unterworfen werden soll, automatisch durch galvanische Ströme einzuleiten.

III. Der Fallapparat. (Fig. 7, 8, 9. Tafel XXIV.)

In einem schweren Dreifuss R, dessen Lage durch Stellschrauben regulirt werden kann, ist ein mit einer Facette versehener 0,6 m langer Eisencylinder Z eingelassen. Derselbe trägt eine Hülse A, an deren Rand ein Stahlmagnet B festgeschraubt ist. Isolirt vom Stahlmagneten sind in diesen eine Klemmschraube C und die weichen Eisencylinder DD eingelassen, welche letzteren die Klemmschrauben $E_1 E_2$, die Drahtspiralen FF, sowie die schmiedeeisernen Halbanker GG tragen. Die Halbanker gehen, wie aus Fig. 8 (Schnitt) ersichtlich ist, nahe zusammen, und sind durch ein Hartgummistück H auseinandergehalten, welches genau in der Mitte durchbohrt ist, um beim Einrichten des Instrumentes die Schnur eines Senkels aufzunehmen. Die beiden Enden der Drahtspiralen stehen mit Klemmschraube C und dem Stahlmagneten (dadurch mit N) in leitender Verbindung.

Auf einem Hartgummistück, das zwischen Cylinder Z und Dreifuss sitzt, ist eine Feder P mit der Klemmschraube J befestigt, welche einen durch eine Kugelfläche begrenzten Aufsatz K aufnimmt und mit Schraube L und dem Winkel M einen Stromschluss von J nach N herstellt.

Durch die Stahlmagneten werden die Eisencylinder DD sammt den Halbankern DD inducirt, welche letzteren deshalb die Eisenkugel Q tragen; durch einen über die Magnetpole gelegten keilförmigen Anker S (Fig. 9) kann der Grad der Anziehung beliebig regulirt werden. Wird nun durch die Drahtspiralen FF ein Strom auf dem Wege $NRZABFC$ in solcher Richtung und Stärke geleitet, dass er den

vom Stahlmagnete inducirten Magnetismus der Halbanker GG aufhebt, so fällt die Kugel Q ab und öffnet einen Strom E_1DGQDE_2; diese Stromesöffnung wird in einem Ruhmkorff'schen Inductionsapparat (nach J. Müller in Freiburg) benützt, um einen Funken für die erste Marke im Chronoscope zu Beginn des Falles abzugeben. Die Kugel ist nun abgefallen und wird ihr Fall wegen der Nähe der Pole G zu einander und weil dieselben eine Zeit lang sogar unmagnetisch bleiben, nicht im geringsten beeinflusst. Nun fällt die Kugel auf R, welches vorher durch den Senkel genau senkrecht unter H gebracht wurde; die Feder P weicht sofort von L zurück und das dazwischentretende Elfenbeinstäbchen a hält den Contact dauernd geöffnet, wobei der Harzgummikopf b eine zu grosse Ausbiegung der Feder verhindert. Der Strom $NRMLPJ$ wurde geöffnet, und man erhält eine zweite Marke für das Ende des Falles. Dabei ist zu berücksichtigen, dass beide Male der nämliche Strom unterbrochen wird, was durch die Contactvorrichtung und eine Drahtverbindung, die weiter unten besprochen wird, zu erreichen ist.

Der Fallraum kann entweder durch das Kathetometer mit grosser Genauigkeit bestimmt werden, indem das Einstellen des Fadenkreuzes auf die Ränder der Kugelflächen Q und K, hauptsächlich wenn das Fernrohr des Kathetometers zwei Horizontalfäden hat, sehr leicht geschieht — oder auf folgende Art: Man schiebt die Hülse A so weit nieder, bis sich Q und K eben berühren; werden nun mit einer Reissnadel vom Rande der Hülse A aus in dieser und einer späteren Lage von A in den Cylinder Z Marken eingerissen, so gibt der mit einem Maassstabe zu messende Abstand beider Marken die Fallhöhe.

Zusammenstellung der Apparate zum Experimente.

Vor Allem ist es nöthig, die beiden zu den Versuchen nöthigen Batterien in solcher Stromstärke auszusuchen, dass die eine hinreicht, durch einen kurzen Schluss die Kugel abzuwerfen, und die andere mit einem Ruhmkorff'schen Inductor Funken von 3—4 ^{mm} Schlagweite erzeugt; das erste habe ich mit einem, die Funken mit zweien Grove'schen Elementen erreicht.

Alsdann werden folgende Drahtverbindungen hergestellt, wobei die Buchstabenbezeichnug der Klemmschrauben den beigegebenen Figuren entlehnt ist, und die ihnen angehängten Indices die Apparate, denen sie angehören, bezeichnen. $+B_1$, $-B_1$, $+B_2$, $-B_2$ seien die

Klemmschrauben der Batterien B_1 und B_2, R_1, R_2 die Klemmschrauben für die Inductorspirale des Ruhmkorff'schen Apparates. Es werden also durch Dräthe nach beiliegendem Stromlauf-Schema Fig. 10 verbunden:

$$+B_1 \ldots C_f;\ -B_1 \ldots E_c;\ -B_2 \ldots R_1;\ +B_2 \ldots E_{2f};\ +B_2 \ldots J_f;$$
$$E_{1f} \ldots R_2;\ N_f \ldots F_c;\ R_2 \ldots D_c$$

Endlich führt man die eine Drahtleitung von der Inductionsspirale des Ruhmkorff unter das Schreibeblech, die andere zu einem der Eisenfüsse des Chronographen. — Dadurch sind folgende Ströme möglich:

Fängt man den Schlitten des Beetz'schen Chronoscops zu bewegen an, so kommt durch den Rückgang des Stiftes H (Fig. 6) der Contact KL zu Stande und man hat den Strom

$$-B_1,\ EMLKHGF_c,\ NZABFC_f,\ +B_1$$

Die Kugel fällt ab und es öffnet sich der Strom

$$+B_2,\ E_2DGQGDE_{1f},\ R_2, R_1,\ -B_2.$$

In diesem Moment entsteht die erste Funkenspur auf der Stimmgabelcurve. Der Schlitten am Chronoscop wird indessen weiter gezogen, die Stange H (Fig. 6) tritt mit K noch mehr zurück, so dass der Contact KD eintritt; hiemit wird der Strom der Batterie B_2 nochmals geschlossen und verläuft in $+B_2\,JPLMRN_f$, $FGHKD_c$, R_2, R_1, $-B_2$.

Dieser Strom wird beim Auffallen der Kugel Q (Fig. 7) auf Feder P in L unterbrochen und es entsteht also jetzt die zweite Marke auf der Sinuslinie.

Resultate einer Untersuchung.[1]

Um die Schwingungszahl der Stimmgabel in der Secunde aufzufinden, wurde eine Mittlere-Zeit-Uhr[2]) benützt, welche den Inductorstrom des Ruhmkorff'schen Apparates zu unterbrechen hatte; bei

1) Ich theile hier aus einer Reihe von Versuchen, die theils im physicalischen Practicum in Beetz's Laboratorium von Practicanten ausgeführt, theils von mir vor der Ablieferung der vielen Apparate an auswärtige physicalische Cabinete angestellt wurden, und welche alle vollkommen stimmende Resultate gaben, nur diejenigen mit, welche ich am 26. und 27. Mai 1871 ausführte, und zwar mit einem Chronoscope, das dem hiesigen Cabinete angehört, und einem Fallapparate, der jetzt im Cabinete meines hochgeehrten Gönners, Herrn Prof. v. Waltenhofen, in Prag ist.

2) Dieselbe wurde vor drei Jahren in meiner Werkstätte für das hiesige Cabinet angefertigt und ist mit galvanischem Secunden- und Halbminutenschluss versehen.



sehr langsamem Ziehen der Stimmgabel wurden schöne, wenn auch sehr aufeinandergerückte Curven erhalten, auf denen je drei Secundenmarken waren, und dadurch erhalten:

No. des Versuchs.	Anzahl der zwischen den 3 Marken liegenden (ganzen) Schwingungen.	Hieraus Schwingungszahl pro Secunde.	Bemerkungen.
1)	—	—	Kann wegen zu kleiner Elongationen nicht abgelesen werden.
2)	509.7	254.85	Die Stimmgabel hat beinahe durchaus deutlich geschrieben.
3)	—	—	Funkenspur 3 ausserhalb der Schrift.
4)	—	—	Zu kleine Elongationen bei Funkenspur 3.
5)	509.9	254.95	Schreibspitze schwach angedrückt.
6)	507.9	253.95	Schreibspitze stark angedrückt.
8)	—	—	Letzte Funkenspur nicht mehr auf der Tafel.
9)	509.9	254.95	Sehr gleichmässig geschrieben; Schreibspitze schwach ausgedrückt.
10)	509.8	254.9	
11)	509.9	254.95	
12)	509.9	254.95	

Hieraus ergiebt sich, dass auch ein stärkeres Andrücken der Stimmgabel gegen die Schreibfläche eine Verzögerung von höchstens einer Schwingung pro Secunde hervorbringt, was indessen, wie durch 5), 9), 10), 11), 12) erwiesen, vermieden werden kann. Diese letzteren Versuche beweisen auch, dass die Schwingungszahl der Stimmgabel,[1]) deren Schreibspitze auf gleichem Drucke gegen die Schreibfläche erhalten wird, sehr constant ist.

Hierauf wurde im Fallapparate eine Höhe von 312.95^{mm} benützt, um zu untersuchen, ob das Abwerfen der Kugel etc. correct geschehe; die ersten 3 Fallversuche missglückten; weil zwischen D und K (Fig. 6) ein wenig Firniss bei der Anfertigung des Contactes gekommen war; der Firniss wurde weggenommen und dann in 5 weiteren Versuchen

---

1) Die Stimmgabeln lasse ich zu solchen Zwecken aus dem feinsten Werkzeugstahle, der aufzutreiben ist, und mit ziemlich massiven Zinken ohne Schmieden herausarbeiten.

4) 64.3,
5) 64.4,
6) 64.3,
7) 64.2,
8) 64.3 Schwingungen (Mittel 64.3).

zwischen den beiden Funkenspuren erhalten. Rechnet man für 312.95^{mm} die Zeit des freien Falles, so erhält man als dessen Dauer 0.2526 Secunden; so lange braucht also auch die Stimmgabel, um 64.3 Schwingungen zu machen. Rechnet man hieraus die Schwingungszahl für die Secunde, so erhält man 254.8 Schwingungen, was zu obigem Versuche mit der Uhr vollkommen stimmt und beweist, dass man mit diesem Fallapparat bei bekannter Beschleunigung durch die Schwere sehr genau die Schwingungszahlen von Stimmgabeln aufsuchen und umgekehrt aus genau bekannter Schwingungszahl der Gabel und nicht allzukleiner Fallhöhe die Beschleunigung durch die Schwere berechnen kann.

Hierauf wurde die Fallhöhe von 67.32^{mm} untersucht[1]) und für diese in 14 Versuchen folgende Anzahlen von Vibrationen zwischen beiden Marken erhalten:

1) 29.8,
2) 29.9,
3) 29.7,
4) letzte Funkenspur nicht zu finden,
5) 29.8,
6) 29.7,
7) 29.9,
8) 29.9,
9) 29.8,
10) 29.9,
11) zu kleine Wellen am Schlusse,
12) erste Funkenspur undeutlich,
13) 29.9,
14) 29.8.

1) Die kleinste Fallhöhe, die ich versuchte, war 18 Millim.; der Versuch gelang vollkommen. Bei noch kleinerer Fallhöhe konnte die Kugel den Contact der Feder *P* (Fig. 7) nicht dauernd öffnen.

Im Mittel 29.82 Schwingungen, also Fallzeit = 0.1169 Secunden. Berechnet man aus 67.32^{mm} die Fallzeit, so bekommt man sie = 0.1171 Secunden, was von vorstehendem nur um 0.0002 differirt.

Ich wollte zwar, durch die überraschend genauen Resultate veranlasst, eine bedeutendere Fallhöhe wegen Untersuchung über Luftreibung experimentiren, muss aber wegen Zeitmangels hierauf verzichten.

Zum Schlusse erlaube ich mir noch die Bemerkung, dass die beschriebenen Apparate in eleganter Ausführung aus der unter meiner Leitung stehenden Werkstätte: „Physical.-mechanisches Institut von M. Th. Edelmann, München" bezogen werden können; dass ein Fallapparat 60 fl., ein Beetz'sches Chronoscop mit Contactvorrichtung und genauer Angabe der Constanten 65 fl. kostet, und dass sich obenstehende Versuche sowohl zum Vorlesungsexperimente eignen, als auch hauptsächlich zur Bearbeitung im physicalischen Practicum wegen der mannigfach ineinandergreifenden Untersuchungen und daraus entspringenden vielseitigen Uebung im Experimentiren.

München, den 20. October 1871.

Beschreibung des grossen Aequatoreals der Sternwarte zu Greenwich.

von

G. B. Airy.

(Hiezu Tafel V bis XII.)

Fortsetzung von Seite 255.

Tafel XI.

Diese Tafel ist ganz gewidmet dem Mechanismus des durch Wasserdruck bewegten Uhrwerkes zum Drehen des Polarrahmens des Aequatoreals in der gleichen Richtung und mit derselben Wirbelgeschwindigkeit, mit welcher die scheinbare tägliche Bewegung des Himmels stattfindet. Die Figur 47 ist gezeichnet in einem Maassstabe von $^1/_{32}$, die Figuren 48, 48*, 49 in einem Maassstabe von $^1/_8$, alle die anderen Figuren in einem Maassstabe von $^1/_{16}$. Die Figuren 50 und 52* geben Grundrisse, alle anderen sind Aufrisse.

1 ist der südliche Pfeiler, derselbe wie 8 in den Figuren der Tafel V. In den Figuren 47, 51 und 54 ist 1 die östliche Fläche des Pfeilers, in den Figuren 50, 52, 53 ist 1 der Schnitt des Pfeilers.

2, 2 ist die am Pfeiler befestigte gusseiserne Platte, welche die ganze Maschine des Uhrwerkes trägt.

3 ist der obere Ansatz von 2, welcher die Pendelaufhängung trägt.

4 ist der untere Ansatz von 2, an welchem die Hauptbewegungsbestandtheile angebracht sind.

5 ist eine Brücke, die von 4 getragen wird und welche selbst wieder die Führung des grossen Zahnrades bildet. (Ueber 5 befindet sich ein hölzerner Boden, der in den Zeichnungen weggelassen ist).

6 ist ein Bogen, welcher die Führung des oberen Theiles der Achse der Reactionsmaschine bildet.

7 ist ein Bogen, der an seinem Scheitel das ringförmige Wassergefäss 54 trägt.

7* ist ein Querstück in der mittleren Höhe von 7. Der mittlere Theil von 7* ist ausgeschnitten, so dass es denselben Zweck erfüllt wie zwei Querstücke. Die unterste Fläche trägt die obere Führung der Achsen der Räder 31 und 32; der mittlere freie Raum trägt die obere und untere Führung des rotirenden oder oscillirenden Stückes 35 in Figur 52*, die im Grundrisse dargestellt ist; und die obere Fläche trägt die untere Führung von 45, welches die Achse des Rades 44 und des Schaufelmechanismus 46, 47, 50, 51, 52, 53 in Fig. 49 bildet.

8 ist der Theil der Wasserleitungsröhre, welche unmittelbar vom Hauptrohre der Wasserwerke zu Kent hergeleitet ist, und durch welche das Wasser fliesst, bevor es zum selbstregulirenden Hahn 42 kommt (diese Röhre entspricht im Allgemeinen 13 auf Tafel V).

8* ist der Theil der Röhre, durch welchen das Wasser geht, nachdem es den Hahn 42 verlassen hat.

9 ist ein mit 8 in Verbindung stehender Wasserstandszeiger, um den Druck des Wassers in der Zuleitungsröhre zu messen. Um das Uhrwerk in Gang zu setzen, ist ein Wasserdruck von nahe 60 Fuss erforderlich. Der Druck überschreitet aber manchmal 100 Fuss; allein das Uhrwerk regulirt sich sogleich darnach durch den Siemens'schen Uhrregulator, der weiter unten beschrieben wird.

10, 10, 10 sind Windkessel für experimentelle Zwecke, die mit verschiedenen Theilen des Wasserleitungsrohres communiciren.

11 ist der Haupthahn der Wasserleitungsröhre 8.

12 ist die Stange, welche vom Apparat der Fig. 51* herkommt (welcher der gleiche ist, wie 38, 39, 40 in den Figuren 24 und 24*), womit eine im oberen oder Aequatorealsaale befindliche Person den Hahn 11 und damit die Wasserleitung 8 öffnen und schliessen kann. Der Grundriss von 12 ist bei 25 auf Tafel V zu sehen.

12* ist ein Gewicht an dem Hahnhebel, das grösser ist, als es zum vollständigen Oeffnen des Hahnes erforderlich wäre. Durch die Einwirkung dieses Gewichtes wird die Stange 12 beständig gespannt erhalten.

13 ist ein Quadrant mit einer Eintheilung, an welcher die Person im Aequatorealsaale ersehen kann, ob der Hahn offen oder geschlossen ist.

14 ist die Curbel, womit diese Person den Hahn controlirt. Durch Vorwärtsdrehen wird 12 aufwärts gezogen und der Hahn ge-

schlossen: beim Rückwärtsdrehen fällt das Gewicht 12* und der Hahn wird geöffnet.

15 ist ein anderer Arm der Leitungsröhre, welche Theile dieser Röhre, die auf verschiedenen Seiten des Hahnes 11 gelegen sind, mit einander verbindet.

16 ist ein Hahn an 15, womit eine Person im unteren Saale die Wasserleitung öffnen und schliessen kann. Dieser Hahn wird zu Experimenten am Uhrwerke verwendet.

17 ist das Gehäuse der Reactionsmaschine.

18 ist die rotirende Reactionsmaschine selbst. Die in der Zeichnung dargestellte Maschine ist klein und wurde nur für Versuche gebraucht. Diejenige, welche nun aufgestellt ist und die einen sehr gleichförmigen Gang hat, ist so gross, dass sie fast an den verticalen Seiten von 17 ansteht. Ihr unterer Zapfen ist aus Guajakholz und dreht sich in einer Metallbüchse; der Zapfen und die Büchse sind durchbohrt, und das Wasser fliesst von 8* aus durch diese Bohrung.

18* ist das Abflussrohr für das Wasser, welches durch 18 gegangen ist. Es sind in Wirklichkeit zwei Ausflussröhren und mittelst des Handgriffes 18** kann man die eine oder andere nehmen. 18* entspricht 14 auf Tafel V.

19 ist die Stange, die von der Reactionsmaschine aus in das zweite Zimmer des Chronometerraumes emporsteigt. Wäre diese Stange und die Reactionsmaschine nicht mit einer Controlvorrichtung verbunden, so würde dieselbe durch den Druck des Wassers sehr rasch rotiren, etwa 10 bis 15mal in der Secunde. Ist aber die Verbindung mit der Controlvorrichtung, die durch das Pendel adjustirt ist, gehörig hergestellt, so macht sie blos 4 Umdrehungen in einer Secunde Sternzeit.

20 ist eine von dem Pfeiler 1 im Chronometersaale angebrachte Führung der Stange 19 in einem ihrer Verbindungspuncte. Sie ist bei 19 auf Tafel V sichtbar.

21 ist eine an 19 befestigte horizontale Scheibe.

22 ist ein mit einem starken Gegengewichte belasteter Hebel.

23 sind zwei Frictionsrollen (wovon die eine in der Zeichnung durch die andere verdeckt ist), die 21 aufwärts drücken und dadurch den Druck auf den Boden von 18 vermindern.

24 ist ein Träger nahe an der Decke des Chronometersaales, der an dem Pfeiler 1 befestigt ist.

25 ist ein Rad, das am Ende von 19 angebracht ist und in ein ähnliches Rad 26 am unteren Ende der Schraube ohne Ende 27 eingreift, welche dieselbe ist wie die Schraube 26 in Figur 27 Tafel VIII.

28 ist das Rad mit 480 Zähnen, in welches 27 eingreift, dasselbe wie 27 in den Figuren 24 und 25; es führt die grosse Schraube 33 in diesen Figuren, die den Aequatorealkreis 14 bewegt, indem es, wenn Alles adjustirt ist, in zwei Minuten Sternzeit eine Umdrehung zurücklegt.

28* ist ein Bürstenrad, das in Oel eintaucht, um die Zähne von 28 einzuölen.

29 ist der Apparat, wodurch 27 und 28 eingreift, derselbe wie 28, 29 in Figur 27.

30 ist ein Trieb an 19, der sich mit der Reactionsmaschine dreht, also einmal in einer Sternsecunde. Er hat 55 Zähne.

31 ist ein Rad, das 440 oder also achtmal so viel Zähne als 30 besitzt und sich einmal in zwei Secunden Sternzeit umdreht.

32 ist ein conisches Rad, das an der gleichen Achse wie 31 befestigt ist.

Für das Verständniss der weiteren Bezeichnungen ist es nöthig zu bemerken, dass Figur 52 im Aufrisse und 52* im Grundrisse gezeichnet sind.

33 ist ein Arm, der sich in einer horizontalen Ebene um eine verticale Achse in dem mittleren freien Raum des Querstückes 7* dreht.

34 ist ein conisches Rad, das von dem beweglichen Arme 33 geführt wird. 34 wird durch 32 bewegt und bewegt selbst das conische Rad 44.

35 ist die Verbindung des anderen Endes vom beweglichen Arme 33 mit der Mitte der Stange 36, 36.

36, 36 ist eine mit zwei rechtwinkeligen Hebeln 37, 37 verbundene Stange.

38, 38 sind die Stangen von zwei Kolben, die lose in zwei Wassergefässen hin- und hergehen, um eine rasche Bewegung oder systematische Oscillation des Armes 33 zu hemmen.

39 ist eine Stange (deren Länge mittelst einer Schraube justirt werden kann), welche die horizontalen Bewegungen von 36 mit den verticalen Bewegungen des Hebels 40 verbindet.

41 ist ein Hebel, der mit 40 durch eine Stange verbunden ist. Die Verbindungsstellen können verstellt werden, so dass das Verhält-

niss der Wirbelbewegungen von 40 und 41 variirt werden kann. Man sieht, dass 41 der Hebel ist, welcher den Hahn 42 dreht. (Die Hebel 40 und 41 sind hier der Deutlichkeit halber so dargestellt, wie wenn ihre Längen senkrecht zur Fläche des Pfeilers stünden, in Wirklichkeit stehen sie parallel dieser Fläche.)

42 ist der selbstregulirende Hahn, welcher den Zufluss des Wassers durch die Röhre 8* zur Reactionsmaschine regulirt. Er besteht aus einer elliptischen Scheibe, die sich um eine Achse dreht, welche ein Durchmesser der Scheibe ist und quer durch die Mitte der Röhre geht. Steht die Ebene der Scheibe nahe quer in der Röhre, so ist der Durchgang des Wassers gehindert. Das Herabgehen von 39 schliesst den Hahn.

43 ist ein justirbares Gewicht, dessen Einwirkung den Hahn 42 zu öffnen strebt.

44 ist ein conisches Rad, das von 34 gedreht wird; es ist an der Achse 45 befestigt, die 46, 47, 50, 51, 52, 53 in Figur 49 führt.

46 ist ein Arm, der sich in einer Horizontalebene dreht und das Gegengewicht 47 und den Schaufelapparat 50 bis 53 führt. An der linken Seite von 46 sieht man die Enden von zwei Zapfen; der obere Zapfen ist der Bewegungsmittelpunct des Apparates 50 bis 53, der untere Zapfen bildet nur ein Hinderniss, um allenfallsigen Zerstörungen am Apparate vorzubeugen.

48 ist der Pendelkörper, der 32 Pfund Quecksilber enthält. Die Bewegung des Pendels ist conisch.

49 ist eine vom Boden des Pendelkörpers vorstehende Spitze. Sie wird in einem hin- und hergleitenden Ring geführt, der mit 50 durch Stiften verbunden ist, so dass der gleitende Ring sich gegen 50 in der Verticalebene drehen kann.

50 ist der Arm des Schaufelapparates, durch den der Arm 46 auf das Pendel einwirkt. In Figur 51 steht 50 in einer anderen Lage. Es ist zu bemerken, dass 50, 51, 52, 53 fest mit einander verbunden sind.

51 ist ein Gegengewicht, das mit einer Theilung versehen ist zur Beobachtung der Stellung des Schaufelapparates.

52 ist ein kleines justirbares Gewicht.

53 ist die Schaufel, die in das Wasser 55 des ringförmigen Gefässes 54 eintaucht. Wird die Pendelstange 67 und der Pendelkörper

48 gegen die Verticale unter einem bestimmten Winkel geneigt und rotirt das Pendel unter diesem Winkel in einer conischen Oberfläche, so wird der Arm 50 von der Mitte abgezogen und 53 taucht in das Wasser 55 ein.

Der wichtige und besondere Vortheil dieser Einrichtung, wodurch die Kreisbewegung des Pendels einen Widerstand erfährt, besteht darin, dass der Widerstand ganz in der Richtung der Tangente an dem vom Pendel beschriebenen Kreise liegt, und nicht in der Richtung des Radius. Alle durch Reibung hervorgebrachten Widerstände geben Veranlassung zu einer Kraft in der Richtung des Radius und modificiren so die Rotationszeit des Pendels.

54* ist ein Abflussgefäss, um das Wasser aufzunehmen, das allenfalls aus 54 überläuft.

56, 56, 56 sind dünne Röhren, wodurch das Wasser nach 54 und zu den Gefässen von 36, 36 geleitet wird.

57 ist eine Schleuse, um das Wasser 55, wenn es zu hoch steht, abfliessen lassen zu können.

58 in Figur 47, 48, 51 ist die einschiebbare Platte, welche die Pendelaufhängung trägt.

59 sind vier Schrauben zum Justiren derselben.

60, 60 in den Figuren 48 und 48* sind zwei Federn, welche den unteren Arm 63 des Querstückes 63, 64 tragen und eine Oscillation desselben in der gegen das Papier senkrechten Richtung (Figur 48) gestatten.

61, 61 sind Schrauben, welche 60, 60 tragen.

62, 62 sind Einschnitte, welche den Oscillationspunct von 60, 60 bestimmen.

63, 64 ist ein Querstück, das von oben betrachtet einfach wie ein rechtwinkliges Kreuz aussieht; von der einen Seite gesehen stellt sich der obere Theil 64 wie ein Halbkreis, oder besser wie ein Bogen, dar mit der hohlen Seite nach aufwärts gerichtet, während der untere Theil 63 einen Bogen mit der hohlen Seite nach abwärts gerichtet bildet. Die Hörner des oberen Bogens 64 befinden sich so nahe als möglich in der gleichen Höhe mit den Einschnitten 62, 62.

65, 65 ist ein paar Federn, welche an den oberen Hörnern von 64 angebracht sind und das Horn 66 tragen, wodurch eine Oscillation in der zum Papiere parallelen Ebene (Figur 48) ermöglicht wird.

67 ist die an 66 befestigte Pendelstange.

Man wird bemerkt haben, dass durch die Biegung der beiden Federn 60 in der zur Papierebene (Figur 48) senkrechten Richtung und durch die Biegung der beiden Federn 65 parallel zu der Papierebene die Pendelstange 65 frei nach jeder Richtung schwingen und also in einem Puncte ihrer Länge eine Ellipse, einen Kreis oder irgend eine andere Curve beschreiben kann. Die Pendellinse 48 dreht sich aber dabei nicht um die Achse 67.

Wir wollen nun die Wirkung der verschiedenen Kräfte beschreiben, die auf den unteren Theil des Pendels und die Reactionsmaschine Einfluss haben. Die Verwendung derselben bei dem Mechanismus, so dass eine gleichförmige Bewegung zu Stande kommt, bildet das Princip des Siemens'schen Uhrregulators.

Das Pendel 48, das, wie oben beschrieben wurde, vollständig frei beweglich aufgehängt ist, würde, im allgemein mathematischen Falle, in einer Ellipse mit einer nicht gleichförmigen Winkelbewegung um deren Mittelpunct sich drehen. In diesem Falle würde aber auch die Winkelbewegung von 44 keine gleichförmige sein. Das Bestreben der raschen Rotation von 18 und anderen Theilen der Maschinerie besteht darin, die Bewegung von 32 sehr nahe gleichförmig zu machen. Diese beiden Bewegungen können nur durch eine oscillatorische Bewegung des Mittelpunctes des zwischenliegenden Rades 34 und eine Oscillation des Armes 35 um seine verticale Axe (normal zur Ebene des Papieres in Figur 52*), sowie durch eine oscillatorische Verschiebung von 36 und eine Oscillation der Kolben von 38, 38 in dem Wasser ihrer Gefässe wieder ausgeglichen werden. Der geringe Widerstand des Wassers strebt die Ungleichheit der Bewegungen zu beseitigen und nach sehr kurzer Zeit schwingt das Pendel in einem Kreise. Dies wird im Folgenden auch vorausgesetzt.

Im normalen Bewegungszustande wird von der Reactionsmaschine 18, die sich in der durch den Pfeil in Figur 50 angezeigten Richtung dreht, eine Kraft erzeugt, welche vorzüglich zur Bewegung des Aequatoreals und zur Ueberwindung verschiedener Reibungen verwendet wird, während ein Theil am Uhrwerke zum Treiben der Räder 31 und 32 dient. Indem diese Kraft auf das Rad 32 einwirkt, dreht es das Rad 34, indem es seinen unteren Theil in Figur 52 und 52* nach rechts dreht, und der obere Theil von 34 dreht den entfernten Theil von 44 nach links und treibt so 46 und das Pendel in einer 31 und 32 entgegengesetzten Richtung. Die Pendelschaufel 53 taucht bis zu einer

bestimmten Tiefe in das Wasser ein (nicht so tief, wie es in Figur 51 angezeigt ist), in Folge davon erfährt der obere Theil von 34 einen Widerstand nach links. Dies erfordert einen Druck von der entfernten Seite von 32 auf das untere Ende von 34 nach rechts. Durch diese beiden Einwirkungen wird die horizontale Achse von 34 nach rechts oder der Verbindungspunct 35 nach links gedrückt. Um diesen Druck aufzuheben, übt das Gewicht 43 einen Druck nach rechts hin aus. Man sieht also, dass das Gewicht 43 den horizontalen Druck an der horizontalen Achse von 34 und dadurch auch den Druck von 44 bestimmt, welcher 46 und 48 in Rotation versetzt, hiedurch wird aber ferner (im normalen Stande) das Eintauchen von 53 in das Wasser bestimmt, wodurch der gegenwirkende Widerstand erzeugt wird.

Die Lage von 43 wird jedoch durch einen anderen Umstand bestimmt. Es muss (beim normalen Stande) den Hahn 42 genau so weit öffnen, dass ein Wasserstrahl unter dem gewöhnlichen Wasserdruck durchgeht, der hinreichend ist, das Aequatoreal etc. zu bewegen und die erforderliche Kraft an 32 zu ersetzen.

So verhält es sich im normalen Stande, — das Gewicht dem 43 bestimmt das Eintauchen von 53; der Wasserdruck bestimmt die Lage von 43.

Nehmen wir nun an, der Wasserdruck habe zugenommen (oder, was denselben Effect erzeugt, die Reibung am Apparate sei vermindert worden), so wird die Bewegung des abstehenden Theiles von 32 nach rechts unmittelbar beschleunigt. Gleichzeitig erfährt der abstehende Theil von 44 eine Kraftvermehrung nach links, allein es wächst nicht unmittelbar die Winkelgeschwindigkeit des Pendels und der Durchmesser des vom Pendel beschriebenen Kreises. Das zwischenliegende Rad 34 muss wirklich nach rechts bewegt, 35 und 36 nach links geführt werden; 39, 40 und 41 werden niedergelassen und der Hahn 42 wird theilweise geschlossen, wodurch der Wasserzufluss, dessen Druck zu gross geworden ist, beschränkt wird. Mittlerweile hat die Winkelgeschwindigkeit des Pendels ein wenig zugenommen, sein Bewegungskreis ist ein wenig grösser geworden und 53 taucht ein wenig tiefer ein; die Zunahme des Widerstandes von 53 reducirt aber den Pendelkreis bald wieder. In sehr kurzer Zeit befindet sich Alles wieder in einem neuen normalen Stande, der sich von dem alten blos dadurch unterscheidet, dass 43 ein wenig höher als zuvor steht.

Wird die Kraft ein wenig vermindert, so greifen analoge Aenderungen nach der entgegengesetzten Richtung hin Platz. Dann öffnet das Gewicht von 43 den Hahn 42. Es ist also nöthig, dass das Gewicht 43 da sei, und da dieses Gewicht den Widerstand des Wassers 55 gegen die Schaufel 53 bestimmt, so ist es nöthig, dass ein Widerstand vorhanden sei oder dass 53 beständig in das Wasser eintaucht. Es ist dies aber auch noch in anderer Hinsicht erforderlich. Wir haben bemerkt, dass für den Fall, dass die Kraft zunimmt, 53 ein wenig tiefer eintaucht und dass dieses Tiefereintauchen bald den Pendelkreis verkleinert. Andererseits wird aber 53 ein wenig mitgezogen und wenn es nicht im Wasser steht, so ist keine Verminderung des Widerstandes und damit kein Bestreben den Pendelkreis wieder herzustellen vorhanden.

In der Wirklichkeit bemerkt man von Zeit zu Zeit ein leichtes Zittern in der Lage von 35, aber nicht so stark, dass es auf das Sehen eines Objectes im Fernrohre einen Einfluss hätte. Es wurde als das Zweckmässigste befunden, den Hahn 8 nicht weiter zu öffnen, als es gerade nothwendig ist. Ein kleiner Apparat (der in den Zeichnungen weggelassen wurde) ist an dem Rade 28 angebracht, durch welchen nach Belieben eine Glocke bei einer bestimmten Lage des Rades in Bewegung gesetzt wird und wodurch man sich über den Gang des Uhrwerkes versichert. Von Stunde zu Stunde ist der Gang nahe der gleiche bis auf einen kleinen Bruchtheil einer Zeitsecunde. Ich glaube, dass die Bewegung die gleichförmigste ist, welches existirt.

Tafel XII.

Diese Tafel gibt eine allgemeine Ansicht des Inneren der Kuppel und des Instrumentes; da wir aber die Details so ausführlich beschrieben haben, so wird eine weitere Erklärung des Ganzen nicht erforderlich sein.

Die ersten Pläne des Gebäudes und Instrumentes wurden fast in jedem Puncte von mir angegeben.

Die Maurer- und Zimmermannsarbeiten wurden von den in der Nähe wohnenden Handwerkern ausgeführt, die gewöhnlich am kgl. Observatorium verwendet werden.

Die ganze Eisen- und Messingarbeit mit Einschluss der Wasseruhr, der Träger des Aequatoreals, des Polarrahmens, der Schrauben ohne Ende, des Aequatorealkreises, der Declinationsachsen und Kreise,

der Ringe und Federn für den galvanischen Strom, der Maschinerie des Beobachtungssessels und der Kuppel wurden von Ransomes & Sims (früher Ransomes & May) ausgeführt.

Die Montirung des Objectives und Oculares sammt Zubehör, die Theilung der Kreise, die Schiebstangen und ihre Theilung, sowie die übrige Mechanikerarbeit wurden von Herrn Simms (Troughton & Simms) hergestellt.

Das Objectivglas wurde von Merz & Sohn verfertigt.

G. B. Airy.

Das absolute Mass der Intensität des Erdmagnetismus von Gauss.

Dargestellt

von

Dr. A. Kurz,[1]

Professor an der k. Industrieschule in Augsburg.

Jene berühmte Arbeit ist wohl in allen grösseren Hand- und Lehrbüchern erwähnt und auch ausgezogen worden. Aber der ausübende Physiker braucht, sei es in Lehre oder Beobachtung, die Originalarbeit, die auch in Poggendorff's Annalen (Band 28, Jahrg. 1833) abgedruckt ist. Ich habe, nach wiederholten Ansätzen, mir die Entwicklung und Darlegung der Methode in etwas engerem Rahmen zurechtgelegt, ohne die Zahl und Reihenfolge der Paragraphen zu ändern. Auch die Bezeichnung wurde nur, wo es die Deutlichkeit wünschen machte, abgeändert; so dass die Beziehbarkeit zum Originale nicht Schaden nehme. Dazu noch eigene Beifügungen, wie z. B. Anmerkung 1) zu § 19.

Dem § 1 geht eine Uebersicht der Vorarbeiten auf diesem Felde voraus, worin die Namen Tobias Mayer, Alexander Humboldt, Coulomb, Poisson, Hanstéen erwähnt werden.

§ 1 handelt von den (sogenannten) magnetischen Flüssigkeiten und ihrer Einheit: dieselbe übt auf gleichviel Flüssigkeit desselben oder des entgegengesetzten Zeichens in der Entfernung 1 die Abstossungs- oder Anziehungskraft 1 aus.

Kraft 1 ist diejenige, welche der Masse 1 die Beschleunigung 1 ertheilt. Als Masse 1 gilt hier die Masse eines Milligramms, als Länge 1 der Millimeter. Vergl. § 26.

---

1) Auf ausdrücklichen Wunsch des Herrn Verfassers mitgetheilt. C.

§ 2 sagt, dass jeder Magnet gleiche Mengen nördlicher und südlicher Flüssigkeit enthalte, d. h.

$$\int d\mu = 0$$

§ 3. In der folgenden Untersuchung sei nur von Stahl- also von stabilem Magnetismus die Rede.

§ 4. Die Erde als Magnet.

§ 5. Wirkung des Erdmagnetismus auf einen festgelegten Stahlmagneten:

Seien xyz die Coordinaten des magnetischen Theilchens $d\mu$ im Stahl, bezogen auf ein darin festes System, und bezeichnen wir zur Abkürzung die Momente des freien Magnetismus in Bezug auf die drei Tafeln resp. also auch in Bezug auf die drei Axen durch

$$\int x d\mu = A \qquad \int y d\mu = B \qquad \int z d\mu = C$$

so ist das magnetische Moment V in Bezug auf irgend eine Gerade als Axe von den Richtungscosinussen abc

$$V = Aa + Bb + Cc;$$

setzt man

$$M = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2},$$

so ist

$$\frac{V}{M} = \frac{A}{M} \cdot a + \frac{B}{M} \cdot b + \frac{C}{M} \cdot c = \cos\varphi$$

und man ersieht, dass M das grösste Moment ist und seine Axe die Richtungscosinusse $\frac{A}{M}, \frac{B}{M}, \frac{C}{M}$ hat. Diese heisst die magnetische Axe des Körpers.

Es ist also $V = 0$, wenn seine Axe zur magnetischen Axe senkrecht steht. Letztere ist nur der Richtung nach bestimmt, wie aus § 2 und

$$\int (x - a) d\mu = \int x d\mu - a \int d\mu = \int x d\mu$$

erhellen kann.

Als Beispiel kann man die magnetische Axe mit der Axe der z zusammenfallen lassen; dann ist $\int x dm = 0$, $\int y dm = 0$, $\int z dm = M$. Dieses Moment kommt zur vollen Wirkung, wenn man die Inclinationsnadel (im magnetischen Meridian) um 90^0 dreht oder die Declinationsnadel (aus dem magnetischen Meridian); im ersten Falle hat man's mit der totalen, im zweiten nur mit der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus zu thun.

Die Intensität dieser äusseren Kraft in Bezug auf den Stahlmagneten galt bisher als 1. Im § 7 wird die horizontale Intensität mit T bezeichnet und wird also statt M zu schreiben sein TM.

§ 6 handelt von der Schwierigkeit einer genauen Bestimmung der Inclination; wegen der Unsicherheit über die genaue Lage des Schwerpunctes der Inclinationsnadel.

§ 7. Desshalb werde nun die horizontale Intensität des Erdmagnetismus T durch Schwingungsversuche mit der Declinationsnadel zu messen unternommen. (Eine nachträgliche genaue Bestimmung des Inclinationswinkels i führt dann gleich zur totalen Intensität $\frac{T}{\cos i}$).

Vom physicalischen Pendel her kennt man die Formel

$$\text{I} \ldots\ldots\ldots \qquad TM = \frac{\pi^2 . K}{t^2} \cdot$$

worin K das Trägheitsmoment der Magnetnadel bedeutet, aber in Milligrammen gegeben (siehe § 1) und Millimetern.

(Würde die magnetische Axe der Nadel mit dem Horizonte den Winkel α bilden, so hiesse die linke Seite von I $TM \cos \alpha$).

§ 8. Wenn die Torsion einen merklichen Einfluss ausübt, so wird sie in folgender Weise in Rechnung gebracht:

Sei vorerst der Declinationsstab durch einen gleich schweren unmagnetischen Stab ersetzt, so wird dieser die Abweichung v vom magnetischen Meridiane einnehmen, die man durch die obere Drehvorrichtung klein machen kann; der Magnetstab aber zeigt hernach die noch kleinere Abweichung u nach der Bedingungsgleichung des Gleichgewichtes

$$(v - u) . \vartheta = TM . \sin u \text{ oder } = TM . u$$

woraus

$$\frac{v}{u} = 1 + \frac{TM}{\vartheta}$$

Um die Constante ϑ durch Versuche zu bestimmen, wird man v absichtlich gross machen (180⁰, 270⁰, 360⁰) und u beobachten, welch letzteres bei hinreichend starken Magneten und langem Faden noch klein genug bleibt. Gauss fand $\frac{TM}{\vartheta}$ Werthe von 400 bis 900, wofür jetzt n gesetzt werde. Statt der reinen Schwingungszeit t, wenn ϑ Null wäre in § 7, wird dann die Schwingungszeit der Declinationsnadel beobachtet

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K}{TM + \vartheta}} = \pi \sqrt{\frac{K}{TM}} . \sqrt{\frac{TM}{TM + \vartheta}} = t . \sqrt{\frac{n}{n+1}}$$

oder statt I kommt

$$TM = \frac{\pi^2 . K}{t'^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)}$$

Gauss berücksichtigte ferner noch die während dieser Versuche eingetretene Variation der Declination durch gleichzeitige Beobachtung einer zweiten Magnetnadel, indem er bei der zweiten Einstellung von v und u der ersten Nadel die Variation $\varDelta u$ einer zweiten Nadel einrechnete.

Endlich diente ihm die Combination von je zwei Beobachtungen zur Beseitigung der Collimationsfehler x und y in folgender Weise:

$$\frac{v-y}{u-x} = 1 + \frac{TM}{\vartheta} = \frac{v'-y}{u'-x}$$

woraus

$$\frac{v-v'}{u-u'} = 1 + \frac{TM}{\vartheta}$$

§ 9. **Fortsetzung von der Torsion.** Der Faden war 800mm lang und bestand aus 32 sogenannten einfachen käuflichen Coconfäden, deren jeder 30000 Milligramme trägt. In der Hypothese, dass d aus einem constanten und aus einem dem Gewichte proportionalen Theile bestehe, und dass der constante Theil des Fadenbündels die Summe der constanten Theile der einzelnen Fälle sei, ergab sich aus zwei verschiedenen Belastungen

$$\frac{TM}{a+bQ} = n = 597.4 \text{ und } \frac{TM}{a+bQ'} = n' = 424.8$$

und hieraus für den constanten Theil des einzelnen Fadens

$$\frac{a}{32} = 0{,}000\ 003\ 16\ TM$$

Entlehnt man hiezu aus § 11 den Werth von TM und dividirt noch mit g, so ergibt sich daraus die Reaction eines einfachen Fadens, wenn er um 58° 17′ (Bogenlänge 1) gedreht wird, gleich $^1/_{17}$, das ist gleich dem Drehungsmomente von $^1/_{17}$ Milligramm am Hebelarm 1mm.

Diess im § 9 Gesagte dient nur zur Vergleichung der Torsion mit der Schwere, welche dem Milligramm die Beschleunigung von g Millimetern ertheilt (Vergl. § 6). Was für die weiteren Messungen zu berücksichtigen ist, enthält schon § 8

§ 10. **Bestimmung von K durch Schwingungsversuche:**

Der Zulage-Apparat bestand aus zwei gleichen Gewichten p (Milligr.), deren Trägheitsmomente hinsichtlich der durch den Schwerpunct gehenden Verticalaxe vorübergehend mit $\frac{C}{2}$ bezeichnet werden. Dann kom-

men bei der symmetrischen Hinausrückung dieser zwei Gewichte successive um r^1 und r^2 Millimeter vermöge I in § 7.

$$TM \,.\, t_1^2 = \pi^2 \,(K + C + 2pr_1^2)$$
$$TM \,.\, t_2^2 = \pi^2 \,(K + C + 2pr_2^2)$$

Aus diesen zwei Gleichungen allein könnte man die Unbekannten $(K + C)$ und (TM) bestimmen und mittelst I fände man dann auch K allein. Aber es wurden mehrere solcher Messungen nach der Methode der kleinsten Quadrate mit einander verknüpft; siehe § 11; zu dem Ende formen wir um

$$t_1 = \sqrt{\left(\pi^2 2p \,.\, \frac{r_1^2 + \frac{K+C}{2p}}{TM}\right)} = \sqrt{\frac{r_1^2 + y}{x}}$$

$$t^2 = \qquad\qquad = \sqrt{\frac{r_2^2 + y}{x}}$$

worin zur Abkürzung gesetzt sind $\frac{K+C}{2p} = y$ und $\frac{TM}{\pi^2\, 2p} = x$.

Da die Ausführung solcher Versuche einige Stunden dauert, so kann vielleicht die Variation der Intensität des Erdmagnetismus merklich werden. Dazu wurden analog dem § 8 gleichzeitig die Schwingungszeiten einer zweiten (in hinreichender Entfernung von der ersten befindlichen) Nadel beobachtet, derart dass

die Schwingungszeit der 1. Nadel $t,\ t_1,\ t_2,\ t_3 \ldots$
„ „ „ 2. „ $u,\ u_1,\ u_2,\ u_3 \ldots$

also die corrigirten Schwingungszeiten der ersten Nadel (auf die Zeit der Intensität beim ersten der Versuche)

$$t,\ t\frac{u}{u_1},\ t\frac{u}{u_2},\ t\frac{u}{u_3} \ldots$$

§ 11 enthält ein Beispiel von fünf solchen Beobachtungen; die t sind auch auf Torsionslosigkeit reducirt (§ 8) und auf mittlere Sonnenzeit durch den Factor $\frac{86400}{86400 - 14'',24}$, indem der Chronometer um 14″, 24 per Tag nachging.

Bestimmt man aus zwei von den fünf Beobachtungen das x und y des § 10 und setzt die hiebei gemachten Fehler ξ und η, so ist

$x = a + \xi$ (a und b die uncorrigirten Werthe),
$y = b + \eta$

Diese Werthe setzte Gauss in die Gleichungen der vier mit Belastung (C, p, r) vorgenommenen Versuche, und fand dadurch entsprechend den vier beobachteten Schwingungszeiten t' t'' t''' t^{IV} die vier berechneten Schwingungszeiten

$$\tau' \quad \tau'' \quad \tau''' \quad \tau^{IV}$$

linear ausgedrückt durch ξ und η (indem bei der Entwicklung von

$\tau' = \sqrt{\frac{r^2 + b + \eta}{a + \xi}}$ die Glieder vernachlässigt werden mit ξ^2, $\xi\eta$, $\eta^2 \ldots$);

aus diesen vier Gleichungen ergaben sich dann die Correcturen

$$\xi = -0.032\ 30 \qquad \eta = \quad -12.38 \text{ während}$$
$$a = \quad 88.657\ 17 \qquad b = 21\ 184.85 \text{ war.}$$

Folglich für die betreffende Nadel aus den vier Beobachtungen

$$TM = 179\ 575\ 250, \qquad K + C = 4\ 372\ 419\ 000$$

(Aus den vorher genannten zwei Beobachtungen waren hervorgegangen die Zahlen 179 641 070 und 4 374 976 000).

Die fünfte Beobachtung endlich war ohne Belastung vorgenommen worden, um K getrennt zu erhalten von C; es wurde durch Einsetzung des corrigirten TM

$$K = 4\ 228\ 732\ 400.$$

Anmerkung. Für das Folgende muss uns der Werth TM hinsichtlich einer anderen Nadel noch interessiren, deren magnetisches Moment zur Unterscheidung vom vorhergehenden und von einem noch weiter zu nennenden (m_1) ich m_2 nennen will; es war

$$T.m_2 = 135\ 457\ 900.$$

§ 12. Nun zu $\frac{m_2}{T}$, indem wir die Wirkung dieser Nadel m_2 auf eine andere m_1 vergleichen mit der Wirkung des horizontalen Erdmagnetismus auf m_1.

§ 13. Princip der virtuellen Geschwindigkeiten.

§ 14. Statt der Nadel m_2, welche man vorhin hatte schwingen lassen, wird jetzt eine andere m_1 (deren magnetisches Moment unbekannt sein kann) aufgehängt, und m_2 so in der Nähe von m_1 festgelegt, dass Beide in derselben Horizontalebene liegen. Der magnetische Meridian, in welchem m_1 ohne die Nähe von m_2 sich einstellte, bilde die Axe der x, Norden positiv; nach Osten gehe die positive Axe der y. Jedes magnetische Molecül von m_1 enthalte den

freien Magnetismus e_1 und seien $x_1\, y_1$ die laufenden Coordinaten in m_1; ebenso beziehe sich e_2 und $x_2\, y_2$ auf m_2.

Um die neue Gleichgewichtsstellung der Nadel m_1, oder den Winkel u mit dem magnetischen Meridian, in Folge der Einwirkung des horizontalen Erdmagnetismus T und der Nadel m_2 zu finden ist

$$\Sigma T \,.\, e_1\, dx_1$$

die virtuelle Arbeit des ersteren, und

$$\Sigma\, \frac{e_1\, e_2\, dr}{r^2}, \text{ wo } r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

diejenige des Stabmagnetismus (m_2), wobei sich erstere Summe auf alle e_1, letztere auf alle Combinationen $e_1\, e_2$ bezieht.

Noch tritt die Torsion in's Spiel: ist N der Werth von u, welcher der Detorsion des Fadens entspricht, so ist $\vartheta\,(N - u)$ das Torsionsmoment (Kraft Tangential am Radius 1) und die virtuelle Arbeit der Torsionskraft

$$\vartheta\,(N - u)\; du.$$

Somit lautet das Princip des § 13 jetzt

$$d\Omega = \Sigma T e_1\, dx_1 + \Sigma\, \frac{e_1\, e_2\, dr}{r^2} + \vartheta (N - u)\, du \text{ soll Null, oder}$$

$$\Omega = \Sigma T e_1\, x_1 - \Sigma\, \frac{e_1\, e_2}{r} - \frac{1}{2}\, \vartheta\, (N - u)^2 \text{ soll ein Maximum sein.}$$

§ 15. Die Auswerthung der drei Glieder der Null-Gleichung wird vereinfacht, wenn wir den Ursprung des im Raume festen Coordinatensystems in den Drehungspunct (Axe) der Nadel m_1 legen; ebendaselbst sei auch der Ursprung des in der Nadel m_1 festen Coordinatensystems $a_1\, b_1$, dessen Axe der a_1 die magnetische Axe sei. Von diesem Ursprung oder Mittelpunct der Nadel m_1 bis zum Mittelpunct der Nadel m_2 sei der Abstand R, und ψ sei der Winkel dieser Geraden mit dem magnetischen Meridian (Axe der x_1); endlich sei auch im Mittelpunct von m_2 der Ursprung des im Stabe m_2 festen Coordinatensystems $a_2\, b_2$, dessen Axe der a_2 auch die magnetische Axe von m_2 (positiv nach dem Nordpol).

Das mit der Nadel m_1 sich drehende Coordinatensystem $a_1\, b_1$ bildet mit dem magnetischen Meridian den Winkel u, das mit der Nadel m_2 festgelegte Coordinatensystem den Winkel u_2. (u absichtlich statt u_1 geschrieben).

Leicht entnimmt man nun dem soeben beschriebenen Plane

$$x_1 = a_1 \cos u - b_1 \sin u$$
$$y_1 = a_1 \sin u + b_1 \cos u$$
$$x_2 = a_2 \cos u_2 - b_2 \sin u_2 + R \cos \psi$$
$$y_2 = a_2 \sin u_2 + b_2 \cos u_2 + R \sin \psi$$

§ 16. $\Sigma T e_1 \, dx_1 = -T . [\sin u \, du . \Sigma a_1 e_1 + \cos u \, du \, \Sigma b_1 e_1]$

Nun ist $\Sigma a_1 e_1 = m_1$ und $\Sigma b_1 e_1 = 0$ ..... (§ 5)

Also $\Sigma T e_1 \, dx_1 = - T . m_1 . \sin u . du$

Zur Bildung der anderen Summe des § 14 kann man schreiben

$$\Sigma \frac{e_1 e_2 r \, dr}{r^3}, \quad r\,dr = (x_1 - x_2)\, dx_1 + (y_1 - y_2)\, dy_1$$
$$= [(x_1 - x_2)(- a_1 \sin u - b_1 \cos u) + (y_1 - y_2)$$
$$(a_1 \cos u - b_1 \sin u)]\, du$$
$$= [-(x_1 - x_2)\, y_1 + (y_1 - y_2)\, x_1)]\, du$$
$$= (x_2 y_1 - x_1 y_2)\, du$$

Somit lautet letztere Summe $\Sigma \dfrac{e_1 e_2 . (x_2 y_1 - x_1 y_2)\, du}{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Substituirt man im Zähler laut § 15, und ordnet nach R, so findet man

$$x_2 y_1 - x_1 y_2 = (a_1 a_2 + b_1 b_2) \sin (u - u_2) + (a_2 b_1 - a_1 b_2) . \cos (u - u_2)$$
$$+ R [a_1 \sin (u - \psi) + b_1 \cos (u - \psi)]$$

In ähnlicher Anordnung erhält man

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2 (a_1 a_2 + b_1 b_2)$$
$$\cos (u - u_2) + 2 (a_2 b_1 - a_1 b_2) \sin (u - u_2)$$
$$+ 2 R [a_2 \cos (u_2 - \psi) - b_2 \sin (u_2 - \psi)$$
$$- a_1 \cos (u - \psi) + b_1 \sin (u - \psi)] + R^2$$

Jetzt lautet die Summe unter Einführung der abkürzenden Bezeichnung $p \quad q \quad P \quad Q$

$$\Sigma \frac{e_1 e_2 \, (pR + q)\, du}{(R^2 + PR + Q)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{oder} \quad \Sigma \frac{e_1 e_2}{R^2} . \frac{\left(p + \frac{1}{R} . q\right) du}{\left[1 + \frac{1}{R}\left(P + \frac{1}{R} Q\right)\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Wir entwickeln dieselbe nur bis $\frac{1}{R^3}$, und lassen du von jetzt an fort:

$$\Sigma \frac{e_1 e_2}{R^2} \left(p + \frac{1}{R} q\right) \left(1 - \frac{3}{2} \frac{1}{R} P\right) + \text{Rest}$$

Diese Summe zerfällt zunächst in $\Sigma \frac{e_1 e_2 p}{R^2}$, oder, wenn man p betrachtet in $\Sigma \frac{e_1 p}{R^2} . \Sigma e_2$, das ist Null, weil $\Sigma e_2 = 0 \ldots .$ (§ 2); ebenso bleibt in $\Sigma \frac{e_1 e_2 q}{R^3}$ von den vier Gliedern nur das erste stehen.

$\Sigma \frac{e_1 e_2 a_1 a_2 \sin(u - u_2)}{R^3}$ das ist $\Sigma a_1 e_1 . \Sigma a_2 e_2 . \frac{\sin(u - u_2)}{R^3}$ oder $\frac{m_1 m_2 \sin(u - u_2)}{R^3}$;

endlich bleibt auch in $\Sigma \frac{e_1 e_2}{R^3} . \frac{3}{2} pP$ von den acht Gliedern nur das erste stehen, lautend $3 \frac{m_1 m_2}{R^3} \sin(u - \psi) . \cos(u_2 - \psi)$

Sammelt man nun das übrig Gebliebene, so lautet die Minimumsgleichung des § 14:

$$- T . m_1 \sin u + \frac{m_1 m_2}{R^3} . \sin(u - u_2) - 3 \frac{m_1 m_2}{R^3} . \sin(u - \psi) \cos(u_2 - \psi) +$$
$$+ \text{Rest} + \vartheta (N - u) = \text{Null}.$$

§ 17. Bezüglich des von der Torsion herrührenden Gliedes in dieser Summe sorge man für kleines N, und es kann geschrieben werden $\vartheta \sin(N - u)$; ist dann u^0 der Werth von u beim Abhandensein des Stabes m_2, so hat man wie in § 8

$$T . m_1 \sin u^0 = \vartheta \sin(N - u^0)$$

und es vereinigt sich das Torsionsglied (viertes) mit dem vom Erdmagnetismus herrührenden (ersten) Gliede der Gleichung des § 16 in folgender Weise:

Beide auf die rechte Seite statt der Null gesetzt hat man

$$T m_1 . \sin u + \vartheta . \sin(u - N) = T m_1 . \sin(u - u^0 + u^0) +$$
$$+ \vartheta . \sin(u - u^0 + u^0 - N) = [T m_1 . \cos u^0 + \vartheta \cos(u^0 - N)] .$$
$$. \sin(u - u^0) + [T m_1 \sin u^0 + \vartheta . \sin(u^0 - N)] \cos(u - u^0)$$

Das letztere der beiden eingeklammerten Binome ist gemäss der vorangehenden Gleichung Null, und statt des ersteren darf man schreiben $T m_1 + \vartheta$; also wird die Endgleichung des § 16

$$(T m_1 + \vartheta) . \sin(u - u^0) = \frac{m_1 m_2}{R^3} [\sin(u - u_2) + 3 \sin(\psi - u) . \cos(\psi - u_2)] +$$
$$+ \text{Rest}$$

Zerlegt man auf der rechten Seite

$(u - u_2)$ in $(u - u^0) + (u^0 - u_2)$ und $(\psi - u)$ in $(\psi - u^0) - (u - u^0)$,

so kommt u nur mehr in der Differenz $(u - u^0)$ vor, und man erhält leicht

$$\tan(u - u^0) = \frac{m_1 m_2}{T m_1 + \vartheta} \cdot \frac{1}{R^3} \left[\sin(u^0 - u_2) + 3 \sin(\psi - u^0) \,.\, \cos(\psi - u_2)\right] + \text{Rest}$$

oder; wie auch Gauss innerhalb der Klammern hat,

$$\tan(u - u^0) = \frac{m_1 m_2}{T m_1 + \vartheta} \cdot \frac{1}{R^3} \left[2 \sin(\psi - u^0) \cos(\psi - u_2) + \cos(\psi - u^0) \sin(\psi - u_2)\right] + \text{Rest}$$

Diesen „Rest" betreffend erinnert man sich aus § 16 der Reihe

$$\tan(u - u^0) = F \,.\, R^{-3} + F' \,.\, R^{-4} + F'' \,.\, R^{-5} + \ldots$$

§ 18. Zur Bestimmung der Coefficienten dieser Reihe kann man nun ψ und u_2, d. h. die Winkellage des Stabes m_2 belassend nur seine Entfernung R von m_1 abändern und $(u - u^0)$ beobachten. Alsdann ist der in § 12 vorgesetzte Zweck erfüllt durch die Gleichsetzung der Coefficienten von R^{-3} in den zwei letzten Gleichungen des § 17, woraus hervorgeht

$$\frac{m_2}{T} = \left(1 + \frac{\vartheta}{T m_1}\right) \cdot \frac{F}{2 \sin(\psi - u^0) \cos(\psi - u_2) + \cos(\psi - u^0) \sin(\psi - u_2)}$$

$\left(\frac{\vartheta}{T m_1}\right.$ nach § 8 zu bestimmen$\left.\right)$.

Bei dieser Methode empfehlen sich noch folgende practische Rücksichten:

Es ist einmal gut, ψ und u_2 so zu wählen, dass deren Beobachtungsfehler den Werth von F möglichst wenig schädigen. Sucht man also vorerst bei gegebenem ψ den Werth von u_2, welcher F zum Maximum oder Minimum mache, so erhält man

$$2 \sin(\psi - u^0) \sin(\psi - u_2) - \cos(\psi - u^0) \,.\, \cos(\psi - u_2) = 0;$$

den hieraus sich ergebenden Werth von u_2 substituirt man (im Gewande von tan und cos, welch letzterer ausser Klammer gesetzt worden) in die vorhergehende Gleichung, welche sich dadurch reducirt auf

$$\frac{m_2}{T} = \left(1 + \frac{\vartheta}{T m_1}\right) \cdot \frac{F}{\sqrt{\cos^2(\psi - u^0) + 4 \sin^2(\psi - u^2)}}$$

woraus dann hinsichtlich ψ sofort hervorgeht, dass

$$\psi - u^0 = 90^0 \text{ oder } 270^0 \text{ macht } F_{max.} = \frac{2\, m_1\, m_2}{T m_1 + \vartheta}$$

$$\psi - u^0 = 0^0 \quad „ \quad 180^0 \quad „ \quad F_{min.} = \frac{m_1\, m_2}{T m_1 + \vartheta}$$

Setzt man rückwärts diese Werthe von $(\psi - u^0)$, resp. von ψ, da u^0 sehr klein ist, in die Bedingungsgleichung des Maximums und Minimums ein, so hat man

$$u_2 = 90 \text{ oder } 270 \text{ für } F_{max.} \text{ und } F_{min.}$$

Die zweite Rücksicht für das Experiment ist hiemit schon zweimal angedeutet: Man verknüpft je vier Versuche, und u^0 fällt im arithmetischen Mittel der vier beobachteten u aus. Dieses geschähe schon bei je zwei Beobachtungen mit einerlei ψ und zweierlei u_2; aber je zwei Beobachtungen mit einerlei u_2 und zweierlei ψ machen auch den Coefficienten F' von R^{-4} wegfallen in § 17, indem die Aenderung von ψ um 180^0 einer Negativsetzung von R gleichkommt. Zur Uebersicht dessen dient folgende Tafel:

§ 19.

I. Methode. $F_{maximum} = F_I$					II. Methode. $F_{minimum} = F_{II}$				
Ablenkung der ersten Nadel m_1.	Lage der zweiten Nadel m_2.				Ablenkung der ersten Nadel m_2.	Lage der zweiten Nadel m_2.			
	ψ;	Mittelpunct.	u_2;	Nordpol.		ψ;	Mittelpunct.	u_2;	Nordpol.
u' (+)	90	Ost	90	Ost	u' (+)	0	Nord	270	West
u'' (−)	„	„	270	West	u'' (−)	„	„	90	Ost
u''' (+)	270	West	90	Ost	u''' (+)	180	Süd	270	West
u^N (−)	„	„	270	West	u^N (−)	„	„	90	Ost

Nennt man alsdann v_I und v_{II} die bezüglichen arithmetischen Mittel der vier absoluten u Werthe, so ist

$$\left.\begin{aligned} \tan v_I &= F_I \,.\, R^{-3} + F_I' \,.\, R^{-5} \\ \tan v_{II} &= F_{II} \,.\, R^{-3} + F_{II}'' \,.\, R^{-5} \end{aligned}\right\} \ldots \text{II a)}$$

So also werden F_I oder F_{II} gewonnen, um sie dann einzusetzen in die letzten zwei Gleichungen des § 18, deren jede in leichter Umformung dem Verlangen in § 12 entspricht.

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_2}{T} &= \frac{1}{2} \cdot F_{\mathrm{I}} \cdot \left(1 + \frac{\vartheta}{T m_1}\right) \\ \frac{m_2}{T} &= \quad F_{\mathrm{II}} \cdot \left(1 + \frac{\vartheta}{T m_1}\right) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \text{II b)}$$

Anmerkung 1. Bertin nennt in seiner Darlegung der Gauss'schen Methode (Annales de Ch. et de Phys. 1870) die Gleichungen IIa) „empirische“, was wohl zeigen dürfte, dass er sich der Mühe der Durchrechnung der §§ 15 bis 19 nicht unterzogen hat. In diesen wird der Coefficient von R^{-3} (die letztgenannten F) theoretisch entwickelt; und die übrigen Coefficienten werden durch die Methode beseitigt. Etwas Anderes ist es, wenn man in einer nothgedrungen elementaren Darlegung des Verfahrens sich solcher quasi Empirie bedient; vom manchmal auch berechtigten Receptirverfahren zu geschweigen.

Anmerkung 2. In Anticipation des § 23 können wir, wie gewöhnlich geschieht, die Gleichungen II a) und II b) mit einander verbinden durch Elimination ihrer F. Es ist nämlich, wenn die beiderlei β und R die Bedeutung von § 23 haben,

$$\frac{m_2}{T} = \frac{1}{2} \frac{R'^5 \cdot \tan\beta' - R^5 \tan\beta}{R'^2 - R^2} \cdot \left(1 + \frac{\vartheta}{T m_1}\right) \ldots\ldots\ldots \text{II}$$

unter Anwendung der I. Methode: hat man die II. Methode angewendet, so ist in letzter Gleichung nur der Factor $\frac{1}{2}$ wegzulassen. Hier möge auch der Experimentator auf No. 27 des rasch verbreiteten Leitfadens der practischen Physik von Kohlrausch, Leipzig, Teubner 1870, verwiesen werden.

§ 20. Weitere Glieder hat Gauss nicht mitgerechnet. „Aus der Theorie der Elimination erhellt leicht, dass die Rechnung wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler desto ungewisser werde, je mehr Coefficienten durch die Elimination zu bestimmen nöthig ist.“ Siehe § 22.

§ 21 führt 15 Beobachtungen an, bei welchen R von 1100 bis 4000^{mm} variirt[1]) wurde und nach der Methode der kleinsten Quadrate sich herausstellten

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{I}} &= 0{,}086\ 870 \cdot 1000^3, & F_{\mathrm{I}}'' &= -0{,}002\ 185 \cdot 1000^3 \\ F_{\mathrm{II}} &= 0{,}043\ 435 \cdot 1000^3, & F_{\mathrm{II}}'' &= +\,0{,}002\ 449 \cdot 1000^3 \end{aligned}$$

1) Siehe hingegen § 23.

Man bemerkt, dass genau $F_{I} = 2 F_{II}$, wodurch das Gesetz des Quadrates in $\frac{e_1 e_2}{r_2}$ § 14 bewährt wird. Bis hieher hatte nämlich Gauss $\frac{e_1 e_2}{r^n}$ geschrieben und im § 18 erhalten $F_{max.} = \frac{n \, . \, m_1 m_2}{T m_1 + \vartheta} = n \, . \, F_{min.}$

§ 22. Diese Versuche lehren, dass zwei Glieder der Reihe in § 19 hinreichend seien, so lange man R nicht kleiner als die vierfache Länge des Magneten nehme. Diese betrug etwa 30^{mm}. Da bei letzteren Beobachtungen die Variation der Intensität nicht berücksichtigt worden sei, wie in §§ 10 und 11, so dürfe die Abweichung von Beobachtung und Rechnung nicht blos den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden. „Damit man jedoch den Werth des Erdmagnetismus, soweit er aus diesen Versuchen abgeleitet werden kann, ersehe“...... wird angeführt

$\frac{\vartheta}{T m_1} = \frac{1}{251{,}96}$, siehe § 8; also nach II b) $\frac{m_2}{T} = F_{II} \, . \left(1 + \frac{1}{251{,}96}\right)$

woraus mit Benutzung des Werthes von F_{II} in § 21

$$\frac{m_2}{T} = 43\ 607\ 400$$

Verbindet man endlich letztere Gleichung mit der von mir schon in der Anmerkung zu § 11 angeführten, so erhält man

$$T = 1{,}7625.$$

§ 23. Um keine beträchtliche Variation der Intensität während der Versuchszeit besorgen zu müssen, ist es gut, dieselben zu beschleunigen; daher nur die I. oder nur die II. Methode § 19 anzuwenden und nur zweierlei Werthe von R statt der mehrerlei in § 21, weil zwei Glieder der Reihe hinreichen.

„Auf folgenden Versuchen wurde die grösste Sorgfalt verwendet“:

Zwei Apparate A und B, die Nadeln m' m'' m''';

m' im Apparate A ergab die Schwingungszeit 15″,244 50, aus 305 Oscillationen abgeleitet,

m'' „ „ B „ „ „ 17, 299 95, aus 264 Oscillationen abgeleitet.

Hierauf wurde m''' im Apparate A zu m_1 des § 15 gemacht und m' zu m_2, und gefunden

für $R = 1^m{,}2$ ...... $v_I = 3^0 42' 19'',4 = \beta$

„ „ $= 1^m{,}6$ „ $= 1^0 34' 19'',3 = \beta'$

(Die beiden R wurden mit microscopischer Genauigkeit bestimmt.)

Während dieser zwei Messungen beobachtete man an m'' Schwingungszeit 17″,294 84 (aus 414 Oscillationen abgeleitet); auf diese Intensität die Schwingungszeit von m' reducirt, sowie auf mittlere Zeit (§ 11) und auf Torsionslosigkeit (§ 8), ward

$$t' = 15{,}224\ 50 \cdot \frac{17{,}294\ 84}{17{,}299\ 95} \cdot \frac{86400}{86385{,}76} \cdot \sqrt{\frac{598{,}4}{597{,}4}}$$

$$\left(\text{es war nämlich } \frac{\vartheta}{Tm'} = \frac{1}{597{,}4}\right);\ \text{folglich}$$

$T \,.\, m' = \dfrac{\pi^2 \,.\, K}{t'^2} = 179\ 770\ 600$, wobei das K von § 11 zu nehmen, indem m' mit der dortigen Nadel M identisch ist. Der Unterschied (rund 100 000) dieses Resultates von TM dortselbst „ist einer Veränderung sowohl des Erdmagnetismus als des Stabmagnetismus zuzuschreiben" innerhalb des 11. und 18. September 1832 zu Göttingen.

Zweitens erhält man aus den beobachteten Ablenkungen

$$\tan\beta = F_{\mathrm{I}} \,.\, R^{-3} + F_{\mathrm{I}}' \,.\, R^{-5}$$

$$\tan\beta' = F_{\mathrm{I}} \,.\, R'^{-3} + F_{\mathrm{I}}' \,.\, R'^{-5},\ \text{woraus}$$

$$F_{\mathrm{I}} = \frac{R'^5 \tan\beta' - R^5 \,.\, \tan\beta}{R'^2 - R^2} = 113\ 056\ 200$$

also nach § 18

$$\frac{m'}{T} = \frac{1}{2} \cdot F_{\max.} \cdot \left(1 + \frac{\vartheta}{Tm'''}\right) = 56\ 606\ 437$$

$$\left(\text{es war nämlich } \frac{\vartheta}{Tm'''} = \frac{1}{721{,}6}\right);\ \text{somit endlich}$$

$$T = 1{,}782\ 088 \text{ am 18. September 5 Uhr.}$$

§ 24. Den Einfluss vom Eisengehalte des Beobachtungslocales (Sternwarte) schlägt Gauss auf kaum mehr als 1 bis 2 % des Gesammtwerthes an. Annähernd liesse derselbe sich ermitteln durch gleichzeitige Beobachtung der Oscillationen einer Nadel im Freien.

§ 25 liefert eine Tafel von 10 Messungen der horizontalen Intensität innerhalb 21. Mai bis 15. October 1832, deren Resultate von 1,7625 bis 1,7860 schwanken. Das Gewicht der Nadeln variirte zwischen 58 und 1062 Gramm; die meist angewandten wogen 400 bis 440, die schwerste war 485 Millimeter lang. „Ohne Zweifel wird die Genauigkeit der Beobachtungen beträchtlich erhöht, wenn noch schwerere Nadeln, z. B. Nadeln von 2000 bis 3000 Gramm angewandt werden." Davon ist man seither zurückgekommen.

§ 26. Nützlich ist der Ueberblick über die dem voranstehenden magnetischen Calcul zu Grunde liegenden Einheiten im Zusammenhalte mit denjenigen der allgemeinen Mechanik:

Bezeichnet N die Einheit des freien Magnetismus, R die Einheit der Entfernung, so ist $\frac{N}{R^2}$ die Einheit der magnetischen Beschleunigung („Kraft"), $\frac{NN}{R^2}$ die Einheit der magnetischen Kraft („bewegenden Kraft oder des Druckes"), siehe § 1; und aus der Mechanik sind bekannt, wenn S die Einheit der Zeit, $C = \frac{R}{S}$ als Einheit der Geschwindigkeit, $A = \frac{C}{S} = \frac{R}{S^2}$ als Einheit der Beschleunigung, und, wenn P die Einheit der Masse, $Q = AP$ als Einheit der Kraft.

Hat nun ein Beobachter nach diesen Einheiten für die Horizontalintensität des Erdmagnetismus die Zahl K gefunden, ein anderer mit anderen Einheiten $N'\ R'\ S'\ P'' \ldots$ die Zahl K', so ist zur Vergleichung beider Resultate $K\frac{N}{R^2} = K' \cdot \frac{N'}{R'^2}$, oder

$\frac{K'}{K} = \frac{N}{N'} \cdot \frac{R'^2}{R^2}$, und zur Elimination von $\frac{N}{N'}$, indem die magnetische Krafteinheit mit der mechanischen Q identificirt wird,

$$\frac{K'^2}{K^2} = \frac{N^2}{N'^2} \cdot \frac{R'^4}{R^4} = \frac{AP}{A'P'} \cdot \frac{R'^2}{R^2}$$

oder

$$K' = K\sqrt{\frac{P}{P'} \cdot \frac{A}{A'} \cdot \frac{R'^2}{R^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

und eliminirt man die Einheiten der Beschleunigung

$$K' = K\sqrt{\frac{P}{P'} \cdot \frac{R^1}{R} \cdot \frac{S'^2}{S^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Ist also z. B. K die von Gauss gefundene Zahl 1,7... nach Milligramm (als Masseneinheit P) und Millimeter, und man will K' nach Gramm und Meter, so hat man doch $K' = K$ nach (2).

Oder man wollte als Einheit der Beschleunigung A' diejenige der Schwere auf der Erdoberfläche (resp. in Göttingen z. B.) einführen, so würde

$$K' = K\sqrt{\frac{1}{9811{,}63}} \quad \text{nach (1)}$$

wenn man Milligramm und Millimeter beibehält. (Oder auch wenn man zugleich Kilogramm und Meter eingeführt hätte). Siehe auch in § 6 und § 9.

§ 27 spricht von der totalen Intensität des Erdmagnetismus, wozu eine genauere Messung der Inclination erforderlich als mittelst der Inclinatorien bisher möglich war. Vergl. § 6.

§ 28. Eine andere Theorie des Magnetismus (Ampère) wird an obigem Calcul dem Wesen nach nichts ändern. Schluss der Abhandlung von Gauss.

Ich schliesse mit einigen Vergleichen zur Bedeutung von T: Es ergab sich diese horizontale Intensität in Göttingen als eine Beschleunigung von etwas über $1\frac{3}{4}^{mm}$. Denkt man sich dazu eine Declinationsnadel, welche die Einheit des nördlichen und südlichen Fluidums in ihren Polen vereinigt hält; von diesen aus sollen im magnetischen Meridian horizontale glatte Bahnen angebracht sein; die Stahlmasse jedes Poles betrage so viel als diejenige eines Milligrammes. Könnte man die so definirten Pole von einander trennen, so würde jeder derselben mit der Beschleunigung von $1\frac{3}{4}^{mm}$ auf seiner Bahn forteilen.

T ist aber auch eine Quantität magnetischen Fluidums: nämlich diejenige, welche auf die Einheit des Fluidums in 1^{mm} Abstand die Kraft $1\frac{3}{4}$ ausübt; z. B. wäre diese Einheit des Fluidums in der Einheit der Stahlmasse lostrennbar, so würde sie von T getrieben mit der Beschleunigung $1\frac{3}{4}$ forteilen, wie wir auch vorhin gerade gesehen haben.

Die zweite Betrachtungsweise adaptirt sich gut für das Product TM, worin M das magnetische Moment der Declinationsnadel war: man denke sich nämlich die Nadel um 90° aus dem Meridian, Axe der x, gedreht, in die Axe der y, so hat man analog dem § 5

$$\int x d\mu = 0, \quad \int y d\mu = M, \quad \int z d\mu = 0, \text{ und}$$

$$\int y \frac{T d\mu}{1^2} = T \int y d\mu = TM$$

Hiemit kann man das physicalische Pendel (s. § 7) vergleichen, in welchem man ebenfalls die Ablenkung um 90° aus der Gleichgewichtslage hergestellt denke; die Summe der statischen Momente heisst dann $\int y g d\mu$ oder g mal Moment des Schwerpunctes der Masse des Pendels. g heisst auch die Intensität der Schwerkraft.

Letztere Vergleichung darf aber nicht zu einem Conflicte führen mit § 26, woselbst T mit $\sqrt{g}$ zu messend hervorging, wenn man statt der Beschleunigung 1 die Beschleunigung g zu Grunde legen wollte. In der That ist auch in obiger Gleichung I das Product TM der Stellvertreter der statischen Momentensumme beim Pendel, TM ist mit g dividirbar, also jeder seiner gleichartigen Factoren $\sqrt{g}$. Man weiss auch, dass die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche nur von der Erde und nicht vom angezogenen Körper bedingt ist, während bei der magnetischen Anziehung oder Abstossung der anziehende und der angezogene Theil in Betracht kommen müssen.

Augsburg im Sommer 1870 und 1871.

Ueber sprungweise Aenderungen in einzelnen Reductionselementen eines Instrumentes.

Von

Professor **Dr. Edmund Weiss.**

Vom Herrn Verfasser aus den Sitzungsberichten der Wiener Academie freundlichst mitgetheilt.

Unter den Fehlerquellen, denen Beobachtungen unterworfen sind, scheint mir eine besondere Classe, wahrscheinlich ihres sporadischen Auftretens, und ihres eigenthümlichen, nahezu unerklärlichen Verhaltens wegen, noch nie einer eingehenderen Untersuchung unterzogen worden zu sein. Ich meine damit temporäre, sprungweise Aenderungen in einem einzelnen Reductionselemente, ohne irgend eine ersichtliche Ursache und ohne irgend eine nachweisbare Affection der übrigen Constanten des Instrumentes. Da man indess das Vorkommen solcher sprungweiser Aenderungen vielfach für unmöglich halten dürfte, mir jedoch eine durchgreifende Discussion dieses Gegenstandes in mancher Beziehung von keiner geringen Tragweite zu sein scheint, will ich die mir bekannten Fälle dieser Art so detaillirt wiedergeben, dass Jeder sich selbst ein Urtheil über die Beweiskraft der angeführten Thatsachen und Berechtigung der darauf gebauten Schlüsse zu bilden im Stande ist.

Als im Jahre 1863 eine Bestimmung der Meridiandifferenz der Sternwarte Leipzig und dem auf dem Dablitzer Berge (einer etwa $1^1/_2$ deutsche Meilen nordöstlich von Prag gelegenen Anhöhe) errichteten Feldobservatorium vorgenommen werden sollte, wurde mir vom Herrn Director C. v. Littrow die Ausführung der von Seite Oesterreichs nöthigen Beobachtungen übertragen. Die persönliche Gleichung sollte durch einen Stationswechsel der Beobachter eliminirt werden: ich begab mich daher am 12. September nach Leipzig, um durch

einige Zeit am dortigen Passageninstrumente von Liebherr und Utzschneider zu beobachten. Dasselbe war auf die gewöhnliche Art zwischen zwei Pfeilern aufgestellt, hatte eine Oeffnung von 29 Pariser Linien, eine Brennweite von 2½ Fuss und eine hundertfache Vergrösserung. Als ich nun die Beobachtungen vom 18. September am folgenden Tage reducirte, fand ich zu meinem nicht geringen Staunen, dass nur die Beobachtungen des Polarsternes δ *ursae minoris* denselben Collimationsfehler ergäben, wie die früheren Tage, dass hingegen die Zeitsterne einen ganz anderen beanspruchen, und die etwa $2\frac{1}{2}^h$ später beobachteten Registrirsterne weder mit dem einen noch dem andern, sondern einem dritten, von beiden bedeutend verschiedenen Collimationsfehler reducirt werden müssten. An der Neigung hatte sich im Laufe des Abendes nicht die geringste Anomalie gezeigt, sie stimmte im Gegentheil mit der vom 15. September, dem vorhergehenden Beobachtungstage, vollkommen überein. Eine allsogleich vorgenommene sorgfältige Untersuchung des Instrumentes in allen seinen Theilen führte zu keinem Resultate: ich fand alles in der besten Ordnung. Ich erwartete daher mit der grössten Spannung den Abend, der heiter zu werden versprach: es wuchs jedoch mein Staunen nicht wenig, als die Reduction der Beobachtungen desselben dem Instrumente wieder sehr nahe dieselben Correctionen zuwies, die es vor der unerklärlichen Störung des vorhergehenden Abendes gefordert hatte.

Um diese Verhältnisse gehörig übersehen zu können, werde ich hier auch die Reductionselemente hersetzen, welche aus den beiden dem 18. September vorhergehenden und nachfolgenden Beobachtungsabenden folgen. Dabei entnehme ich die Angaben des Niveau's, die Reduction der beobachteten Fadenantritte auf den Mittelfaden, sowie die Rectascensionen der Sterne dem Beobachtungsjournale, welches in der Abhandlung „Bestimmung der Meridiandifferenz Leipzig-Dablitz, für die von Herrn Generallieutenant J. J. Baeyer vorgeschlagene mitteleuropäische Gradmessung, von C. v. Littrow“[1]) vollständig zum Abdrucke gelangt ist. Aus diesen Zahlen werde ich jedoch hier die Reductionselemente des Instrumentes in einer etwas anderen Weise, die mir für diese specielle Untersuchung mehr zu conveniren scheint, ableiten.

1) Denkschr. d. math.-nat. Cl. d. k. Acad. d. W. in Wien. Vol. XXVIII.

Reducirt man zunächst alle Nivellirungen durch Hinzufügen der doppelten Zapfenungleichheit (W—O=—3ᵖ82) auf Nivellirungen bei der Kreislage West, so erhält man:

1863	Sept. 11		Sept. 15		Sept. 18		Sept. 19		Sept. 23	
Uhrzeit der Nivellirung.	Kreis-lage.	Nivel. bez. a. K. W.	Kreis-lage.	Nivel. bez. a. K. W.	Kreis-lage.	Nivel. bez. a. K. W.	Kreis-lage	Nivel. bez. a. K. W.	Kreis-lage.	Nivel. bez. a. K. W.
18ʰ0	W	—1ᵖ83	W	—1ᵖ58	W	—1ᵖ52	O	—1ᵖ38	O	—0ᵖ98
18.6	O	—1.04	O	—1.14	O	—1.39	W	—1.38	W	—1.16
19.9	W	—1.69	W	—1.20	W	—0.76	O	—1.41	O	—1.35
22.3	W	—1.00	.	.	W	—1.60	O	—1.71	O	—1.54
23.1	O	—0.74	.	.	O	—1.05	.	.	W	—0.78
23.6	.	.	.	.	W	—1.40	.	.	O	—1.35

Diese Nivellements zeigen, dass die Neigung im Laufe eines Abendes sich sehr constant zeigte, und auch an dem fraglichen 18. September keine Ausnahme hiervon stattfand. Es wurde daher an jedem Abende das Mittel aus allen Nivellirungen gezogen, dies Mittel bezüglich um + 0ᵖ96 und + 2ᵖ87 corrigirt, um daraus die Neigung bei Kreislage Ost und West zu erhalten, und schliesslich mit dem Werthe eines Theilstriches: 1ᵖ = 0ˢ164 in Zeitsecunden verwandelt. Die dadurch erhaltenen Zahlen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, die ausserdem noch Collimationsfehler (ohne Einrechnung der täglichen Aberration), Azimuth und Uhrcorrection enthält. Der Collimationsfehler wurde täglich aus den Beobachtungen des Polarsternes *δ ursae minoris* abgeleitet, indem das Instrument während der Culmination desselben umgelegt wurde. Das Azimuth wurde immer aus den Beobachtungen des Polarsternes in Verbindung mit denen der Sterne *γ Draconis* und *α Lyrae*, von denen der erste in der einen, der letzte in der andern Kreislage beobachtet ist, berechnet. Die Uhrcorrection ist jene, welche in der oben citirten Abhandlung aus dem Inbegriffe aller Zeitsternbeobachtungen desselben Abendes ermittelt wurde. Am 11. September endlich beobachtete noch Prof. Bruhns in Leipzig, an den folgenden Tagen aber durchgehends ich.

1863	Uhrzeit.	Uhr-correction u	Nivel. bez. a. K. W.	Neigung K. W.	Neigung K. O.	Collimationsfehler c_w	Azimuth k
Sept. 11	19ʰ0	+ 1ᵐ 57ˢ 92	— 1ᵖ 26	—0ˢ 049	+0ˢ 264	— 0ˢ 369	— 1ˢ 31
„ 15	18.9	+ 1 57.97	— 1.31	—0.057	+0.256	— 0.295	— 1.39
„ 18	. .	. . . .	— 1.29	—0.054	+0.259	— 0.334	. . .
„ 19	19.1	+ 1 57.70	— 1.47	—0.084	+0.230	— 0.300	— 1.69
„ 23	19.1	+ 1 55.97	— 1.19	—0.038	+0.276	— 0.276	— 1.54

Der Anblick dieser Tabelle scheint wohl darauf hinzuweisen, dass während der ganzen Periode im Instrumente und seiner Aufstellung keine erheblichen Aenderungen vorgegangen seien, und dass namentlich auch der Collimationsfehler nur sehr geringe Schwankungen um seinen Mittelwerth $c_w = -0^s315$ aufzuweisen habe. Dem widersprechen jedoch die Beobachtungen vom 18. September, von denen ich hier zunächst nur die Aug- und Ohr-Beobachtungen in einer allgemein verständlichen Anordnung mittheile.

I.

Name des Sternes.	Grösse des Sternes.	Durchgangszeit durch den Mittelfaden.	Zahl der Fäden	Correct. wegen Neigung.	Rectascension des Sternes.	$u + mk \pm c. \sec. \delta$
		Kreis West.				
δ ursae min.	4.5	18ʰ 14ᵐ 9ˢ 63	10	— 0ˢ 75	18ʰ 16ᵐ 16ˢ 32	+ 2ᵐ 7ˢ 44
		Kreis Ost.				
δ ursae min.	4.5	18 13 54.01	8	+ 3.58	18 16 16.32	+ 2 18.73
α Lyrae	1.0	30 21.98	9	+ 0.32	32 20.40	+ 1 58.10
ζ¹ „	4.5	38 7.02	4	+ 0.32	40 5.79	58.45
β „	var.	43 5.23	7	+ 0.29	45 3.94	58.42
δ² „	4.5	47 46.89	6	+ 0.31	49 45.40	58.20
γ „	3.2	51 53.10	8	+ 0.29	53 52.05	58.66
49 Draconis	5.7	56 3.43	9	+ 0.46	58 2.63	58.74
		Kreis West.				
η Lyrae	4.5	19 7 12.23	7	— 0.07	19 9 8.37	+ 1 56.21
κ Cygni	4.5	12 1.92	5	— 0.09	13 58.35	56.52
4 „	5.0	19 19.46	9	— 0.06	21 15.93	56.53
8 „	4.6	24 47.13	9	— 0.06	26 43.76	56.69
θ „	4.9	30 52.54	8	— 0.08	32 48.75	56.26
γ Aquilae	3.0	37 52.67	9	— 0.04	39 48.27	55.64
α „	1.2	42 13.88	9	— 0.04	44 9.50	55.66
β „	4.0	46 42.94	7	— 0.04	48 38.62	55.72

Die letzte Columne der Zeitsterne in einer für das folgende zweckmässigeren Form geschrieben, lautet:

II.

Stern.	Uhrcorrection u	u'
	Kreis Ost.	
α Lyrae	$u = +1^m 58^s.10 - 0.28k + 1.28c_w$	$+1^m 57^s.53$
ζ^1 „	$58.45 - 0.30k + 1.26c_w$	57.92
β „	$58.42 - 0.37k + 1.20c_w$	58.05
δ^2 „	$58.20 - 0.31k + 1.15c_w$	57.70
γ „	$58.66 - 0.38k + 1.19c_w$	58.32
49 Draconis	$58.74 + 0.13k + 1.76c_w$	57.15
	im Mittel	$+1\ 57.78$
	Kreis West.	
η Lyrae	$u = +1\ 56.21 - 0.28k - 1.29c_w$	$+1\ 57.67$
$\varkappa$ Cygni	$56.52 + 0.05k - 1.67c_w$	57.76
4 „	$56.53 - 0.33k - 1.24c_w$	58.03
8 „	$56.69 - 0.36k - 1.21c_w$	58.22
θ „	$56.29 - 0.04k - 1.55c_w$	57.57
γ Aquilae	$55.64 - 0.67k - 1.02c_w$	57.50
α „	$55.66 - 0.69k - 1.01c_w$	57.54
β „	$55.72 - 0.71k - 1.01c_w$	57.63
	im Mittel	$+1\ 57.74$

Aus den Beobachtungen von *δ ursae minoris* folgt der schon oben angeführte Collimationsfehler $c_w = -0^s.334$ für Kreis West, und für das Azimuth $k = -1^s.57$, wenn man das Mittel aus den Durchgangszeiten des Polarsternes durch den Mittelfaden bei Kreis W. und Kreis O. zieht, und daraus unter der Annahme eines Uhrstandes $u = +1^m\ 57^s.76$, der dem früheren zufolge unmöglich um Vieles fehlerhaft sein kann, das Azimuth berechnet. Beide Grössen passen ganz gut in die Reihe der Werthe dieser Correctionen, die zwischen dem 11. und 23. Sept. gefunden wurden, geben aber, auf die Reduction der Zeitsterne angewendet, für die Uhrcorrection

$u_0 = +1^m 58^s 38$ im Mittel der sechs Sterne bei Kreis O.
$u_w = +1\ 57{\cdot}18$ „ „ „ acht „ „ „ W.

Der enorme Unterschied zwischen u_w und u_0 ist seinem bei weitem grössten Theile nach nur durch eine Aenderung des Collimationsfehlers wegzuschaffen, indem eine Variation des Azimuthes fast nur den absoluten Uhrstand $u = 1/2\,(u_w + u_0)$ afficiren, aber die Differenz

$u_w - u_0 = -1\overset{s}{.}20$ so gut wie gar nicht verringern würde, da das Mittel der Declinationen der in beiden Kreislagen beobachteten Sterne sehr nahe gleich ist.

Nehmen wir daher an, der Collimationsfehler habe sich zwischen der Beobachtung von δ ursae minoris und α Lyrae aus unbekannter Ursache sprungweise geändert, und sei dann unverändert geblieben, so lässt sich der neue Werth desselben ziemlich sicher angeben. Nach Tafel II gibt das Mittel der bei Kreis Ost, und das Mittel der ersten sechs bei KW. beobachteten Sterne:

$u = +1^m 58\overset{s}{.}43 - 0.25k + 1.32c_w$ aus sechs Sternen bei KO.
$u = +1\ 56.31 - 0.27k - 1.33c_w$ „ sechs „ „ KW.

Die letzten zwei bei KW. beobachteten Sterne wurden hier vorläufig weggelassen, um die Coëfficienten von Azimuth und Collimationsfehler in beiden Kreislagen möglichst gleich zu erhalten. Die beiden vorstehenden Gleichungen liefern nach u und c aufgelöst:

$$u = +1^m 57\overset{s}{.}37 - 0{\cdot}26k$$
$$2{\cdot}65c_w = -2\overset{s}{.}12 - 0{\cdot}02k$$

also mit dem obigen Werthe von $k = -1\overset{s}{.}57$

$$u = +1^m 57\overset{s}{.}78$$
$$c_w = -0\overset{s}{.}79$$

Mit diesen Werthen nämlich $c_w = -0\overset{s}{.}79$ und $k = -1\overset{s}{.}57$ ist die letzte Columne (u') der Tafel II gerechnet. Die Uebereinstimmung der aus den einzelnen Sternen folgenden Uhrcorrectionen u' unter einander ist jedoch insbesondere bei Kreis Ost alles eher als befriedigend. Ich werde später noch einmal darauf zurückkommen.

Gehen wir jetzt auf die Registrirsterne über, so haben wir nach den Ablesungen auf dem Leipziger Registrirstreifen:

I*

Name des Sternes.	Grösse des Sternes.	Durchgangszeit durch den Mittelfaden.	Zahl der Fäden.	Correct. wegen Neigung.	Rectascension des Sternes.	$u + mk \pm c \sec. \delta$
		Kreis West.				
ε Cephei	5.1	$22^h\ 8^m\ 8\overset{s}{.}71$	19	$-0\overset{s}{.}10$	$22^h\ 10^m\ 4\overset{s}{.}35$	$+1^m 55\overset{s}{.}74$
2 Lacertae	5.0	13 31.18	25	−0.08	15 26.55	55.45
α „	4.0	23 48.24	24	−0.08	25 48.65	55.49
8 „	5.7	27 55.76	25	−0.07	29 51.15	55.46

Name des Sternes.	Grösse des Sternes.	Durchgangszeit durch den Mittelfaden.	Zahl der Fäden.	Correct. wegen Neigung.	Rectascension des Sternes.	$u + mk$ $\pm$ c sec. δ
			Kreis Ost.			
7953 B. A. C.	6.3	(22h 40m 2s.73)	19	+0s.48	22h 42m 2s.40	(+1m 59s.19)
15 Lacertae	5.0	43 57.10	15	+0.35	45 56.24	58.79
0 Androm.	3.7	53 43.04	23	+0.34	55 42.00	58.62
3 „	4.8	56 7.64	23	+0.40	22 58 7.10	59.06
8056 B. A. C.	6.5	22 59 8.25	5	+0.37	23 1 7.18	58 56
8 Androm.	4.9	23 9 29.70	20	+0.39	11 28.94	58.85
12	6.0	12 22.68	23	+0.32	14 21.49	58.49
			Kreis West.			
72 Pegasi	5.0	23 25 18.51	25	−0.06	23 27 14.22	+1 55.77
λ Androm.	3.5	29 1.18	20	−0.08	30 57.01	55.96
79 Pegasi	6.2	40 52.78	23	−0.08	42 48.36	55.64
ϱ Cassiop.	5.0	45 43.25	25	−0.10	47 38.76	55.61

Schreibt man auch hier wieder die letzte Columne in derselben Form wie früher bei den Beobachtungen mit Aug und Ohr, so hat man:

II.*

Stern.	Uhrcorrection u	u''
	Kreis West.	
ε Cephei	$u = +1^m 55^s.74 + 0.16k - 1.81c_w$	$+1^m 57^s.48$
2 Lacertae	$55.45 - 0.14k - 1.44c_w$	57.25
α „	$55.49 - 0.05k - 1.54c_w$	57.26
8 „	$55.46 - 0.28k - 1.29c_w$	57.32
	im Mittel	+1 57.33
	Kreis Ost.	
7953 B. A. C.	$u = +1^m 59^s.19 + 0.21k + 1.87c_w$	$+1^m (56^s.80)$
15 Lacertae	$58.79 - 0.21k + 1.36c_w$	57.62
0 Androm.	$58.62 - 0.23k + 1.34c_w$	57.51
3 „	$59.06 - 0.05k + 1.53c_w$	57.46
8056 B. A. C.	$58.56 - 0.15k + 1.42c_w$	57.24
8 Androm.	$58.85 - 0.08k + 1.50c_w$	57.33
12 „	$58.49 - 0.30k + 1.26c_w$	57.57
	im Mittel	+1 57.46
	Kreis West.	
72 Pegasi	$u = +1^m 55^s.77 - 0.41k - 1.16c_w$	$+1^m 57^s.69$
λ Androm.	$55.96 - 0.14k - 1.43c_w$	57.75
79 Pegasi	$55.64 - 0.45k - 1.13c_w$	57.59
ϱ Cassiop,	$55.61 + 0.17k - 1.82c_w$	57.34
	im Mittel	+1 57.59

Die Beobachtung des Sternes 7953 B. A. C. ist bereits im Beobachtungsjournale als misslungen angeführt, und es weichen in der That die einzelnen Fädenantritte, auf den Mittelfaden reducirt, um mehr als eine Zeitsecunde von einander ab. Er wurde deshalb in den folgenden Untersuchungen ausser Acht gelassen. Die übrigen Sterne ergeben:

$u = +1^m 55^s 64 - 0.14k - 1.45c^w$ aus 8 Sternen bei K. W.

$u = +1\ 58.73 - 0.17k + 1.40c_w$ „ 6 „ „ K. O.

und damit:

$$2\ 85c_w = -3^s09 + 0{\cdot}03k$$

also wieder $k = -1^s57$ setzend:

$$c_w = -1^s10.$$

Mit diesem Werthe ist die letzte Columne (u'') berechnet. Die Uebereinstimmung der einzelnen Werthe von u' unter einander lässt kaum etwas zu wünschen übrig, wenn man bedenkt, dass die Rectascensionen auf keine grosse Genauigkeit Anspruch machen können, da die Grösse der Sterne die fünfte fast nie übersteigt, in einzelnen Fällen aber sogar unter die sechste herabsinkt. Zugleich zeigen die Werthe von u'' keinen merklichen, von der Zenithdistanz abhängigen Gang, beweisen also mit einem allerdings nur mässigen Gewichte, dass das angenommene Azimuth von der Wahrheit nicht beträchtlich abweiche, mit anderen Worten, dass das Azimuth im Laufe des Abendes keine anomale Aenderung erlitten habe. Es ist nämlich im Mittel aus:

ϱ Cassiop. u. ε Cephei . .	$u'' = +1^m 57^s 41$	Azim.	Coëf.	− 0.77
α Lacert. 3 u. 8 Androm. .	57.35	„	„	+ 0.06
λ Androm. 2 Lacert. und 8056 B.A.C.	57.41	„	„	+ 0.14
15 Lacert. u. O. Androm. .	57.56	„	„	+ 0.22
8 Lacert. u. 12 Androm. .	57.54	„	„	+ 0.29
72 u. 79. Pegasi	57.64	„	„	+ 0.43

Es kann daher wohl keinem Zweifel unterliegen, dass das Fadennetz nach der Beobachtung des Polarsternes aus seiner normalen Position in eine zweite, wenn man so sagen darf, labile verschoben worden sei, in der es durch mehrere Stunden verweilte; dass es jedoch, wie die Beobachtungen der folgenden Tage darthun, nach einiger Zeit wieder in die ursprüngliche Lage zurückkehrte.

Bei dieser Erklärung bieten indess die Aug- und Ohrbeobachtungen eine Schwierigkeit dar, da sie zur Reduction einen dritten mittleren Werth des Collimationsfehlers fordern. Wir fanden nämlich:

aus den Polarstern-Beobachtungen . . . . $c_w = -0^s.33$
„ „ Aug- und Ohr- „ . . . . $= -0.79$
„ „ Registrir- „ . . . . $= -1.10$.

Wohl könnte man annehmen, dass die Verschiebung des Fadennetzes nicht sprungweise, sondern successive erfolgte, und es daher bei den Beobachtungen mit Aug und Ohr eine mittlere Lage inne hatte; allein abgesehen davon, dass ich dies, später mitzutheilenden ähnlichen Vorkommnissen zufolge, für sehr unwahrscheinlich halte, zeigen auch die grossen Differenzen, welche die einzelnen Werthe von u' (in Tafel II) unter einander aufweisen, dass der Collimationsfehler $c_w = -0^s.79$ blos ein Rechnungsresultat ist, welches das Mittel der Beobachtungen bei Kreis Ost und Kreis West mit einander in Einklang bringt, aber keineswegs der Natur entspricht. Ich glaube vielmehr, dass bei den Beobachtungen der Zeitsterne mit Aug und Ohr das Instrument sich allerdings in einem Uebergangsstadium befand, während welchem noch mehrere Rückschläge auf den normalen Collimationsfehler vorkamen, und dass erst in der Pause zwischen den Aug- und Ohr-, und den Registrir-Beobachtungen eine gewisse Stabilität eintrat. In der That findet man, wenn man den ersten und letzten Werth des Collimationsfehlers mit c_1 und c_2 bezeichnet, also $c_1 = -0^s.33$, $c_2 = -1^s.10$ setzt und reducirt:

Kreis Ost.

α Lyrae	mit c_1	$u = +1^m$	$58^s.01$
ζ_1 „	„ c_2		57.53
β „	„ c_2		57.68
δ^2 „	„ c_1		58.27
γ „	„ c_2		57.96
49 Dracon.	„ c_1		57.95
	Im Mittel	$u = +1$	57.90

Kreis West.

η Lyrae mit	c_2	$u = +1$	58·07
$\varkappa$ Cygni „	c_2		58.28
4 „ „	c_1		57·46
8 „ „	c_1		57.66
θ „ „	c_2		58·05
γ Aquilae „	c_2		57.81
β „ „	c_2		57.85
α „ „	c_2		57·94
	Im Mittel	$u = +1$	57.89

Die Uhrcorrection aus dem Mittel der Beobachtungen bei Kreis West ist gleich jener aus dem Mittel der Beobachtungen bei Kreis Ost, wie es auch sein muss, wenn der Collimationsfehler richtig angenommen ist. Die Uebereinstimmung der Werthe von u unter einander lässt zwar noch manches zu wünschen übrig, ist indess bei weitem besser geworden. Auch fallen jetzt die Hauptabweichungen auf jene Sterne, die an den wenigsten Fäden, also voraussichtlich am unsichersten beobachtet sind, und da dem Original-Tagebuche zufolge die Bilder der Sterne im Allgemeinen sehr unruhig waren, kann man eine gute Uebereinstimmung schon von vorne herein nicht erwarten.

Die hier soeben nachgewiesene sprungweise Aenderung des Collimationsfehlers steht übrigens nicht vereinzelt da. So findet sich bei der Mittheilung der Beobachtungen vom 8. October 1825 am Reichenbachischen Meridiankreise der Königsberger Sternwarte [1]) folgende Notiz von Bessel:

„Gestern, nach der Beobachtung von α Lyrae, allein vor der Beobachtung der Zone, hat das Instrument eine bedeutende Veränderung erlitten, deren Ursache mir unbekannt ist. Der mittlere Faden wich sehr weit vom Meridianzeichen ab, die Axe hatte dieselbe Lage wie am 23. September, denn die Wasserwage zeigte 1·60 L. Ost, und nach der Umlegung 2·85 L. Ost; und nachdem der Faden durch die Schrauben am Netze auf das Meridianzeichen zurückgestellt war, zeigte das Instrument nach der Umlegung 2·8 Ost, woraus hervorgeht, dass die Aenderung allein im Fadennetze stattgefunden hat. Der Kreis wurde gegen Westen gewandt."

1) Astron. Beob. auf der königl. Univ. Stern Königsberg XI, p. 62.

Aus den weiteren Angaben ist ersichtlich, dass Bessel vom 23. September bis inclusive der Beobachtung von α Lyrae vom 7. October für den Collimationsfehler bei Kreislage Ost $c = -0^s.190$, und von da bis zum Zurückschrauben des Mittelfadens auf das Meridianzeichen $c = -1^s.932$ annahm, was auf eine Verschiebung des Fadennetzes um $-1^s.74$ bei Kreislage Ost, oder um $+1^s.74$ bei Kreislage West schliessen lässt. Nach dem Zurückschrauben des Fadennetzes und Umlegen des Fernrohres betrug der Collimationsfehler in Kreislage West $c = +0^s.088$. Damit waren jedoch die abnormen Bewegungen des Fadennetzes noch nicht beendet. Denn als O. Struve bei Gelegenheit der Herausgabe der Weisse'schen Reduction von Bessel's Zonen zwischen $+15^\circ$ und $+45^\circ$ Declination, die Zonentafeln einer sehr sorgfältigen Revision unterziehen liess, fand sich bei der am 9. October 1825 beobachteten Zone 323 eine eigenthümliche Erscheinung, die er mit folgenden Worten beschreibt[1]):

„Zona 323 singulare offert phaenomenon. Extendit a 20^h58^m ad 22^h33^m et insunt stellae communes cum zonis 198, 309, 315 et 319. In initio nulla vel minima tantum exstat differentia inter ascensiones rectas ex his vel illa deductas. Est enim inter 20^h58^m et 21^h16^m

$$\alpha\,323 = \alpha\,315 - 0^s.09 \text{ ex } 11 \text{ stellis}$$
$$\alpha\,198 - 0.07 \text{ „ } 2 \text{ „}$$

tum subito apparent differentiae gravissimae quantitatis proxime constantis usque ad finem zonae, nempe

$$\alpha\,323 = \alpha\,198 + 1^s.34 \text{ ex } 8 \text{ stellis}$$
$$\alpha\,309 + 1.49 \text{ „ } 14 \text{ „}$$
$$\alpha\,319 + 1.22 \text{ „ } 5 \text{ „}$$

unde per medium, ponderibus positis secundum numeros stellarum comparatarum evadit correctio $\alpha\,323 = -1^s.38$. Ad explicandum hunc transitum, variationem subitam in positione totius instrumenti vel alicujus ejus partis, ex. gratia reticuli, per vim externam effectam, supponere debemus.“

Es betrug daher der Sprung des Instrumentes an diesem Tage $-1^s.38 - 0^s.09 = -1^s.47$, oder dies ganz auf den Collimationsfehler geworfen, bei einer mittleren Declination der Zone von $+24^\circ$ die Variation desselben $-1^s.34$, während dem obigen zufolge die Verschiebung

1) M. Weisse, Positiones mediae stellarum fixarum in Zonis Regiomontanis a Besselio inter + 15° et + 45° Declinationis observatarum p. XXI.

des Fadennetzes am 7. October auf +1ˢ74 sich belaufen hatte. Beide Zahlen sind wohl um 0ˢ40 von einander verschieden; doch hat dieser Unterschied kaum viel zu bedeuten, da sich weder die Verschiebung des Fadennetzes vom 9. October mit grosser Schärfe ermitteln lässt, noch auch Bessel's Angabe $c = -1^s932$ für den Collimationsfehler nach dem räthselhaften Sprunge vom 7. October auf einen sehr hohen Grad von Präcision Anspruch machen dürfte. Denn er kann diesen Werth wohl nur aus Einstellungen auf das Meridianzeichen erhalten haben, die er selbst im sechsten Bande pag. XIII der Königsberger Beobachtungen für wenig sicher erklärt, und auch der Umstand, dass die Collimationsfehler vor und nach dem Zurückschrauben des Fadennetzes ohne tägliche Aberration (—0ˢ012) zu —1ˢ92[0] und +0ˢ10[0], also im Grunde nur auf zwei Decimalen, d. h. um eine weniger als sonst angegeben werden, spricht dafür, dass sie Bessel nicht für sehr genau hielt. Ich glaube daher annehmen zu dürfen, dass auch hier das Fadennetz am 9. October wieder ganz in jene Lage zurückgesprungen sei, die es vor der Störung am 7. October hatte, wenn auch nur auf kurze Zeit, da bei der bald darauf beobachteten Zone 324 das Instrument schon wieder in die Position zurückgekehrt war, die es beim Beginne der Zone 323 eingenommen hatte.

In dieselbe Kategorie, nämlich einer sprungweisen Verschiebung des Fadennetzes, scheint mir auch die Veränderlichkeit zu gehören, welche am Leidener Meridiankreise während der Bestimmung der Längendifferenz zwischen den Sternwarten Leiden und Brüssel auftrat. Prof. F. Kaiser gibt im II. Bande der Annalen der Sternwarte in Leiden einen ausführlicheren Bericht über diese Operation, dem ich die folgenden auf diesen Gegenstand bezüglichen Stellen entnehme. Zur Erläuterung bemerke ich nur noch, dass die Längenbestimmung zwischen dem 1. und 11. September 1868 ausgeführt, und der Meridiankreis täglich umgelegt wurde, und dass Dr. N. M. Kam, damals Observator der Sternwarte in Leiden, die bezüglichen Beobachtungen anstellte.

Auf Seite [154] des oben angezogenen II. Bandes der Annalen schreibt Prof. Kaiser:

„. . . Während der ausserordentlich schönen Tage vom 1. bis 11. September 1868 hat Herr van Hennekeler täglich die Sonne, und um die Mittagsstunde α urs. min. mit einigen Fundamentalsternen beobachtet. Dabei wurden jedesmal die Meridianzeichen abgelesen,

und der Collimationsfehler durch Niveau und Quecksilberhorizont bestimmt. Nachmittags, ungefähr um 6 Uhr, wurde von den Herren Kam und van Hennekeler das Instrument umgelegt, und unmittelbar vor und nach der Umlegung wurden die Meridianzeichen, das Niveau, und das Bild des Mittelfadens abgelesen. Um die Mitternachtsstunde stellte Herr Kam seine Beobachtungen für die Längenbestimmung an, welche jedesmal mit den oben genannten Ablesungen angefangen und beschlossen wurden. Aus den Ablesungen der Meridianzeichen geht hervor, dass das Azimuth des Instrumentes sich im Verlaufe eines der damals sehr warmen Tage nur um einen sehr kleinen Bruchtheil einer Bogensecunde änderte. Leitet man den Collimationsfehler aus den Ablesungen der Meridianzeichen bei der Umlegung, ferner aus den Ablesungen, die des Mittags, und aus denen, die um Mitternacht gemacht sind, ab, so findet man für diese drei ganz verschiedenen Tageszeiten Resultate, welche im Mittel nicht einmal ein Zehntel Bogensecunde von einander verschieden sind. [1]) Die Bestimmungen des Collimationsfehlers durch Niveau und Quecksilberhorizont zu drei ganz verschiedenen Stunden des Tages geben ebenso fast vollkommen dieselben Resultate, und diese kommen mit den aus den Meridianzeichen abgeleiteten sehr gut überein. Die täglichen Sternbeobachtungen des Herrn van Hennekeler sind mit allen diesen Ergebnissen vollkommen in Einklang, aber die Nachtbeobachtungen des Herrn Kam sind damit in Widerspruch. . . .“

ferner auf Seite [164]:

„. . . . Herr Dr. Kam brachte mir im December 1868 die ersten aus seinen Beobachtungen abgeleiteten Zeitbestimmungen, wobei er den Collimationsfehler angenommen hatte, so wie er jeden Tag mittelst des Niveaus und des Quecksilberhorizontes bestimmt worden war, und diese Zeitbestimmungen entsprachen Schwankungen nicht nur im Azimuthe des Instrumentes, sondern auch im Gange der vortrefflichen Hauptuhr Hohwü Nr. 17, welche ich für durchaus unmöglich halten musste. Nachdem ich mich bald überzeugt hatte, dass keine Rechen-

1) Nach der Zusammenstellung auf Seite [162] sind die Mittelwerthe des Collimationsfehlers für den ganzen Verlauf der zehn Tage vom 1. bis zum 11. September:

Aus den Beobachtungen um die Mittagsstunde:	$c = -1.23$	
„ „ „ Nachmittags um 6 Uhr	-1.12	
„ „ „ um die Mitternachtsstunde	-1.24	
im Mittel:	$c = -1.20$	

fehler die Ursache dieser sonderbaren Erscheinung waren, wünschte ich die Resultate der Zeitbestimmungen zu kennen, welche sich aus den von Herrn Dr. van Hennekeler um die Mittagsstunde angestellten Beobachtungen ableiten liessen, und diese wurden mir bald darauf verschafft. Herr Dr. Kam beobachtete jeden Tag den Stern α ursae min. in der unteren Culmination mit den übrigen für die Zeitbestimmung ausgewählten Pol- und Zeitsternen. Herr Dr. van Hennekeler beobachtete jeden Tag den Stern α urs. min. in der oberen Culmination mit zwei oder mehreren der Sterne α Bootis, η urs. maj., α Leonis und α Virginis, und nahm ebenfalls den aus Niveau und Quecksilberhorizont abgeleiteten Collimationsfehler an. Die folgende Tabelle enthält nach Verbesserung einiger Rechnungsfehler die Zusammenstellung der Zeitbestimmungen, so wie ich dieselben von Herrn Dr. Kam erhalten habe.

Zeitbestimmungen von Dr. Kam.

1868	Arml.	St. Z.	Uhrstand.	tgl. G.	Azim.
Sept. 1	O	23^h 3^m	— $16^m 50^s.44$	— $1^s.11$	— 1″.09
„ 2	W	23 3	51.55	+ 0.28	+ 4.05
„ 3	O	23 3	51.27	— 1.42	— 3.45
„ 4	W	23 3	52.69	+ 0.35	+ 9.06
„ 5	O	23 3	52.34	— 0.80	— 0.04
„ 6	W	23 3	53.14	+ 0.08	+ 6.63
„ 7	O	23 3	53.06	— 0.90	— 1.17
„ 8	W	0 20	54.00	— 0.26	+ 3.52
„ 9	W	23 3	54.25	+ 0.52	+ 3.90
„ 10	O	23 3	53.73	— 1.00	— 0.91
„ 11	W	23 3	54.73		+ 5.07

Zeitbestimmungen von Dr. van Hennekeler.

1868	Arml.	St. Z.	Uhrstand.	tgl. G.	Azim.
Sept. 2	O	11^h 40^m	— $16^m 51^s.22$	— $0^s.43$	+ 2″.73
„ 3	W	11 40	51.65	— 0.34	+ 4.03
„ 4	O	13 13	51.99	— 0.64	+ 2.85
„ 5	W	13 54	52.65	— 0.33	+ 3.51
„ 6	O	12 33	52.96	— 0.35	+ 1.92
„ 7	W	12 48	53.31	— 0.28	+ 2.13
„ 8	O	12 38	53.59	— 0.27	+ 1.18
„ 9	W	13 44	53.97	— 0.16	+ 1.26
„ 10	W	13 44	54.13	— 0.23	+ 1.36
„ 11	O	12 48	54.35		+ 2.68

Kleine Fehler in täglichen Zeitbestimmungen können bedeutende falsche Unregelmässigkeiten in den daraus abgeleiteten täglichen Uhrgängen zur Folge haben; aber so grosse Abwechslungen im Gange einer sehr vortrefflichen Uhr, als Herr Kam gefunden hat, lassen sich keineswegs aus gewöhnlichen Beobachtungsfehlern erklären, und sie zeigen, dass der angenommene Collimationsfehler des Instrumentes mit den Beobachtungen unvereinbar ist. Die für die einzelnen Tage angenommenen Werthe des Collimationsfehlers waren wenig von einander verschieden und deren Verbindung mit den Beobachtungen gab tägliche Schwankungen im Azimuthe des Instrumentes, welche selbst einen Betrag von 12″ erreichten, und durchaus unmöglich sind. Ganz verschieden davon sind die Resultate der Beobachtungen des Herrn van Hennekeler, obschon diese nicht absichtlich für eine genaue Zeitbestimmung angestellt waren. Bedenkt man, dass die täglich bestimmten Werthe des Collimationsfehlers keineswegs vollkommen sind, und dass bei einer Zeitbestimmung aus dem Polarsterne und einem Aequatorsterne ein Fehler in dieser Bestimmung 2.3mal vergrössert in die Zeitbestimmung selbst und 1.6mal vergrössert in das berechnete Azimuth des Instrumentes übergeht, so kommt man zu dem Schlusse, dass die Beobachtungen des Herrn Dr. van Hennekeler innerhalb der gewöhnlichen Beobachtungsfehler der aus den Hilfsapparaten abgeleiteten Stabilität des Instrumentes und dem Werthe des Collimationsfehlers entsprechen.“

Endlich heisst es auf Seite [165]:

„Der Fehler in den Zeitbestimmungen des Herrn Dr. Kam ist mir unerklärlich geblieben; doch unmittelbar fiel mir der Zeichenwechsel der abgeleiteten Uhrgänge auf, woraus es sich ergab, dass aus den sämmtlichen Beobachtungen des Herrn Dr. Kam sich ein, wenngleich irriger Collimationsfehler ableiten liess, womit sie wenigstens mit einander ziemlich gut in Uebereinstimmung gebracht werden konnten. Leitete man aus den so reducirten Beobachtungen die Uhrstände ab, für die Zeiten, worauf diese von Herrn Dr. van Hennekeler bestimmt worden sind, so kamen ihre Unterschiede sonderbar gut mit der bekannten persönlichen Gleichung zwischen den Herren Kam und van Hennekeler überein. Der Unterschied betrug im Mittel nicht einmal eine Zehntelsecunde. . . . .“

Der letzte Passus zeigt, dass weder die Zeitbestimmungen des Herrn Dr. Kam fehlerhaft sind, noch auch der aus ihnen abgeleitete

Collimationsfehler ein irriger ist, sondern dass das Instrument während der Beobachtungen von Dr. Kam in der That andere Reductionselemente erforderte, als während der Beobachtungen von Dr. van Hennekeler. Noch mehr wird man in dieser Annahme bestärkt, beim Anblicke des folgenden (S. [170] abgedruckten) Tableau's, welches Dr. Becker mit dem aus der Gesammtheit der Beobachtungen von Dr. Kam folgenden, als constant angenommenen mittleren Collimationsfehler $c = -0^s186$ berechnet hat, und in dem die Stände der Uhr für 23^h0^m Sternzeit gelten.

1868	Arml.	Corr. der Uhr.	Tägl. Gang.	Azimuth.
Sept. 1	O	$-16^m50^s.72$	$-0^s.42$	$+0^s.12$
„ 2	W	51.14	-0.34	-0.04
„ 3	O	51.48	-0.75	-0.06
„ 4	W	52.23	-0.26	$+0.24$
„ 5	O	52.49	-0.43	$+0.06$
„ 6	W	52.92	-0.38	$+0.03$
„ 7	O	53.30	-0.33	$+0.12$
„ 9	W	53.97	-0.05	$+0.09$
„ 10	O	54.02	-0.45	$+0.12$
„ 11	W	54.47		$+0.17$

Wie man sieht, sind nicht nur die grossen Sprünge im täglichen Uhrgange, sondern auch die im Azimuthe verschwunden, und es stimmt auch das letzere im Mittel beiläufig mit dem Mittel von van Hennekeler's Azimuthen überein, sowie begreiflicher Weise jetzt die Uhrgänge beider Herren nahezu identisch sind. Genauer den Gegenstand zu verfolgen, ist leider nicht möglich, da Prof. Kaiser das dazu nöthige Detail nicht veröffentlicht hat.

Ich glaube daher auch hier annehmen zu dürfen, dass täglich vor der Beobachtung der Zeitsterne eine sprungweise Verschiebung des Fadennetzes um beiläufig 0^s1 (nämlich dem Collimationsfehler -0^s186 aus den Beobachtungen der Sterne, weniger dem -0^s080 aus den Ablesungen der Collimatoren) eintrat und nach den Zeitbestimmungen wieder eine Verschiebung im entgegengesetzten Sinne erfolgte. Man wird allerdings und mit Recht einwenden, dass schon das Stattfinden eines einmaligen Vorganges dieser Art sehr unwahrscheinlich sei: um wie viel mehr aber erst ein mehrmaliges so zu sagen periodisches Auftreten dieser Erscheinung. Allein trotzdem kann ich auch hierzu aus meiner eigenen Erfahrung ein wenigstens sehr analoges Seitenstück beibringen.

Im Herbste des Jahres 1864 wurde auf dem Laaerberge in der Nähe von Wien (4ˢ56 östlich und 3′4″3 südlich von der k. k. Sternwarte) für Zwecke der europäischen Gradmessung Breite und Azimuth bestimmt, und es betraute Herr Director v. Littrow mich mit der Leitung der bezüglichen Beobachtungen. Die Breitenbestimmungen mittelst Polarstern und mittelst Circummeridianhöhen wurden an einem, von Herrn G. Starke in der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes verfertigten Universale angestellt, dessen verstellbarer, 10zölliger Höhenkreis direct von 5′ zu 5′ getheilt war. Die Parallelfäden der Ablesemicroscope, bei denen jeder Trommeltheil der Micrometerschraube sehr nahe 1″ repräsentirte, waren durch eine Glasplatte mit einer eingeritzten Doppellinie ersetzt. Solcher Doppellinien waren in jeder Platte zwei, in einer Distanz von nahezu 4½′ eingerissen, um mit einer halben Schraubenumdrehung zwei benachbarte Theilstriche einstellen zu können, und dadurch beim Mittelnehmen aus beiden Lesungen nicht nur von den zufälligen Theilungsfehlern unabhängiger zu werden, sondern auch zugleich einen Theil der periodischen Ungleichheiten der Schraube zu eliminiren.

Herr Director v. Littrow steht eben im Begriffe, einen detaillirten Bericht über die ganze Operation der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften vorzulegen, in deren Denkschriften er in der nächsten Zeit erscheinen wird. Diesem Berichte entnehme ich nun die nachstehenden Indexfehler ($J = \frac{1}{2}$ Kr. West + $\frac{1}{2}$ Kr. Ost) des Höhenkreises, wie sie aus in der Regel je fünf Einstellungen eines Sternes bei Kreis Ost und West resultiren.

1864	Sternzeit.	Stern.	Indexfehler.
Sept. 10	21ʰ 38ᵐ	ε Pegasi	15° 44′ 23″.7
„ 10	8 38	α Ursae min.	25.7
„ 11	21 38	ε Pegasi	23.7
„ 11	22 35	η Aquarii	35.3
„ 11	23 36	γ Cephei	33.4
Inzwischen wurde der Kreis viermal um je 30° verstellt.			
Sept. 26	21ʰ 40ᵐ	ε Pegasi	134° 21′ 58.0
„ 26	23 1	α Pegasi	58.3
„ 26	23 41	γ Cephei	60.1
„ 27	21 38	ε Pegasi	59.7
„ 27	10 43	α Urs. min.	46.7
„ 28	18 41	α Urs. min.	57.3
„ 28	19 49	α Aquilae	58.3

1864	Sternzeit.	Stern.	Indexfehler.
Sept. 28	21h 25m	β Cephei	134° 21′ 59″6
„ 28	22 28	η Aquarii	58.6
„ 28	22 58	α Pegasi	58.0
„ 28	23 33	γ Cephei	58.1
„ 28	0 10	γ Pegasi	58.9
„ 28	0 54	ε Piscium	58.8
Kreis um 30° verstellt.			
Oct. 2	19h 49m	α Aquilae	164° 48′ 51″9
„ 2	21 42	ε Pegasi	51.3
„ 2	22 30	η Aquarii	50.2
„ 2	23 0	α Pegasi	51.9
„ 4	18 12	α Urs. min.	38.7
„ 4	18 30	α Urs. min.	49.6
„ 4	19 41	γ Aquilae	50.8
„ 4	21 40	ε Pegasi	48.9
„ 4	22 36	η Aquarii	50.5
„ 4	23 2	α Pegasi	51.3
„ 4	23 39	γ Cephei	49.6
„ 4	0 10	γ Pegasi	47.3
„ 4	0 53	ε Piscium	48.7
Den Kreis zweimal verstellt; zuerst um 15°, und hierauf um 80°.			
Oct. 17	17h 19m	α Ursae min.	69° 18′ 41″0
„ 18	0 14	α „ „	54.7
„ 19	17 1	α „ „	52.5

Beim Anblicke dieser Tabelle fallen sogleich mehrfach Sprünge im Indexfehler auf, wie am 11. September zwischen der Beobachtung von ε Pegasi und η Aquarii. Hier könnte man jedoch ganz einfach die Aenderung des Collimationsfehlers für eine kleine, in Folge eines unbemerkten Stosses eingetretene Verschiebung des Höhenkreises halten: allein diese Erklärung ist schon bei der nächsten Gruppe unzulässig, indem die ersten vier bei dieser Stellung des Kreises beobachteten Sterne für den Indexfehler im Mittel $J = 134°21'59''0$ und die lezten sechs im Mittel $J = 134°21'58''5$ liefern, während aus einer dazwischen liegenden Beobachtung des Polarsternes $J = 134°21'46''7$ folgt. Dasselbe gilt auch von der dritten Gruppe, wo sich am 4. October überdies der merkwürdige Fall ereignete, dass in einer grösseren Reihe von Einstellungen des Polarsternes die ersten einen andern Indexfehler ergeben als die letzten und die vorher und nachher beobachteten Sterne. Nimmt man ferner in jeder Gruppe das Mittel der nahe

gleichen Indexfehler, so erhält man für den Betrag der Aenderung des Indexfehlers:

am 11. September . . . . 10″0
„ 27. „ . . . . 12·0
„ 4. October . . . . . 10·9
„ 18. „ . . . . . 12·6

also Grössen, die so nahe constant sind, und von ihrem Mittelwerthe 11″4 so wenig abweichen, dass auch aus diesem Grunde an Verschiebungen des Kreises nicht gedacht werden kann.

Eben so wenig kann diese eigenthümliche Erscheinung die Folge einer Drehung des Microscopträgers sein, da eine solche durch die Libelle hätte angezeigt werden müssen; es kann daher ihr Grund nur in einer Verschiebung des Fadennetzes im Oculare des Fernrohres oder in einer Verschiebung des Micrometerapparates eines Microscopes zu suchen sein. Um nun zu entscheiden, welcher von beiden Fällen hier eintrat, habe ich aus dem Originaltagebuche alle jene Beobachtungen des Polarsternes, bei welchen zwischen den Einstellungen desselben eine ruckweise Aenderung des Indexfehlers sich aussprach, von neuem reducirt, und zwar so, dass ich die Reduction auf den Pol nicht an das Mittel der beiden Microscope, sondern an jedes einzelne anbrachte, um zu sehen, ob die Variation des Indexfehlers sich gleichmässig auf beide Microscope vertheile, was auf die erste Alternative hindeuten würde, oder blos einem derselben zur Last falle. Dadurch entstand die nachfolgende Zusammenstellung, zu der ich nur bemerken will, dass die zweite Columne das Mittel der Lesungen an beiden Parallelfäden des Microscopes I, reducirt auf Bogensecunden, enthält, und die dritte Columne dasselbe für Microscop II. Die Reduction auf den Pol ist mit Petersen's Tafel in der Schumacher-Warnstorffischen Sammlung von Hilfstafeln ausgeführt, und der Ort des Polarsternes dem Nautical Almanac entnommen.

Sternzeit.	Microscop		Correct. weg.		Reduction auf den Pol.	Instrument. P.	
	I.	II.	Libelle.	Refraction.		I.	II.
			1864 September 27.				
			Kreis Ost.				
18h 8m 15s.8	356° 35′ 26″.21	18″.69	−7″.54	+51″.79	−0° 23′ 52″.54	356° 12′ 17″.92	10″.40
11 18.8	34 21.23	13.90	−7.97	+51.76	22 47.77	17.52	9.92
14 25.8	33 15.14	7.39	−8.18	+51.73	21 41.33	17.36	9.61
16 38.8	32 24.90	18.02	−7.65	+51.70	20 53.90	15.05	8.17
18 59.8	31 36.87	29.04	−8.18	+51.67	20 3.51	16.86	9.03
					Im Mittel . .	356 12 16.89	9.43
			Kreis West.				
18 26 5.8	272 14 43.59	64.73	−0.21	−51.60	+0 17 30.43	272 31 22.21	43.35
28 48.8	15 42.03	62.88	+0.11	−51.57	16 31.63	22.20	43.05
31 42.8	16 43.67	64.81	+2.13	−51.54	15 28.63	22.89	44.03
34 4.8	17 35.33	57.87	+1.59	−51.51	14 37.12	22.53	45.07
36 55.8	18 36.86	59.05	+1.17	−51.48	13 34.22	20.77	42.96
					Im Mittel . . .	272 31 22.12	43.69

Sternzeit.	Microscop		Correct. weg.		Reduction auf den Pol.	Instrument. P.	
	I.	II.	Libelle.	Refraction.		I.	II.
			1864 September 27.				
			Kreis West.				
10h 17m 35s.7	271° 30′ 8″.89	9″.26	— 6″.38	— 53″.25	+ 1° 2′ 12″.20	272° 31′ 21″.46	21″.83
19 46.7	29 35.22	36.53	— 5.95	— 53.26	2 44.57	20.58	21.89
21 43.7	29 4.53	6.08	— 6.17	— 53.28	3 13.21	18.29	19.84
24 19.7	28 26.73	28.51	— 4.68	— 53.30	3 50.95	19.70	21.48
26 16.7	28 0.21	2.60	— 5.32	— 53.32	4 18.95	20.52	22.91
					Im Mittel . .	272 31 20.11	21.59
			Kreis Ost.				
10 34 36.7	357 17 42.07	38.24	— 5.64	+ 53.38	— 1 6 15.47	356 12 14.34	10.51
36 41.7	18 9.89	5.83	— 6.17	+ 53.40	6 43.78	13.34	9.28
37 55.7	18 26.48	21.78	— 4.79	+ 53.40	7 0.37	14.72	10.02
39 29.7	18 50.16	45.15	— 7.97	+ 53.41	7 21.34	14.26	9.25
40 52.7	19 7.50	2.49	— 7.86	+ 53.42	7 39.68	13.38	8.37
44 8.7	19 48.58	44.84	— 5.42	+ 53.45	8 22.39	14.22	10.48
45 47.7	20 12.80	7.68	— 8.50	+ 53.46	8 43.65	14.11	8.99
47 14.7	20 30.49	25.66	— 7.86	+ 53.46	9 2.17	13.92	9.09
48 40.7	20.46.67	42.80	— 7.44	+ 53.48	9 20.30	12.41	8.54
50 0.7	20 63.40	58.84	— 6.59	+ 53.49	9 37.03	13.27	8.71
					Im Mittel . .	356 12 13.80	9.32

Kreis West.

10 55 14.7	271 21 33.89	37.51	—1.39	—53.52	+1 10 41.37	272 31 20.35	23.97
57 4.7	21 11.72	16.44	0.00	—53.53	11 3.38	21.57	26.29
11 0 17.7	20 34.98	37.47	—1.17	—53.55	11 41.36	21.62	24.11
2 5.7	20 13.05	15.65	—2.13	—53.56	12 2.31	19.67	22.27
4 14.7	19 49.79	52.72	—0.74	—53.57	12 26.87	22.35	25.28
					Im Mittel . .	272 31 21.11	24.38

1864 September 28.

Kreis West.

18 21 48.2	272 13 12.21	15.91	—3.08	—52.05	+0 19 3.15	272 31 20.23	23.93
26 19.2	14 47.32	71.75	—1.39	—52.00	17 25.64	19.57	44.00
31 54.2	16 47.74	70.34	—0.74	—51.94	15 24.51	19.57	42.17
34 2.2	17 33.97	56.87	—1.28	—51.92	14 38.08	18.81	41.71
36 48.2	18 35.10	58.75	—0.85	—51.89	13 37.71	20.07	43.71
				Im Mittel.	Erste Einst. . .	272 31 20.23	23.93
				„ „	2.—5. „ . .	19.50	42.90

Kreis Ost.

18 40 19.2	356 23 47.95	65.08	—4.79	+51.85	—0 12 20.83	356 12 14.18	31.31
43 23.2	22 40.82	58.91	—5.53	+51.80	11 13.67	13.42	31.51
45 47.2	21 48.26	67.30	—4.47	+51.78	10 20.96	14.61	33.65
48 12.2	20 54.58	72.90	—4.89	+51.75	9 27.85	13.59	31.91
51 35.7	19 41.68	60.34	—6.27	+51.72	8 13.12	14.01	32.67
					Im Mittel . .	356 12 13.96	32.21

Sternzeit.	Microscop I.	Microscop II.	Correct. weg. Libelle.	Correct. weg. Refraction.	Reduction auf den Pol.	Instrument. P. I.	Instrument. P. II.
1864 October 4.							
Kreis West.							
18h 2m 24s.5	302° 33′ 25″.47	5″.29	−4″.79	−52″.91	+0° 25′ 55″.98	302° 58′ 23″.75	3″.57
4 54.5	33 77.68	56.81	−4.47	−52.88	25 3.34	23.67	2.80
6 51.0	34 57.75	37.32	−4.04	−52.86	24 22.33	23.18	2.75
8 12.5	35 28.07	5.83	−3.72	−52.85	23 53.51	25.01	2.77
0 46.5	36 59.58	37.22	−2.66	−52.83	23 20.33	24.42	2.06
					Im Mittel . .	302 58 24.01	2.79
Kreis Ost.							
18 12 24.5	27 0 40.97	32.44	−2.34	+52.91	−0 22 24.35	26 38 67.19	58.66
14 19.5	26 59 60.27	51.92	−0.53	+52.88	21 43.50	69.10	60.77
16 20.5	59 18.24	10.33	−2.02	+52.87	21 0.38	68.71	60.80
18 42.0	58 25.72	19.39	−1.49	+52.84	20 9.86	67.21	60.88
20 30.5	57 46.76	58.81	−1.60	+52.82	19 31.00	66.98	79.03
22 5.5	57 13.71	25.09	−0.95	+52.80	18 56.94	68.62	80.00
23 39.5	56 41.25	51.85	−1.49	+52.79	18 23.16	69.39	79.99
25 21.0	56 3.95	15.44	−1.06	+52.77	17 46.67	68.99	80.43
27 13.0	55 27.22	38.57	−0.63	+52.75	17 9.92	69.42	80.77
28 47.5	45 48.78	60.39	+0.21	+52.73	16 32.20	69.52	81.13
				Im Mittel 1.—4.	Einst. . .	26 30 8 05	0.28
				„ „ 5.—10.	„ . .	8.82	20.23

Kreis West.

18 32 17.0	302 44 2.76	4.48	−2.23	−52.78	+0 15 16.38	302 58 24.13	25.85
34 42.0	44 56.34	57.15	−3.40	−52.77	14 24.74	23.91	24.72
36 52.0	45 43.39	45.38	−2.76	−52.74	13 36.50	24.39	26.38
39 28.0	46 38.68	40.65	−1.81	−52.72	12 39.68	23.83	25.80
41 49.5	47 29.68	31.36	−1.92	−52.69	12 48.05	23.12	24.80
					Im Mittel . .	302 58 23.88	25.51

1864 October 19.

Kreis Ost.

16 43 35.2	111 59 43.40	57.85	+0.21	+50.95	+0 51 23.66	111 9 10.90	25.35
45 23.2	59 12.04	28.05	+0.96	+50.93	50 52.15	11.78	27.79
46 49.2	58 46.92	61.00	+0.21	+50.92	50 26.93	11.12	25.20
48 40.2	58 12.67	28.36	+1.80	+50.91	49 52.23	11.14	26.83
49 57.7	57 50.64	66.09	+1.06	+50.89	49 31.25	11.34	26.79
17 16 50.2	49 34.93	45.44	−0.32	+50.65	−0 21 13.39	111 9 11.87	22.38
18 33.2	48 64.43	55.77	−1.28	+50.63	40 40.35	13.43	4.77
19 47.7	48 41.00	31.90	−1.70	+50.62	40 16.35	13.57	4.47
21 35.2	47 63.95	55.78	−1.06	+50.60	39 41.64	11.85	3.68
22 58.2	47 37.09	29.22	−1.17	+50.59	39 14.69	11.82	3.95
				Im Mittel 1.—6. Einst. . .		111 9 11.36	25.72
				„ „ 7.—10. „ . .		12.67	4.22

Die Resultate der vorstehenden Rechnung übersichtlich zusammengestellt, sind daher:

1864 Sternzeit.			Kreis Ost.			Kreis West.		
			Microscop I	II.	Zahl d. Einst.	Microscop I.	II.	Zahl d. Einst.
Sept.	27	18ʰ.2	356° 12′ 16″.9	9″.4	5	. . . . .	. . .	. . .
		18.5	. . . . .	. . .	. . .	272° 31′ 22″.1	43″.7	5
	27	10.7	. . . . .	. . .	. . .	272 31 20.6	23.0	10
		10.7	356 12 13.8	9.3	10	. . . . .	. . .	. . .
	28	18.4	. . . . .	. . .	. . .	272 31 20.2	23.9	1
		18.5	. . . . .	. . .	. . .	272 31 19.5	42.9	4
		18.8	356 12 14.0	32.2	5	. . . . .	. . .	. . .
Oct.	4	18.1	. . . . .	. . .	. . .	302 58 24.0	2.8	5
		18.3	26 39 8.0	0.3	4	. . . . .	. . .	. . .
		18.4	26 39 8.8	20.2	6	. . . . .	. . .	. . .
		18.6	. . . . .	. . .	. . .	302 58 23.9	25.5	5
	19	16.9	111 9 11.4	25.7	6	. . . . .	. . .	. . .
		17.3	111 9 12.7	4.2	4	. . . . .	. . .	. . .

Hier sieht man auf den ersten Blick, dass Microscop I in keiner der drei Gruppen eine verbürgbare Aenderung erlitten, indem die kleinen Variationen in den Angaben desselben sich leicht aus den Beobachtungsfehlern u. s. w. erklären lassen. Anders bei Microscop II. Dies zeigt in der zweiten und dritten Periode je einen Sprung, in der ersten aber sogar deren drei: den ersten September 27 zwischen 18ʰ.2 und 18ʰ.5, den zweiten zwischen 18·5 und 10ʰ.7 und den dritten, September 28 nach 18ʰ.4. Bildet man bei Microscop II die Differenz der Nachbarwerthe, zwischen denen eine Verschiebung liegt, so erhält man für die Grösse derselben der Reihe nach:

am 27. September	. . . .	20″7
„ 28. „	. . . .	19·0
„ 28. „	. . . .	22.9
„ 4. October	. . . . .	19·9
„ 4. „	. . . . .	22.7
„ 19. „	. . . . .	21.5
	Im Mittel:	21·12

Die Hälfte dieser Grösse, also 10″6 würde als Aenderung des Indexfehlers auftreten, und diese Zahl ist, wie man sieht, so gut wie vollkommen identisch mit der früher aus grösstentheils anderen Beobachtungen dafür abgeleiteten 11″4. Zugleich sind auch hier die einzelnen Angaben für die Variation von Microscop II einander bis auf unverbürgbare Grössen gleich, indem der am meisten abweichende zweite Werth blos auf einer einzigen Einstellung in der einen Lage beruht. Die vorstehenden Untersuchungen führen daher, glaube ich, zu folgendem Ergebnisse:

Die Micrometerapparate der Fernrohre und Microscope besitzen trotz sorgfältiger Adjustirung nicht immer jene Stabilität und Unveränderlichkeit, welche anzunehmen man sich bisher für berechtigt hielt; sondern sie besitzen zuweilen, wenn man so sagen darf, zwei verschiedene Ruhelagen. Aus bisher noch nicht bekannten Ursachen kann ein sprungweiser Uebergang aus der einen dieser Lagen in die andere eintreten, ohne dass die übrigen Reductionselemente des Instrumentes merklich davon afficirt werden. Nach längerer oder kürzerer Zeit kann eine eben so sprungweise Rückkehr in die frühere Position stattfinden.

Solche sprungweise Verschiebungen treten unter Umständen auch bei anerkannt vorzüglichen Instrumenten auf, wie unter anderen bei dem Meridiankreise der Leidener Sternwarte und jenem der Königsberger, beim letzteren sogar unter den Händen eines Bessel. Sie kommen übrigens wahrscheinlich viel häufiger vor als man vermuthen sollte, und sind wohl nur deshalb so lange verborgen geblieben, weil man an deren Möglichkeit gar nicht dachte. Es wird nämlich wohl schon jeder, der sich mit Messungen irgend einer Art befasst, die Erfahrung gemacht haben, dass hin und wieder einzelne Beobachtungen, ja selbst ganze Reihen von den benachbarten Beobachtungen in einem gewissen Sinne abweichen, ohne dass man einen Grund hierfür anzugeben wüsste. Sind diese Abweichungen für Beobachtungsfehler zu bedeutend, so bleibt nichts übrig, als solche Beobachtungen als „verfehlte“ einfach wegzuwerfen, und dies umsomehr, als in der Regel die Reduction nicht unmittelbar, sondern erst nach einiger Zeit ausgeführt wird, wo eine Untersuchung der Aufschreibungen bis ins kleinste Detail nicht mehr thunlich ist. Können solche Vorkommnisse nicht zum Theile in sprungweisen Aenderungen der Reductionselemente des Instrumentes liegen? In der That musste z. B. die erste der hier

wiedergegebenen Breitenbestimmungen durch den Polarstern am Abende des 27. September als „verfehlt" verworfen werden, weil sie ein mit den anderen Bestimmungen unvereinbares Resultat lieferte. Nicht minder traf dasselbe Schicksal einzelne Einstellungen am 28. September, 4. und 9. October.

So starke Sprünge wie in den oben discutirten vier Fällen können allerdings nicht unbemerkt bleiben, und daher auf das gesuchte Resultat keinen schädlichen Einfluss ausüben, weil die davon afficirten Beobachtungen als „fehlerhaft" ausgeschieden werden. Allein es frägt sich, ob nicht Sprünge von geringerer Grösse weit häufiger vorkommen dürften, als so bedeutende, ja man muss dies von vornherein für viel wahrscheinlicher halten. Tritt nun ein solcher Fall ein, so wird man die Beobachtungen nicht ohne weiteres als „verfehlte" bezeichnen und demgemäss weglassen können; sondern im Gegentheile beibehalten müssen, und ihnen höchstens als „unsichereren" ein geringeres Gewicht zutheilen. Der Erfolg hiervon ist der, dass die Endresultate mehrerer Beobachtungsreihen nicht so gut mit einander harmoniren werden, als man aus der Uebereinstimmung der einzelnen Resultate unter einander zu erwarten berechtigt wäre. Auch dies ist eine wohlbekannte Thatsache, die man constanten Fehlerquellen zuschreibt, und ich glaube nicht zu irren, wenn ich annehme, dass unter diesen constanten Fehlerquellen häufig eine sprungweise Aenderung einzelner Reductionselemente eines Instrumentes sich befindet.

Kleinere Mittheilungen.

Die mechanische Nachahmung des Fermat'schen Brechungsgesetzes.

Ein Vorlesungsversuch

von

E. Mach.

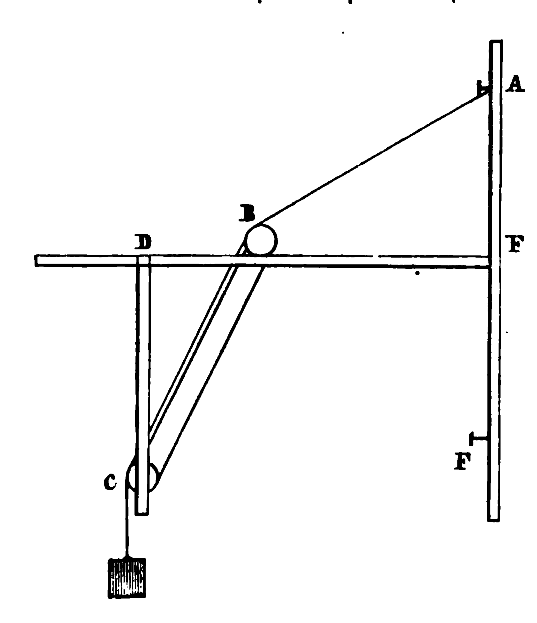
Bekanntlich hat Heron bemerkt, die Reflexion eines Strahles finde stets so statt, dass die Weglänge zwischen dem Ausgangspunct und Endpunct des Strahles ein Minimum wird. Nach Fermat und Leibnitz ist nun für den gebrochenen Strahl zwar nicht mehr die Weglänge zwichen dem Ausgangs- und Endpuncte ein Minimum, wohl aber die Zeit, welche das Licht zur Zurücklegung dieses Weges benöthigt. Nimmt man auf die Lichtgeschwindigkeiten in verschiedenen Medien Rücksicht, so umfasst das letztere Gesetz zugleich die Fälle der Reflexion und Brechung — und die betreffenden Winkelgesetze lassen sich daraus mit Leichtigkeit ableiten. Der Satz lässt sich auch noch in der Form aussprechen: Das Licht bewegt sich zwischen seinem Anfangs- und Endpuncte bei Brechungen und Reflexionen so, dass der Weg, welchen das Licht gleichzeitig im leeren Raum zurücklegen würde (oder die optische Weglänge), ein Minimum wird. Da nun die Hamilton'schen Untersuchungen die Fruchtbarkeit einer derartigen Betrachtung des Brechungsgesetzes dargethan haben und der erwähnte Satz zugleich der allgemeinste und präciseste Ausdruck der Thatsachen ist, so kann er in der Schule nicht mehr gut umgangen werden. Desshalb konnte ich dem Reize nicht widerstehn, das Brechungsgesetz mechanisch in der Art nachzuahmen, dass der obige Satz hierbei unmittelbar auffällt.

Macht das Licht zwischen seinem Ausgangspunct und Endpunct die Wege $x, x' x'' \ldots$ in Medien von den Lichtgeschwindigkeiten $v, v', v'' \ldots$ so ist

$$\frac{x}{v} + \frac{x'}{v'} + \frac{x''}{v''} + \dots \text{ ein Minimum}$$

oder wenn $n, n' n''$ die Brechungsexponenten der betreffenden Medien in Bezug auf den leeren Raum sind

$$n x + n' x' + n'' x'' + \dots \text{ ein Minimum.}$$



Auf einer Schiene DE ist eine Rolle B verschiebbar. Man zieht einen bei A fest gemachten Faden über B, dann über die fixe Rolle C, nochmals zurück über B wieder nach C und hängt ein Gewicht an das Ende. Die Geichgewichtsbedingung ist nun, dass

$AB + 3 \, . BC =$ Minimum,

also dieselbe, welche für die optische Weglänge bestehen würde, wenn die Lichtgeschwindigkeit ober DE dreimal grösser wäre als unter DE. In der That stellt sich die Rolle B so, dass $\frac{\sin EAB}{\sin BCD} = 3$ wird.

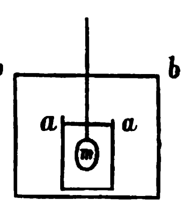
Man sieht sofort, wie man den Faden wickeln muss, wenn man einen andern Brechungsexponenten erhalten will. Soll der Versuch gut gelingen, so müssen die Rollen B, C aus so vielen einzelnen unabhängig von einander auf derselben Axe drehbaren Scheiben bestehn, als Fäden über dieselben gezogen werden, weil jede Scheibe sich mit einer andern Geschwindigkeit dreht. Zur Darstellung des Reflexionsgesetzes zieht man den Faden einfach von F über B nach C.

Dieser Apparat gibt zugleich ein einfaches Beispiel für das Princip der virtuellen Geschwindigkeit, dessen von Lagrange gegebene Demonstration mich zu dieser Nachahmung des Brechungsgesetzes geführt hat.

Notiz über eine fehlerhafte Correction bei Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Von M. Mach.

Wenn man das specifische Gewicht eines Körpers nach der Regel $s = \frac{P}{p}$ bestimmt, wobei P das absolute Gewicht, p den Gewichtsverlust des Körpers im Wasser bedeutet; so ist nach der Angabe eines recht geschätzten Buches, dessen Titel hier nichts zur Sache thut, die Correction wegen des Gewichtsverlustes in der Luft sowohl an P, wie an p anzubringen. Man hätte also zu berücksichtigen, dass das verdrängte Wasser sich in der Luft befindet und desshalb selbst an Gewicht verloren hat.



Man kann sich von der Unrichtigkeit dieser Angabe sehr leicht durch folgendes Raisonnement überzeugen. Der Körper sei zur Bestimmung des Gewichtsverlustes in ein Schälchen *aa* mit Wasser getaucht, welches selbst in ein Glas mit Oel *bb* eingesenkt ist. Der Körper müsste nun um den Gewichtsverlust im Oel weniger verlieren, als wenn es blos ins Wasser tauchte. Und wenn wir *aa* statt ins Oel in Wasser tauchen, also einfach bis *bb* Wasser giessen, so müsste der Gewichtsverlust des eingetauchten Körpers gänzlich aufhören, was absurd ist.

Das Princip der virtuellen Geschwindigkeit zeigt, worauf es hier ankommt. Ist der Körper *m* einmal in *aa* eingetaucht, so entspricht einer Verschiebung des Körpers eine Schwerpunctsverschiebung der Flüssigkeit in *aa*, aber der Spiegel *aa* bleibt unverändert, also auch die darüber stehende Flüssigkeit unalterirt. Letztere geht also nicht in die Gleichgewichtsgleichung ein.

Nörrenberg's Polarisations-Microscop.

Von Victor v. Lang.

(Hiezu Tafel XXI.)

Auch wenn nicht, wie ich glaube, das von Nörrenberg erdachte Polarisations-Microscop das vorzüglichste Instrument dieser Art wäre, so ist es doch schon durch die Anwendung zweier Nicole

von grösstem Interesse. Es dürften daher auch die genauen Abmessungen dieses Apparates von Interesse sein, um so mehr, als die Angaben noch von Nörrenberg selbst herrühren. Letzterer construirte seine Apparate bekanntlich nur aus Pappe, Glas und Kork, Materialien, welche weniger feinen Händen nicht genug Widerstand entgegensetzen. Ich habe daher für die Linsen eine Messingfassung entworfen, welche sich an meinem Apparate ganz gut bewährt hat. Der Apparat besteht nun in dieser Gestalt aus sechs Theilen, welche an einem schweren Stativ mit verticalem dreiseitigen Prisma befestigt sind (Fig. 1). Der Arm *I* trägt den oberen drehbaren Nicol *A*, kann an dem Prisma verschoben und mit einer Schraube festgestellt werden. Das Rohr *II* ist ebenfalls an einem Arm befestigt, der aber einen Trieb besitzt, wodurch die Einstellung des Polarisations-Microscops besorgt wird. Oben trägt das Rohr *II* die verschiebbare Linse *B*, unten aber ist der Linsensatz *III* eingeschraubt. Die Linsensätze *III* und *IV* sind identisch und bestehen jeder aus drei Linsen, doch ist der zweite Satz mit Hilfe der Scheibe *aa* leicht drehbar auf dem Rohr V. Letzteres ist durch einen Arm mit dem Prisma fest verbunden, trägt oben die verschiebbare Linse *J*, unten aber die Linse *L* und zwischen diesen beiden Linsen den zweiten Nicol *k*, der mit Hilfe der zwei Schraubenköpfe *bb* auf- und abgeschoben und um seine horizontale längere Diagonale gedreht werden kann. Der Beleuchtungsspiegel VI endlich ist um eine horizontale und verticale Axe drehbar und muss eine ziemliche Ausdehnung besitzen.

Die genauen Entfernungen der Linsen von einander sind aus Fig. 2 ersichtlich, worin der optische Theil in natürlicher Grösse abgebildet ist. Was die Gestalt der einzelnen Linsen betrifft, so haben die biconvexen Linsen

B eine Brennweite von 10 Centim.
C, *H*, *J* eine „ „ 5 „
L eine „ „ 4 „

Dagegen haben die planconvexen Linsen

D, *G* einen Halbmesser von 8 Millim.
E, *F* „ „ „ 16 „

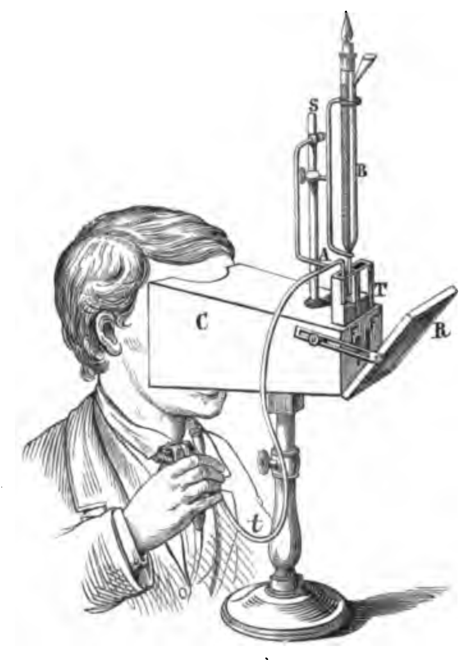
Die Linsen *D* und *G* sind verschiebbar eingerichtet und müssen, um das grösste Gesichtsfeld zu geben, fast die Linsen *E* und *F* berühren. Letztere Linsen müssen aus demselben Grunde so gefasst sein, dass die Fassung zwischen ihnen nicht vorsteht.

Ebenso ist die Stellung der Linse J und des Nicol K so zu wählen, wie es die Feinheit und Ausdehnung des Gesichtsfeldes erfordert.

Das Colorimeter von Salleron.

(Les Mondes 30. Nov. 1871.)

Dieses Instrument ist eigentlich das alte Colorimeter von Houton Labilliardière, das von Salleron in Paris sehr zweckmässig abgeändert wurde. Das Verfahren von Houton Labilliardière beruht auf dem Principe, dass zwei Lösungen eines Stoffes in gleichen Quantitäten Wassers, die in zwei gleich weiten Röhren mit einander verglichen werden, ganz die gleichen Nuancen zeigen, und dass Lösungen von ungleichen Quantitäten des zu untersuchenden Stoffes Nuancen zeigen, deren Intensität diesen Quantitäten proportional ist.



Der neue Apparat besteht aus einem Kästchen C, das die Form einer abgekürzten Pyramide besitzt und auf einem hölzernen Träger befestigt ist, der beliebig höher und tiefer gestellt werden kann. Am hinteren Ende ist das Kästchen passend ausgeschnitten, um das Gesicht gut anlegen zu können, ohne dass die Beobachtung durch seitliches Licht gestört wird. Am vorderen Theile endigt dieses Kästchen in einem Diaphragma, das aus zwei geschwärzten Metallplatten besteht, deren jede zwei vollständig identische verticale Spalten f, f' trägt. Die beiden Spalten der ersten Platte stimmen mit denen der zweiten überein. Vor diesen Platten befindet sich ein geschwärzter Spiegel R, welcher dazu dient, das diffuse Licht in das Innere des Instrumentes zu reflectiren. Die Neigung des Spiegels lässt sich dabei durch eine besondere Vorrichtung beliebig verändern. In dem Raume zwischen

beiden Metallplatten befindet sich ein Glasgefäss T, das aus zwei Planparallelgläsern gebildet wird, die durch drei Scheidewände aus Glas von der gleichen Dicke getrennt sind; das Ganze bildet also zwei unten geschlossene Röhren mit genau parallelen Flächen. Das Kästchen C trägt an seinem unteren Theile einen kupfernen Träger S, an welchen mittelst einer Klemme eine Burette mit Quetschhahn B befestigt ist, welche in Zehntel-Cubikmillimeter getheilt ist und mit Wasser gefüllt wird. Vor der Burette wird an demselben Träger S eine Glasröhre befestigt, die bis auf den Boden von T hinabreicht. Diese Röhre ist an einer Metallfassung befestigt, mit welcher ein Kautschukschlauch verbunden ist.

Will man nun z. B. das Entfärbungsvermögen einer Schwärze untersuchen, so wägt man davon 10 grammes ab und ebenso viel von Druckerschwärze, bringt beide Quantitäten in Filter und giesst zu jeder 50 Cubikcentimeter einer verdünnten Melassen- oder Caramel-Lösung. Von der durch die Druckerschwärze entfärbten Lösung bringt man 10 Cubikcentimeter in die linke Röhre T, in die rechte Röhre bringt man ebenso viel von der filtrirten Lösung der zu untersuchenden Schwärze. Beide Lösungen werden mehr oder weniger entfärbt sein und gewöhnlich ist die Druckschwärze am meisten entfärbt. Mittelst der Burette bringt man nun einige Tropfen Wasser in die erstere Lösung. Durch den Kautschukschlauch lässt man langsam Luft zu, um die Untersuchungsflüssigkeit mit dem hinzugefügten Wasser gut zu mischen, und beobachtet dann, ob beide Lösungen genau die gleiche Färbung erlangt haben. Ist die Identität der Färbungen noch nicht erreicht, so giesst man weiter Wasser in kleinen Quantitäten zu und bläst Luft ein, bis dies erreicht ist. Dann ist die Operation beendigt. Man liest an der Burette die Anzahl der verbrauchten Cubikcentimeter Wasser ab und das Entfärbungsvermögen der zu untersuchenden Schwärze steht dann im umgekehrten Verhältnisse zu den erhaltenen Zahlen; d. h. hätte man 5 Cubikcentimeter Wasser hinzufügen müssen, so würde sich das Entfärbungsvermögen der Druckerschwärze zu dem der untersuchten Schwärze wie 15 zu 10 verhalten.

Um einen neuen Versuch anzustellen, hat man blos nöthig, die Burette, das Glasrohr und die beiden Gefässe mit parallelen Flächen zu entfernen, mit Wasser zu reinigen und dann wieder an Ort und Stelle zu bringen.

Da kleine Differenzen in den Färbungen bei der grünen Farbe

merklicher sind als bei der gelben Farbe, so bringt Salleron eine durchsichtige blaue Glassplatte auf dem Reflector R an und dadurch erhält das Instrument eine besondere grosse Genauigkeit.

Folgende Zahlen sind mit einem solchen Instrumente erhalten worden:

Substanz.	In 1 Liter gelöste Quantität.	Messbare Quantität.
Caramel	2,5 gr.	0,0012 gr.
Fuchsin	0,01 „	0,000007 „
Anilinblau	1,01 „	0,000005 „
Cochenille	0,1 „	0,0002 „
Berlinerblau	0,05 „	0,00004 „
Blattgrün	0,2 „	0,0006 „
Gummigutt	0,2 „	0,00006 „
Auszug aus Campecheholz	0,2 „	0,00002 „
Indigo	0,02 „	0,00002 „
Orseillefarbe	0,02 „	0,00003 „

Diese Tabelle zeigt, dass das neue Colorimeter noch Quantitäten der färbenden Substanz messen lässt, wie sie weder die empfindlichste Wage, noch irgend eines der bisher bekannten Colorimeter zu messen gestattet. Man beobachtet ferner immer eine gleich dicke Flüssigkeitsschicht und bei einer Beleuchtung von constanter Intensität. Das reflectirte Licht wird vom Spiegel zerstreut, ist also unabhängig vom Witterungszustande. Die Operation ist so einfach, dass sie selbst ein wenig geübter Beobachter ausführen kann, das Instrument kostet überdies blos 75 Frcs., ist also billiger als die anderen Colorimeter.

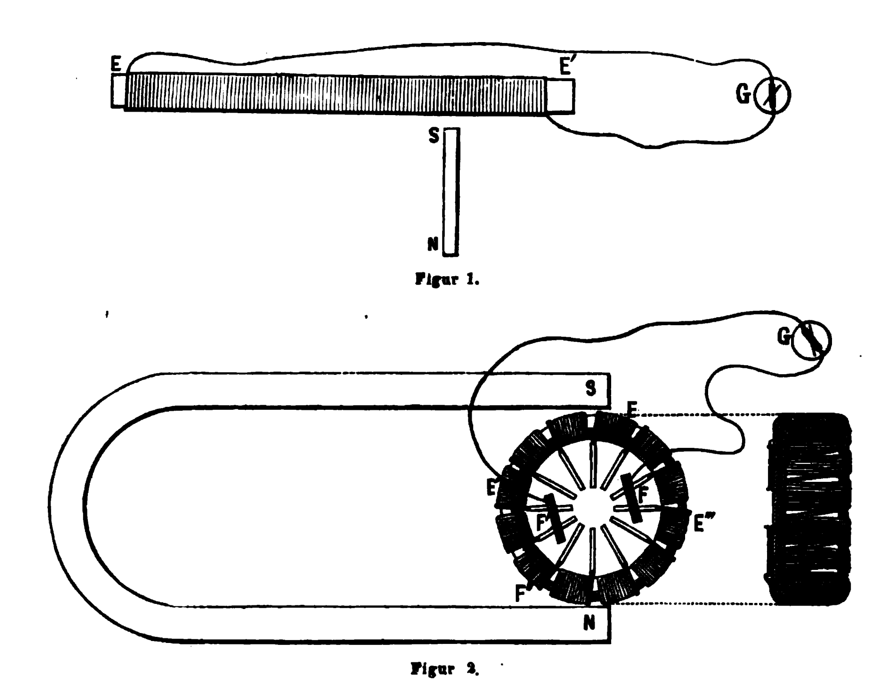
Eine neue magnet-electrische Maschine.

Von Gramme.

(Compt. rend. 17. Juli 1871.)

Die Inductionsströme sind im Allgemeinen momentan und werden nach einander in entgegengesetzter Richtung erzeugt. Man kann aber solche Inductionsströme erzeugen, bei welchen dieses doppelte Kennzeichen nicht mehr bemerklich wird.

Betrachten wir z. B. einen langen Electromagneten EE', d. h. einen langen Eisenstab, um welchen ein isolirter Leitungsdraht ge-



Figur 1.

Figur 2.

wunden ist: stellt man neben diesem Electromagnet einen Stahlmagneten NS auf, wie dies Figur 1 zeigt, und lässt man diesen Magneten sich parallel zu sich selbst bewegen, während seine Distanz vom Electromagneten constant bleibt, und ertheilt man ihm eine gleichförmige Bewegung, so wird der Pol S im weichen Eisen einen Magnetpol erzeugen, der sich ebenso wie der Magnet SN bewegt. Die Verrückung dieses Poles im Innern des Eisenstabes wird im Leitungsdrahte die Erzeugung eines Inductionsstromes zur Folge haben, den man mittelst eines Galvanometers G beobachten kann.

Dieser Strom wird nicht momentan sein und seine Richtung während der ganzen Dauer der Bewegung des Magneten zwischen den beiden Enden E, E' des Electromagneten beibehalten und diese Dauer kann man bei den einzelnen Versuchen beliebig variiren.

Setzt man die Bewegung des Magneten in der gleichen Richtung fort, so wird ein entgegengesetzt gerichteter Inductionsstrom erzeugt, sobald der Magnet über das Ende E' des Electromagneten hinausgegangen ist; dieser Theil der Erscheinung soll hier übrigens nicht näher untersucht werden.

Man kommt bei dem angeführten Versuche auf den Gedanken, dass es durch Anwendung geeigneter Hilfsmittel möglich sein wird,

einen Apparat herzustellen, welcher continuirliche Ströme eine unendliche Zeit hindurch liefern wird.

Zu diesem Versuche wollen wir annehmen, dass der Electromagnet anstatt geradlinig zu sein, eine kreisförmige Gestalt $EE'E''E'''$ (Fig. 2) erhalte, und wir wollen denselben der gleichzeitigen Einwirkung der beiden Pole N und S eines Hufeisenmagneten aussetzen. Wir wollen ferner annehmen, der Ringelectromagnet dreht sich um sein Centrum mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

Der Pol S wird dann in dem in seiner Nähe befindlichen Theile des Ringes einen Strom erzeugen, dessen Richtung durch einen directen Versuch bestimmt werden kann; der Nordpol N dagegen wird in dem ihm benachbarten Theile des Ringes einen entgegengesetzt gerichteten Strom erzeugen. Endlich ist leicht zu begreifen, dass in den beiden Theilen des Ringes, die unter rechten Winkeln gegen die betrachteten liegen, und die man die mittleren Theile nennen kann, kein Strom erzeugt wird. Will man die beiden entgegengesetzten Ströme, die gleichzeitig in dem Drahte des ringförmigen Electromagneten erzeugt werden, vereinigen, so reicht es aus, zwei den mittleren Theilen entsprechende Contacte herzustellen, welche die Rolle der Pole dieser neuen galvanischen Batterie spielen.

Es wird gut sein, einige Details über diese Contacte anzugeben, wie sie bei der Maschine angebracht sind, welche der Academie vorgezeigt wurde.

Ist der auf dem Ringe aufgewundene Draht sehr dick und ist nur eine einzige Lage von Windungen dieses Drahtes aufgewickelt, was für gewisse Versuche ganz zweckmässig sein kann, so genügt es, den Draht an einer Stelle bloss zu legen und auf diese freie Stelle die Contacte federnd drücken zu lassen. Wendet man aber feineren Draht an und wickelt man auf den Ring eine grosse Anzahl von Drahtwindungen, so muss man in folgender Weise verfahren: Man wickelt eine gewisse Zahl von Windungen z. B. 300 auf einem Stücke des Ringes auf, sodann befestigt man den Draht an einem isolirten Messingstücke, an das die Contacte federnd drücken, windet nun, ohne den Draht zu unterbrechen, weitere 300 Windungen auf einem zweiten Stücke des Ringes auf, befestigt dann den Draht an einem zweiten Messingstücke, das sich neben dem ersten befindet und so fort. Auf solche Weise bildet der ganze auf dem Ringe aufgewickelte Draht eine Leitung ohne Ende, die in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile

getheilt ist, deren Verbindungsstellen an Metallstücke angelöthet sind, welche stark genug sind und eine geeignete Form besitzen, um einer fortgesetzten Reibung zu widerstehen. Diese Messingstücke sind radial im Kreise herumgelegt und in Figur 2 sichtbar; die Contacte *F* schliessen sich gleichzeitig an mehrere derselben an.

Man kann auch zwei Magnete anstatt eines einzigen, d. h. eine Pole anstatt zweier auf denselben Ring wirken lassen oder selbst noch eine grössere Anzahl.

Man muss dann aber für jeden Pol einen besonderen Contact herstellen.

Anstatt der erregenden Stahlmagnete lassen sich auch Electromagnete substituiren, welche von einem Theile des Maschinenstromes selbst magnetisirt werden, wie bei den dynamoelectrischen Maschinen. Am Beginne der Drehung inducirt dann der remanente Magnetismus dieser Electromagnete einen schwachen Strom im Ringe, die Hälfte dieses Stromes wird verwendet, die inducirenden Electromagnete zu erregen, bis schliesslich die Maschine ihre volle Thätigkeit entwickelt.

Bei der Maschine, welche der Academie vorgelegt wurde, sind diese Puncte erfüllt. Sie besitzt zwei Electromagnete und also vier auf den Ring einwirkende Pole. Sie hat vier Contacte, wovon zwei die Hälfte des Stromes in die Electromagnete leiten, während die beiden anderen den äusseren Strom vermitteln. Auf jeden Schenkel dieses Electromagneten sind 7 Kilogramm Kupferdraht von 3 Millimeter Dicke aufgewunden. Auf dem Ringe befinden sich 200 Meter Draht von 2 Millimeter Dicke, die ebenfalls etwa 7 Kilogramme wiegen.

Die Maschine wird mittelst einer Kurbel von einem Menschen in Drehung versetzt. Sie zersetzt Wasser in einem Voltameter, glüht und schmilzt einen 25 Centimeter langen Eisendraht von $^9/_{10}$ Millimeter Dicke, lenkt schon bei ganz langsamer Drehung die Nadel eines gewöhnlichen Galvanometers ab, das nur eine Drahtwindung besitzt. Die Wirkungen werden um so stärker, je mehr die Rotationsgeschwindigkeit zunimmt, bis zu einem Maximum, welches bei 700 bis 800 Umgängen in der Minute statt hat; man erhält diese Geschwindigkeit, wenn man den Apparat mit einer Dampfmaschine in Verbindung setzt. Die Wirkungen hängen auch vom Drahte ab, der auf dem Ringe aufgewickelt ist; für Quantitätsaffecte nimmt man dicken und kurzen Draht, für Intensitätseffecte dünnen und langen Draht.

Kurz man kann mit dieser Maschine ganz dasselbe erreichen wie mit der galvanischen Batterie; es wird also die Annahme gestattet sein, dass man in vielen Fällen sowohl für industrielle Anwendungen, als auch für wissenschaftliche Untersuchungen die Batterie durch den beschriebenen Apparat wird ersetzen können.

Neues Luftthermometer.

Nach Regnault.

(Zeitschrift der österr. meteorol. Gesellschaft 1871, No. 24.)

In der Bibliothèque universelle et Revue Suisse (40. Band, S. 201 bis 238) gibt der berühmte Gelehrte eine Instruction bezüglich der Einrichtung eines meteorologischen Observatoriums, welche allerdings manches bereits Bekannte, daneben aber auch vieles Neue und Interessante enthält.

Wir entnehmen der Abhandlung zunächst die Einrichtung, welche M. V. Regnault dem Luftthermometer gibt, um dasselbe für regelmässige meteorologische Beobachtungen an einem stabilen Observatorium verwendbar zu machen. Es handelt sich bei Regnault nicht blos darum, die gewöhnlichen Angaben eines gegen Norden, im Schatten und mehr oder weniger geschützt aufgestellten Thermometers zu registriren, sondern er wünscht dem letzteren eine solche Einrichtung zu geben, dass seine Angaben für botanische und agronomische Studien verwendbarer werden. Wenn man den Einfluss untersuchen will, den die Temperatur auf die Entwicklung einer Pflanze ausübt, so muss man die Temperatur aller Regionen, in welchen sich wesentliche Organe der Pflanze befinden, aufzeichnen, also der Erdschichte, in der sich die Wurzelfasern, der Luftschichte, in der sich nach einander die Blüthe, die Frucht u. s. w. befinden. Mit einem Worte, man muss gleichzeitig verschiedene Thermometer beobachten, deren Angaben oft sehr unter einander verschieden sein werden, indem einige davon der directen Sonnenstrahlung ausgesetzt sind.

Beobachtungen dieser Art wären sehr mühsam und würden den eifrigsten Beobachter zurückschrecken, wenn die Instrumente an den Orten selbst abgelesen werden müssten, deren Temperatur bestimmt werden soll. Regnault suchte daher eine Gattung von Thermometern

zu erfinden, deren Gefässe eben an jenen Orten angebracht würden, deren Temperatur man zu bestimmen wünscht, während die Scalen dieser Thermometer in einem besonderen Raume vereinigt würden, wo man ihre Angaben durch die photographische Registrirmethode erhielte.

Das Luftthermometer, welches Regnault vorschlägt, besteht aus einem cylindrischen Rohr *ab* (Figur 1 auf Seite 388) aus Silber, welches bei *a* geschlossen und bei *b* mit einer kleinen Tubulatur *bc* versehen ist. In diese Tubulatur wird mit Silberloth ein capillarer Silberdraht eingelöthet, welchem man eine hinreichende Länge gibt, damit er von dem Orte des Thermometergefässes bis in das Cabinet des Beobachters reiche. Das freie Ende dieses Drahtes ist in eine kleine silberne Tubulatur *de* eingelöthet, durch welche das Gefäss des Luftthermometers mit einem Manometer communicirt, welches die Spannung der eingeschlossenen Luft anzeigt.

Regnault bezeichnet mit dem Worte capillarer Silberdraht („fil capillaire d'argent") eine silberne Röhre von sehr engem capillaren Kaliber. Um einen Draht dieser Art herzustellen, giesst man geschmolzenes Silber in eine Stangengiessform (lingotière), welche demselben die Form eines hohlen Cylinders von 10 bis 12 Millimetern äusseren Durchmessers und 2 bis 3 Millimetern innerer Weite gibt. Man dehnt diesen Cylinder in die Länge auf einem gut polirten Stahldrahte, welcher ihm nahezu seine ursprüngliche innere Weite belässt und dieselbe nur durchaus gleicher macht. Wenn der Cylinder eine bestimmte Länge erreicht hat, zieht man denselben wie einen vollen Draht mittelst des Zieheisens aus, indem man ihn häufig ausglüht, damit das Metall seine grosse Streckbarkeit behalte. Man gelangt auf diese Weise dahin, das innere Kaliber beliebig klein zu machen. Für den gegenwärtigen Fall ist es gut, dem Drahte einen äusseren Durchmesser von 1 Millimeter zu geben; das innere Kaliber der Röhre ist dann ungefähr $^1/_3$ Millimeter.

Regnault führt weiter an, dass man nach seinen Angaben zu Paris ohne Anstand solche fehlerfreie capillare Drähte in der Länge von 10 bis 20 Metern verfertigt, die, wenn sie ausgeglüht sind, vollkommen biegsam sind. Wünscht man noch grössere Längen davon, so kann man mehrere davon an den Enden vereinigen. Um diese Vereinigung zu bewirken, lässt Regnault eine etwa einen Centimeter lange Tubulatur aus Silber verfertigen, in welche die beiden capillaren

Drähte mit einiger Reibung hineinpassen. Die beiden Drahtenden werden in der Weise eingeführt, dass sie sich berühren, indem jedes derselben ungefähr die Mitte der Tubulatur einnimmt endlich werden, dieselben mittelst eines guten Lothes eingelöthet. Es ist einleuchtend, dass man mittelst dieses Verfahrens eine beliebige Länge erhalten kann. Bevor man den Draht anwendet, ist es nothwendig, jedes Längenstück desselben zu prüfen. Dies geschieht sehr einfach auf die Art, dass man das eine Drahtende in ein kleines geschlossenes Glasgefäss einkittet; das andere Ende wird in ein mit einer Druckpumpe in Verbindung stehendes Rohr eingekittet und mittelst dieser Pumpe die im Innern enthaltene Luft verdichtet. Wenn man den capillaren Draht spiralförmig zusammendreht und in ein mit Wasser gefülltes Behältniss versenkt, so erkennt man die kleinste Spalte an dem Aufsteigen von Luftblasen.

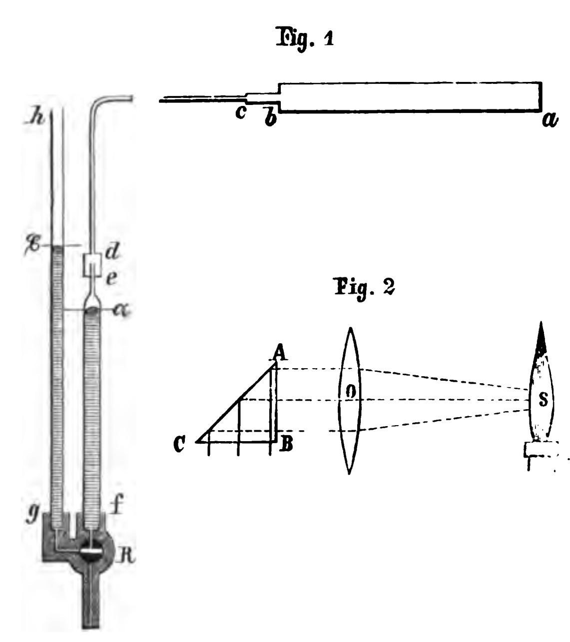
Bei den Silberröhrchen, welche **Regnault** anwendet, stiess er sehr selten auf diesen Fehler. Er macht seit vielen Jahren von diesen capillaren Silberdrähten Gebrauch, selbst bei Versuchen, wo der Druck auf 20 und mehr Atmosphären stieg und verbürgt ihre Leistungsfähigkeit und lange Dauer.

In den Abhandlungen der Pariser Academie der Wissenschaften (Band XXXI, S. 537 u. s. f.) wurde gezeigt, dass capillare Platindrähte von grösserem Querschnitte einem Drucke von mehr als 80 Atmosphären mehrere Tage widerstanden haben, ohne dass im Geringsten ein Entweichen der Luft Platz griff. Es ist jedoch schwierig, den Platindrähten eine Länge von mehr als 2 bis 3 Metern zu geben.

Regnault liess auch Capillarröhren der geschilderten Art aus rothem Kupfer ausziehen und erhielt solche Röhren von sehr grosser Länge; allein in diesen Röhren kommen häufig longitudinale Spalten vor, selbst wenn man die Röhren aus dem reinsten, weichsten Kupfer verfertigt. Manchmal zeigen sich diese Spalten nicht bei der ersten Probe, sondern erst, nachdem der Draht durch mehrere Tage in Verwendung gestanden war.

Es wurde oben erwähnt, dass das zweite Ende des capillaren Drahtes mit einem Manometer in Verbindung steht. Dieses Manometer, welches im Zimmer des Beobachters angebracht ist, besteht zunächst aus einer Glasröhre *ef*, welche in einer engeren Tubulatur endigt, welche im Innern der Tubulatur *de* aus Silber, in welcher das Capillarrohr endet, eingekittet ist. Die Röhre *ef* ist eingekittet in ein

Eisenstück, welches einen Hahn *R* mit drei Bohrungen besitzt und welches eine zweite Tubulatur trägt, in die man ein zweites beiderseits offenes Glasrohr *hg* eingekittet hat. Diese Röhren haben denselben Durchmesser, nämlich etwa 8 Millimeter.



Beim Aufstellen des Thermometers beginnt man damit, die Luft im Reservoir *ab* und in dem sich daran schliessenden Capillarrohre gut zu trocknen. Zu diesem Behufe bringt man das Capillarrohr mittelst seiner Tubulatur *de* mit einer kleinen Luftpumpe in Verbindung. Man verdünnt zuerst die Luft und lässt sie dann wieder eindringen, wobei sie durch ein Rohr mit Bimssteinstückchen, die mit concentrirter Schwefelsäure getränkt sind, hindurchgehen muss. Diese Operation muss sehr oft wiederholt werden, um eine vollständige Austrocknung der Luft zu bewirken. Mittelst desselben Verfahrens trocknet man die Luft des Manometers *efgh*, welches man hierauf bis zu einer Marke *a* auf dem Rohre *ef* mit Quecksilber füllt, wobei das Quecksilber im zweiten Rohre *hf*, welches mit der Atmosphäre communicirt, in derselben Höhe bleibt. Man kittet hierauf die Tubulatur *de* ein, um eine luftdichte Verbindung des Reservoirs *ab* mit dem Manometer herzustellen.

Man kann den Apparat auf doppelte Art benützen: Derselbe kann entweder für directe Ablesungen eingerichtet werden, indem der Beobachter mittelst eines Kathetometers den Stand des Quecksilbers im Momente abzulesen hat, oder aber für photographische Registrirung.

Wenn man im ersten Falle die Höhendifferenz des Quecksilbers im Manometer gemessen hat, wobei man den Stand des Quecksilbers im Rohre *de* so zu reguliren hat, dass derselbe bis zur Marke *a* reicht,

so gibt eine einfache Formel, welche **Regnault** in der citirten Abhandlung ableitet, die Temperatur des Ortes, wo sich das Reservoir befindet, an.

Im zweiten Falle, wo der Apparat die Temperaturen selbst registriren soll, ist es nicht möglich, das Quecksilber bei jeder Bestimmung bis zur Marke α zu bringen, um das Volumen der Luft, die sich ober dem Quecksilber befindet, constant zu erhalten; es wird dieses Volumen mit den Aenderungen der Temperatur und des Luftdruckes variiren. Man kann dann zwischen zwei in gleicher Weise realisirbaren Bedingungen wählen:

1. Will man, dass die Aenderung des Volums der eingeschlossenen Luft immer sehr klein bleibe und die Hauptwirkung in der Aenderung der elastischen Kraft liege, so wird man den Röhren des Manometers einen kleinen Querschnitt (4—5 Millimeter) und dem Reservoir einen beträchtlichen Umfang geben.

2. Gibt man im Gegentheile dem Reservoir kleinere Dimensionen und den Röhren des Manometers einen grösseren Querschnitt, so wird sich die Spannkraft der eingeschlossenen Luft und damit die Höhendifferenz des Quecksilbers in beiden Schenkeln viel weniger ändern. Dieser zweite Fall ist der für die photographische Registrirung günstigere, indem die photographischen Bilder eine viel geringere Höhe besitzen. Auch kann man auf die Röhren des Manometers eine metrische Scala graviren, welche im photographischen Bilde zum Vorscheine kommen wird.

In beiden Fällen muss die Menge des ursprünglich in das Manometer eingefüllten Quecksilbers eine solche sein, dass das Quecksilber auch bei der niedrigsten Temperatur, die in der Gegend herrschen kann, sich niemals über die Marke α im Rohre ef erhebe.

Uebrigens muss bemerkt werden, dass die Quantität Quecksilber, die man in das Manometer bringt, nicht nothwendig immer dieselbe zu bleiben braucht; man kann sie nach Belieben verändern, indem man hiezu den Hahn R benützt, unter der Bedingung jedoch, dass das Gewicht der eingeschlossenen Luft durchaus unverändert bleibe. Man kann demnach nach der Jahreszeit die Menge des Quecksilbers im Manometer vermehren oder vermindern und dadurch die zu registrirenden Quecksilberhöhen in nicht sehr ausgedehnten Grenzen erhalten.

Die photographische Einrichtung besteht im Wesentlichen im Folgenden: Man projicirt auf eine matte Glasplatte hinter dem Manometer das Licht einer starken Lampe S (Fig. 2 Seite 388), welches durch ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Glasprisma ABC senkrecht auf die Ebene der beiden Manometerröhren reflectirt wird. Das Licht der Lampe wird von dem Objectiv der Camera obscura aufgenommen und bringt auf der empfindlich gemachten Glasplatte ein ganz scharfes Bild der beiden Menisken, sowie der Marke α hervor. Man gibt der Glasplatte nicht eine stetige und regelmässige Bewegung, um eine continuirliche Curve zu erhalten, sondern man wird sich damit begnügen, die Temperatur von Stunde zu Stunde zu registriren. Zu diesem Behufe hebt eine an der Uhr angebrachte Auslösevorrichtung (ähnlich derjenigen, welche das Schlagwerk einer gewöhnlichen Uhr in Thätigkeit setzt) einen Schirm, der das Objectiv verdeckt, empor und lässt ihn in dieser Stellung so viele Minuten als erforderlich sind, damit die Lichtwirkung auf die Glasplatte erfolge. Nach Ablauf dieser Zeit senkt derselbe Mechanismus den Schirm wieder herab und verschiebt zugleich die Glasplatte so viel als nöthig, damit das folgende Bild das eben hervorgebrachte nicht decke oder nicht in dasselbe eingreife. Wenn das photographische Bild entwickelt ist, misst man an demselben die Höhendifferenz h des Quecksilbers in beiden Manometerröhren, sowie die Entfernung des Quecksilbermeniscus im Rohre ef von der Marke α. Aus dieser Entfernung leitet man das Volum v der ober dem Quecksilber im Manometerrohr befindlichen Luft ab. Beide Grössen h und v erhält man sehr leicht, wenn man auf die Manometerröhren Millimeterscalen gravirt hat, deren Theilstriche das Licht nicht durchlassen.

Die auf dem Rohre ef befindliche Scala soll ihren Nullpunkt an jener Stelle haben, welche man für die Marke α gewählt hat, die Theilung zeigt wachsende Zahlen von α nach abwärts gegen f.

Die Scala des anderen Manometerrohres gh wird im Gegentheile von unten nach oben steigende Zahlen haben und der Nullpunct wird sich am untern Ende des Rohres befinden.

Das von der Lampe ausgehende Licht wird auf der Spiegelplatte des photographischen Apparates jenen Theil der Scalen markiren, welcher sich über dem Quecksilbermeniscus befindet und man wird daraus die Höhe des von der eingeschlossenen Luft gehobenen Quecksilbers ableiten. Man braucht hiezu blos den Theilstrich der Scala gh

zu kennen, welcher dem Nullpunct der Scala ef entspricht. Nun ist nichts leichter, als diesen Punct an dem Apparate selbst oder was noch einfacher ist, an dem photographischen Bilde zu bestimmen.

Um das Volumen v zu erhalten, welches die Luft in dem Rohre ef einnimmt, reicht es hin, den Theilstrich zu kennen, welchem der Quecksilber-Meniscus entspricht. Vor der Zusammenstellung des Apparates hat man durch vorläufige Versuche den Rauminhalt von dem Ende d bis zur Marke α, d. h. bis zum Nullpuncte der Theilung, hierauf die stets wachsenden Volumina von dem Ende d bis zu gewissen, nahezu von einander gleichentfernten, Theilstrichen der Scala zu bestimmen.

Zu diesem Ende füllt man, solange das Manometer noch nicht mit dem Capillarrohre verbunden ist, die Röhre ef vollständig mit Quecksilber und dreht den Hahn R mit 3 Bohrungen so, dass das Quecksilber nur aus der Röhre ef ausfliessen kann, indem die Verbindung mit der zweiten Röhre gh aufgehoben ist. Man sammelt in besonderen kleinen Fläschchen das Quecksilber, welches ausfliesst und zwar zuerst bis das Quecksilber zum Nullpuncte der Theilung und sodann bis es zu den einzelnen früher gewählten Theilstrichen gesunken ist. Man wägt diese Quantitäten Quecksilber und hat dann alle erforderlichen Daten, um durch Interpolation eine Tafel zu berechnen, welche das von der Luft im Rohre ef eingenommene Volum gibt, wenn der Quecksilbermeniscus bei irgend einer Theilung der Scala steht.

Die Gleichung, welche die Temperatur des Reservoirs gibt, ist dieselbe wie für die directen Messungen. Bei der geschilderten Einrichtung müsste jedes Thermometer seinen eigenen photographischen Apparat haben; dagegen würde eine einzige Lampe zur Beleuchtung sämmtlicher Manometer dienen, wenn man die reflectirenden Prismen entsprechend anordnet.

Regnault versichert, dass dieses Luftthermometer, welches von Vielen als ein häufigen Störungen und Beschädigungen ausgesetztes Instrument betrachtet wird, lange Zeit ohne die mindeste Unterbrechung functionirt, wenn man die capillaren Röhren in dem Umfange der Versuche gegen jede Annäherung schützt.

Die Messung der Lichtstärke der Sternspectren.

Von K. Vierordt,
Prof. der Physiologie in Tübingen.

So viel mir bekannt, beziehen sich die in der Astronomie gebräuchlichen photometrischen Methoden ausschliesslich auf die Messung der Stärke des gemischten Lichtes der Gestirne und ist — wenn ich nicht sehr irre — der Versuch bisher noch nicht gemacht worden, die Einzelregionen der Sternspectren photometrisch zu messen.

In meiner, vor einigen Monaten erschienenen Schrift „die Anwendung des Spectral-Apparates zur Messung und Vergleichung der Stärke des farbigen Lichtes" habe ich eine Methode beschrieben und in zahlreichen Beobachtungsreihen practisch durchgeführt, welche die Messung der Lichtstärke der Spectren jedweder Lichtquelle gestattet. Sie beruht einfach darauf, dass man durch eine kleine viereckige Oeffnung in dem Scalenröhrchen des Spectral-Apparates weisses Licht auf die Austrittsfläche des Prismas fallen lässt; hat das Weiss die gehörige Stärke, so verschwindet an der, von dem Weiss erfüllten Stelle des Spectrums die Spectralfarbe vollständig, während oberhalb und unterhalb des weissen Bezirkes die Farbe in ungeschwächter Stärke bemerkbar bleibt. Mindert man nun das Weiss durch Rauchgläser successiv ab, so erscheint die Spectralfarbe in zunehmender Sättigung und bei einer bestimmten Abminderung der Lichtstärke des Weiss ist das Auge nicht mehr im Stande, die von der reinen Spectralfarbe erleuchtete Stelle des Sehfeldes von der durch die Spectralfarbe sammt dem abgeschwächten Weiss erleuchteten Stelle unterscheiden zu können. Die Lichtstärken der Einzelbezirke in einem Spectrum, oder in verschiedenen Spectren, verhalten sich demnach (Gleichheit der Breite der Eintrittsspalte für das Licht vorausgesetzt) proportional den durch die Rauchgläser übrig gelassenen Lichtstärken des Weiss, bei welchen letzteres eben anfängt, für das Auge ununterscheidbar zu werden. In den Spectren der meisten Lichtquellen erträgt z. B. das dem Gelb beigemischte Weiss eine sehr viel geringere Abschwächung, um den Punct der Unmerklichkeit zu erreichen, als im Blau oder Violett. Auf der Berliner Sternwarte hatte ich unlängst durch die Gefälligkeit des Herrn Professors Förster Gelegenheit, die Spectren einiger Fixsterne beobachten zu können und erkannte so-

gleich, dass die von mir zu anderen Zwecken angewandte photometrische Methode ohne Weiteres für die Messung der Lichtstärke der Sternspectren benutzt werden könne. Die Lichtstärke in den hellsten Parthieen der Spectren glänzender Fixsterne glaube ich, auf etwa 3000 meiner Lichteinheiten taxiren zu dürfen; letztere sind so bemessen, dass die Einheit noch eine deutliche Empfindung eines Farbentones gibt, während andererseits bei ungefähr 10 Millionen Lichteinheiten die Farbe dem Auge blendend zu werden beginnt. Man hätte demnach die photographirte Scala, welche an vielen Sternspectral-Apparaten, zum Zweck der Ortsbestimmungen im Spectrum, angebracht ist, durch eine das Scalenröhrchen verdeckende Platte zu ersetzen, die in der Mitte mit einem horizontalen Ausschnitt versehen ist; der Ausschnitt wäre durch einen undurchsichtigen Schieber zu verdecken, in welchem eine kleine 4eckige Oeffnung angebracht ist. Wird der Schieber bewegt, so kann das weisse Bild des kleinen Fensters auf jeden beliebigen Bezirk des Spectrums eingestellt werden.

Die weitere Verfolgung meiner photometrischen Studien führte mich auf eine kleine Modification des Spectral-Apparates, welche auch für die Zwecke der Photometrie benutzt werden kann und den Vortheil einer bequemeren Handhabung und einer grösseren Genauigkeit der Messungen bietet. Eine kurze vorläufige Beschreibung der Methode habe ich in Band 140 (1870) von Poggendorff's Annalen gegeben. Während in den gewöhnlichen Spectral-Apparaten die Eintrittsspalte für das Licht von zwei Platten begrenzt ist, einer festen und einer beweglichen, theile ich für den vorliegenden Zweck die bewegliche Platte in 2 Hälften, in eine obere und eine untere. Jede dieser Platten wird durch eine feine Micrometerschraube bewegt, die mittelst einer graduirten Trommel die Breite der Eintrittsspalte genau abzulesen gestattet. Ist die obere Spalthälfte ebenso breit wie die untere, so hat das Spectrum in seiner oberen und unteren Hälfte genau dieselbe Lichtstärke. Wird vor die eine Spalthälfte ein farbiger diaphaner Körper gebracht, so ist das Spectrum in 2 über einander liegende Hälften getheilt; die eine Hälfte entspricht dem Spectrum der Lichtquelle, die andere dem durch den lichtabsorbirenden diaphanen Körper modificirten Spectrum. Die Lichtabsorption in jedem Bezirk des Spectrums kann somit einfach dadurch gemessen werden, dass man das durch die freigebliebene Spalthälfte dringende Licht derartig abschwächt, bis die Lichtstärke in der oberen und unteren Hälfte der

untersuchten Spectralregion genau gleich ist. Selbst das ungeübte Auge begeht dabei keinen grösseren Fehler als $^1/_{40}$—$^1/_{50}$; das einigermassen geübte Auge vermag aber viel mehr zu leisten. Die Abschwächung bewirke ich mittelst Verengerung der betreffenden Hälfte der Eintrittsspalte, oder, bei sehr starker Lichtabsorption, mittelst einer erforderlichen Anzahl von Rauchgläsern von genau gekannter lichtschwächender Kraft. Ich bin seit einigen Monaten beschäftigt, mittelst dieses Verfahrens, an zahlreichen diaphanen farbigen Körpern die Stärke der Lichtabsorption für die einzelnen Spectralfarben zu bestimmen; da ferner in farbigen Lösungen die Absorption mit der Concentration zunimmt, so dient mir neuerdings diese Methode auch zur Bestimmung des Gehaltes von Farbestofflösungen.

Bringe ich vor die untere Spalthälfte das von Kirchhoff in die Spectralanalyse eingeführte Vergleichsprisma, welches mittelst einer Petroleumflamme beleuchtet wird, und lasse ich durch die obere Spalthälfte direct Licht irgend einer Lichtquelle, z. B. der Sonne, einfallen, so wird die Lichstärke des von der letzteren gebildeten Spectrums einfach wieder dadurch gemessen, dass man der Reihe nach in jedem Spectralbezirke die obere und untere Hälfte des Sehfeldes gleich lichtstark macht, mittelst Rauchgläser und Veränderung der einen Spaltweite. Hat man die Lichtstärke des Spectrums der Petroleumflamme nach der, im Eingang erwähnten, Methode ein für allemal bestimmt, indem man für jede Einzelregion dieses Vergleichsspectrums die Zahl der Lichteinheiten ermittelt, so ergibt sich die Lichtstärke in den Einzelbezirken des Spectrums der zu untersuchenden Lichtquelle unmittelbar.

Das Sternspectroscop bedarf demnach nur kleiner Abänderungen, um für die Zwecke der Photometrie benutzt werden zu können. Die Eintrittsspalte des Lichtes muss einerseits von einer festen und andererseits von 2 beweglichen Platten begrenzt sein. Jede der letzteren wird mittelst einer feinen Micrometerschraube bewegt, deren graduirte Trommel die Spaltweite genau abzulesen gestattet. Durch die eine Spalthälfte fällt das Licht des Sternes, während die andere Spalthälfte mit dem Vergleichsprisma bedeckt ist, das durch ein seitliches Rohr von einer constanten Lichtquelle beleuchtet wird, Man hat also das Spectrum des Sternes unmittelbar über dem sehr viel helleren Spectrum des Vergleichslichtes zur bequemen Vergleichung. Letzteres Licht wird abgeschwächt durch Rauchgläser von genau gekannter licht-

schwächender Kraft; die völlige Gleichheit der Lichtstärke endlich wird durch Veränderung der Weite der betreffenden Spalthälfte hergestellt. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, dass ich die in meiner oben angeführten Schrift gemachte Behauptung, die Rauchgläser absorbiren sämmtliche Spectralfarben nahezu gleichmässig, zurücknehmen muss. An dem, mit meiner getheilten Spalte versehenen Spectral-Apparat lässt sich sogleich erkennen, dass die Rauchgläser die minder brechbaren Farben besser durchlassen als die brechbareren; der Unterschied zwischen dem äussersten Roth und Viotett beträgt mehr als das Doppelte.

Um die Messungen jeder Stelle des Spectrums sicher und ungestört ausführen zu können, sind im Ocularrohr des Spectral-Apparates (an der Stelle des Fadenkreuzes) zwei undurchsichtige Schieber mit verticalen Rändern anzubringen, die einander beliebig genähert werden können. Diese Vorrichtung (s. meine Schrift über den Spectral-Apparat, S. 16) erlaubt, das ganze Spectrum abzublenden, mit Ausnahme derjenigen Stelle, die man gerade untersuchen will.

Das Spectrum einer guten Petroleumflamme hat nach meinen Erfahrungen eine leidliche Constanz der Lichtstärke, um als Normallicht verwendet werden zu können. Zudem scheint es mir, dass gerade für den in Rede stehenden Zweck Schwankungen der Lichtstärke des Normallichtes von geringerer Bedeutung wären, da die Vergleichung der Lichtstärke in den Einzelregionen eines Sternspectrums offenbar die zunächst liegende Aufgabe der Sternphotometrie wäre. Störende Schwankungen der Lichtstärke einer guten Petroleumflamme kommen nach meinen zahlreichen Erfahrnngen innerhalb 1—2 Stunden fast niemals vor; innerhalb dieser Zeit kann aber das Spectrum von dem einen Ende zum andern vollständig photometrisch untersucht werden.

Tübingen, 1871 Juli 16.

Magnetische Ortsbestimmungen in Russland.

Ausgeführt von

H. Wild.

Ort.	Länge. Greenwich.	Breite	1869 Mittag.	In-clination.	De-clination.	Horiz. Inten-sität.	Total-Inten-sität.
St. Petersburg	$2^h\ 1^m\ 2^s$	59° 56′ 9″	8. Juli	70° 45′	+ 2° 26′	1.627	4.935
Moskau . . .	2 30 17	55 45 20	19. „	68 39	— 1 7	1.796	4.933
Kasan . . .	3 16 33	55 47 53	24. „	68 40	— 6 12	1.849	5.083
Samara . . .	3 20 16	53 12 2	31. „	66 13	— 6 51	2.025	5.021
Zaritzin. . .	2 57 52	48 42 11	6. Aug.	62 24	— 2 10	2.204	4.757
Piatigorsk . .	2 52 0	44 2 51	30. „	58 4	+ 0 1	2.465	4.660
Tiflis. . . .	2 58 41	41 43 16	2. Sept.	55 29	— 0 2	2.535	4.474

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DEN KGL. BAYER. MILITÄR-BILDUNGS-ANSTALTEN UND INHABER EINER PHYSIKALISCHEN ANSTALT IN MÜNCHEN.

SIEBENTER BAND

(DES „REPERTORIUMS FÜR PHYSIKALISCHE TECHNIK &c.")

ATLAS.

(MIT TAFEL I—XXIV.)

MÜNCHEN, 1871.

VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Verzeichniss der Figurentafeln.

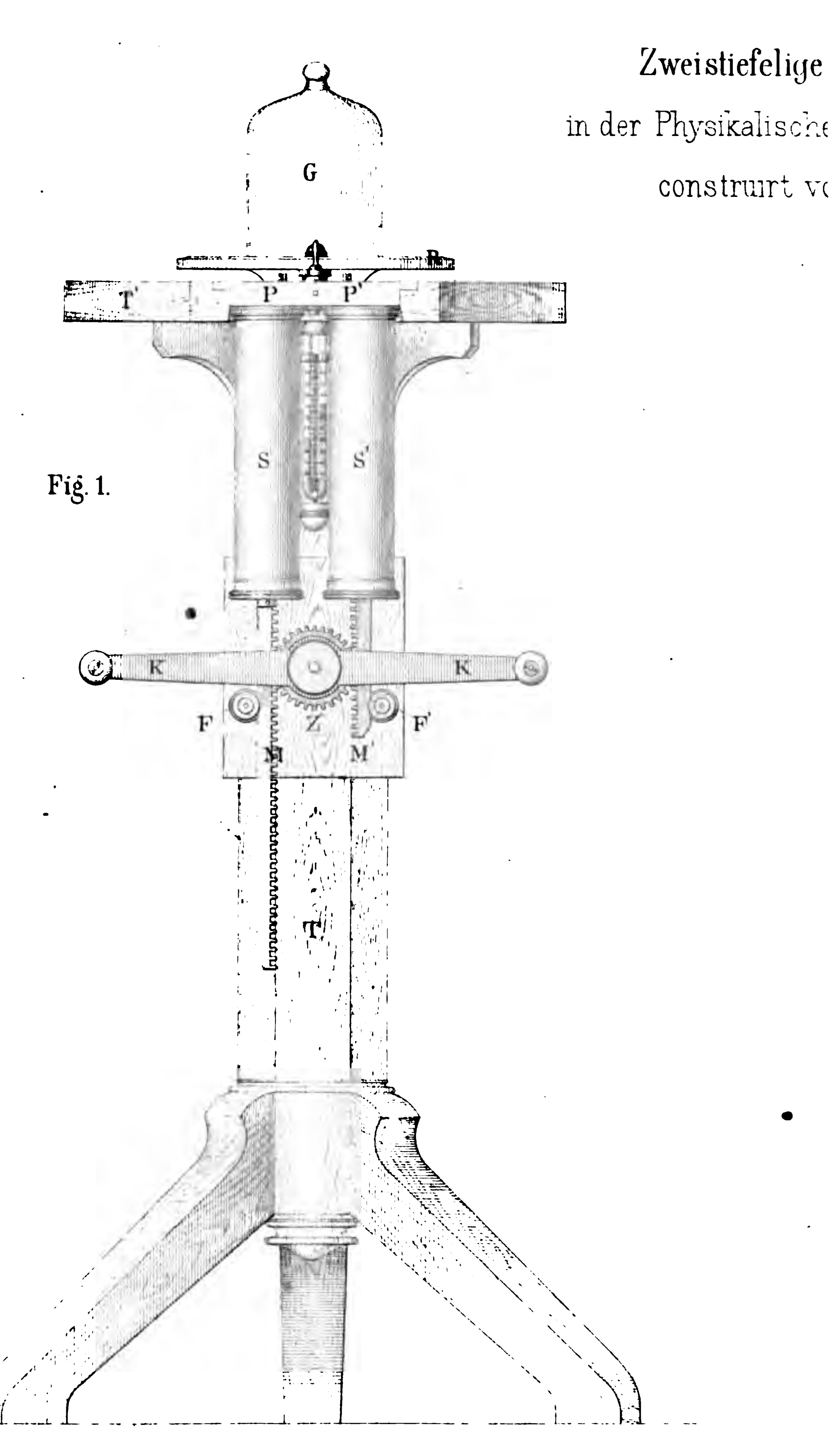
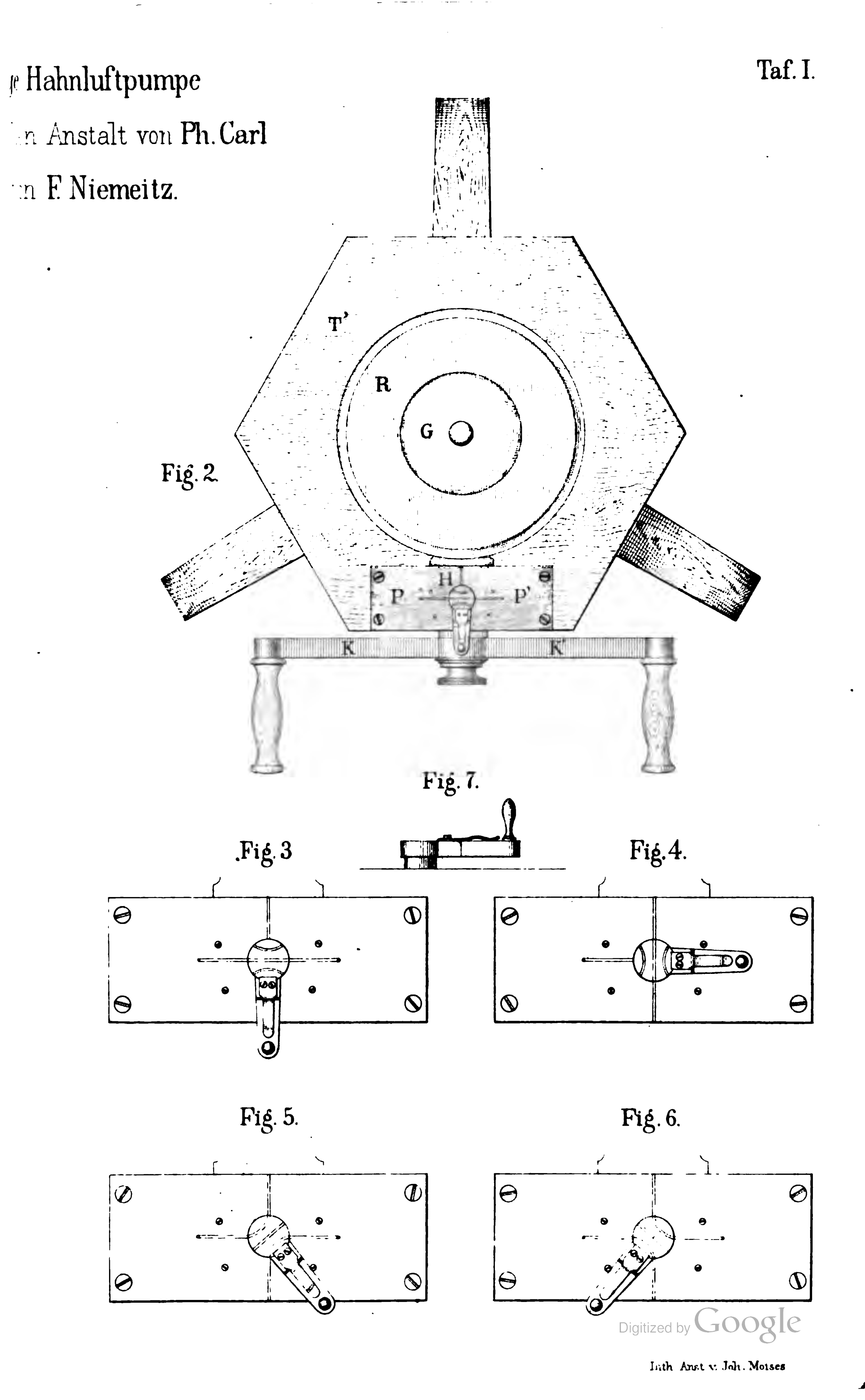

Zweistiefelige
in der Physikalische
construirt v
G
R
T'
P
P'
S
S'
K
K
F
F'
Z
M
M'
T

Fig. 1.



…e Hahnluftpumpe
…n Anstalt von Ph. Carl
…n F. Niemeitz.
Taf. I.
T'
R
G
H
P
P'
K
K'
Fig. 2.
Fig. 7.
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Lith. Anst. v. Joh. Moises

Jul. Peterin, Über die Bildung elektrischer Ringfiguren

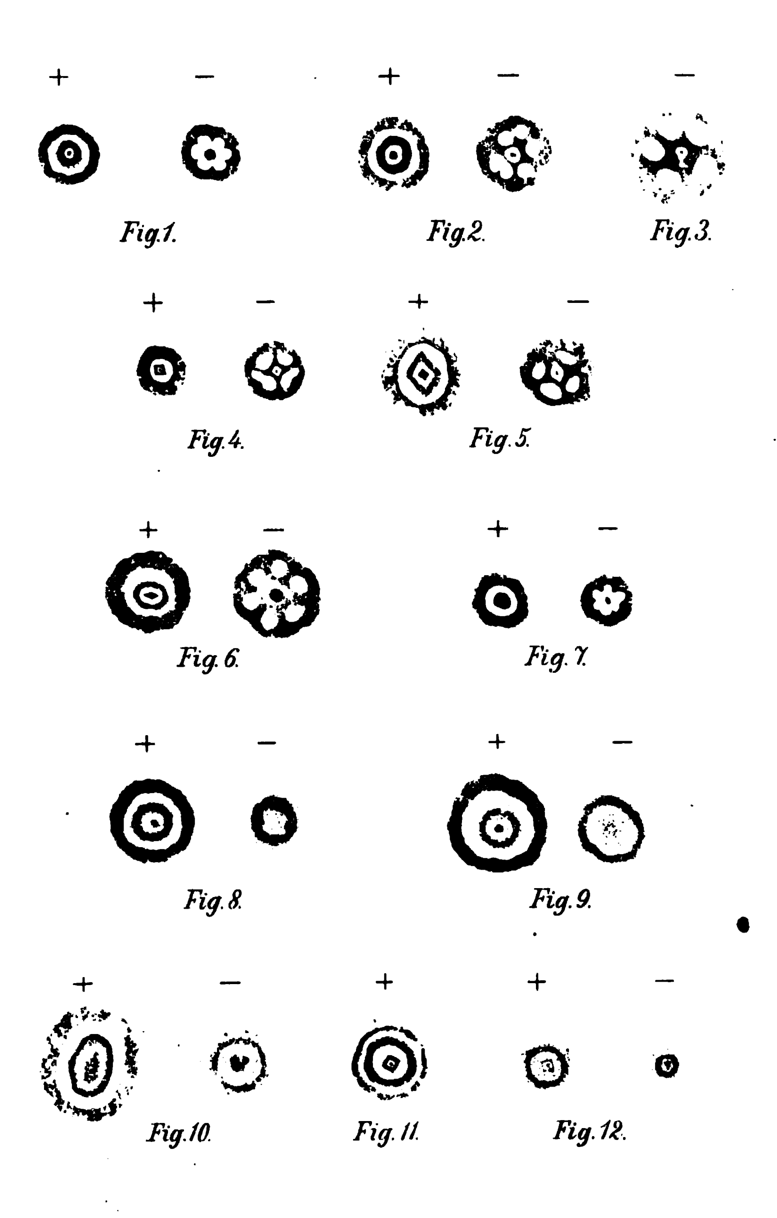


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 4. Fig. 5.

Fig. 6. Fig. 7.

Fig. 8. Fig. 9.

Fig. 10. Fig. 11. Fig. 12.

Micrometrisches Microscop von Ertl & Sohn.

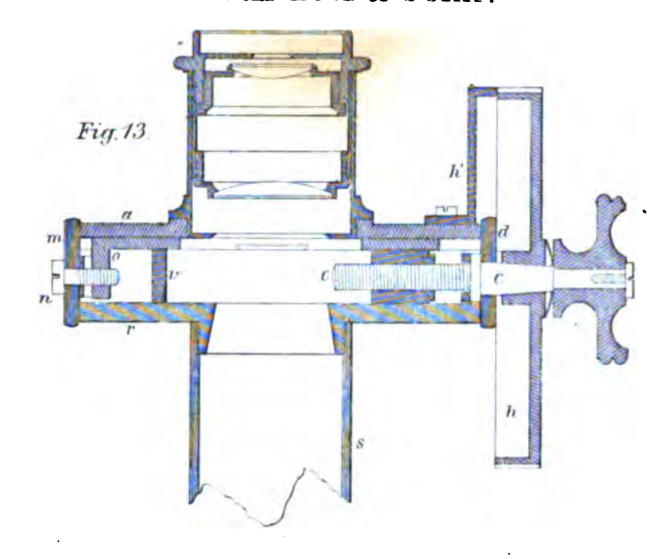


Fig. 14.

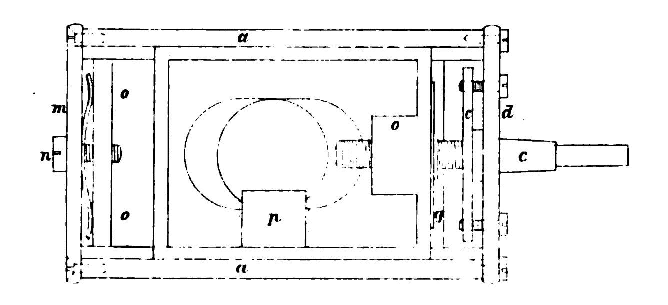
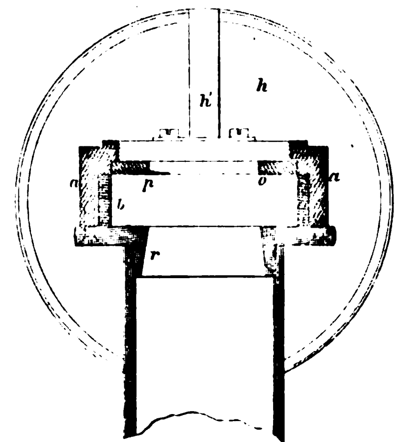
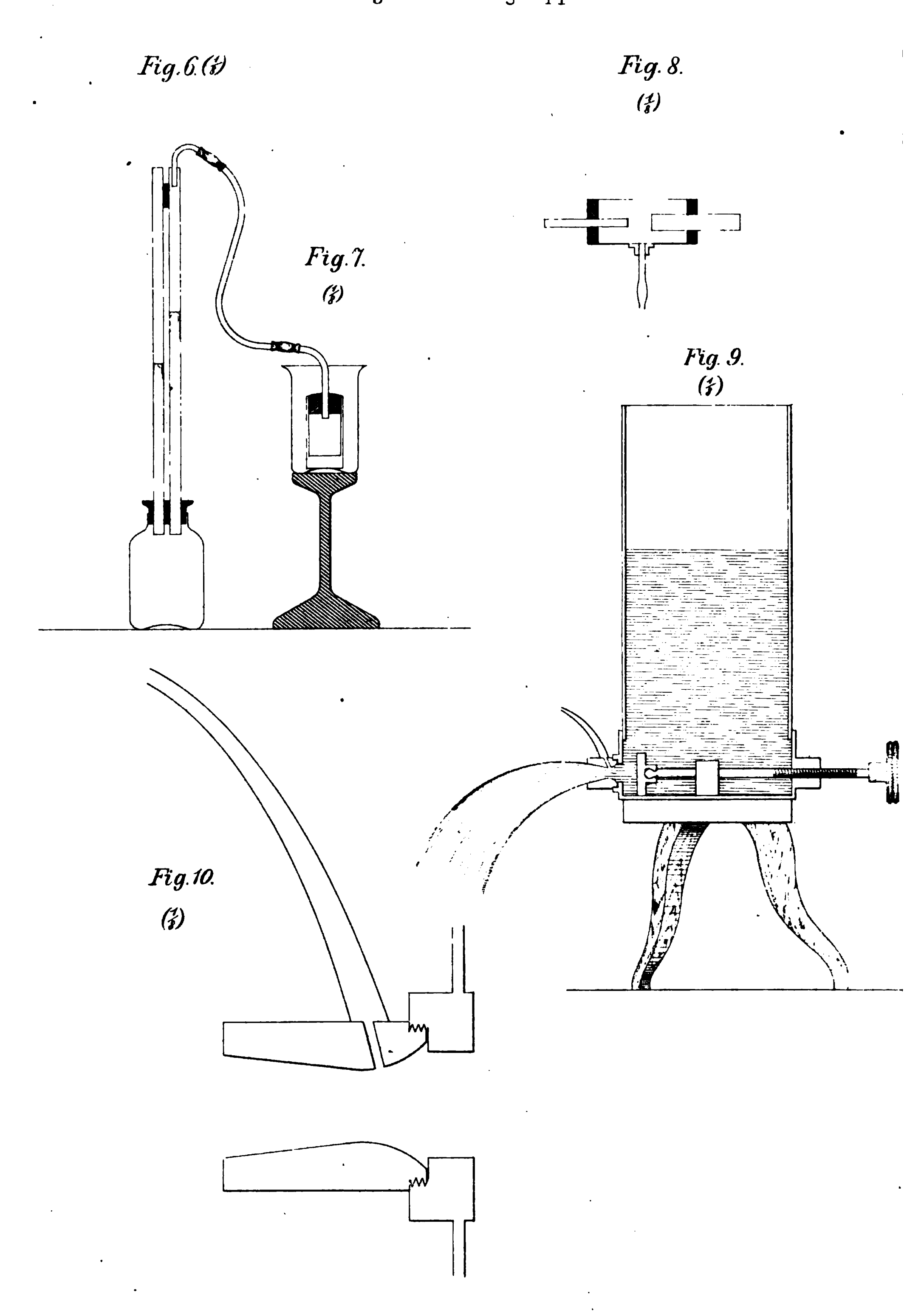
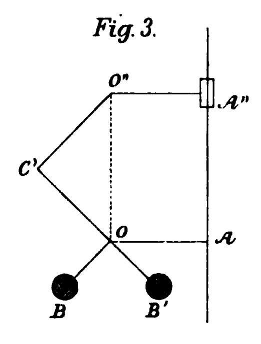
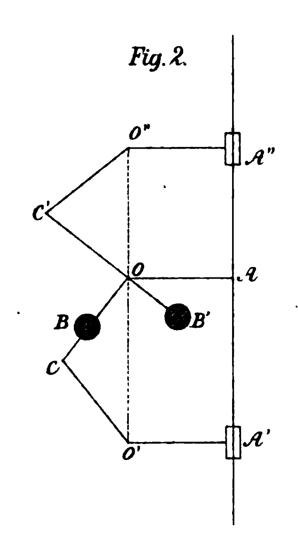


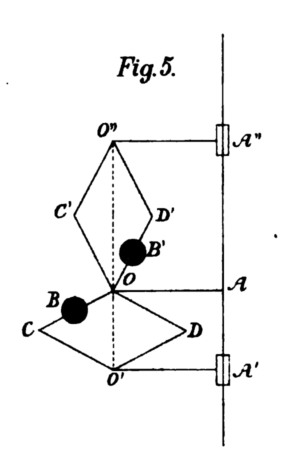
Fig. 15.

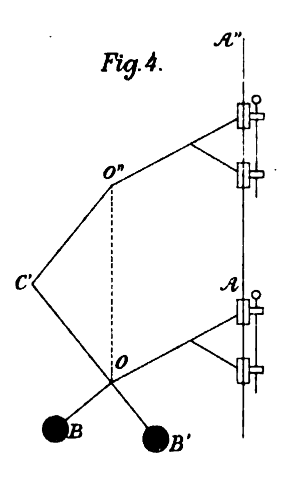



Fig. 6. (1/8)
Fig. 7.
(1/8)
Fig. 8.
(1/8)
Fig. 9.
(1/5)
Fig. 10.
(1/1)

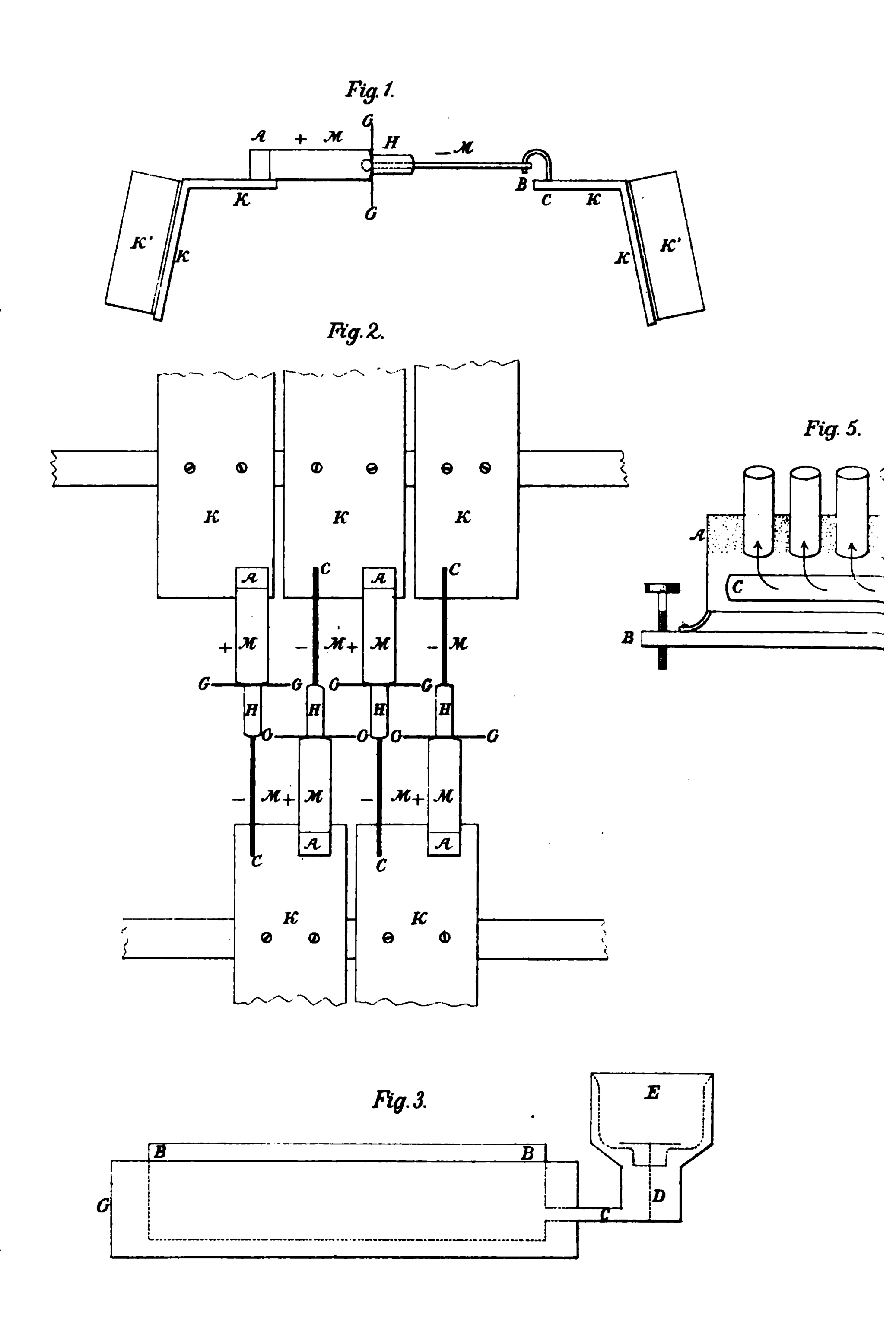


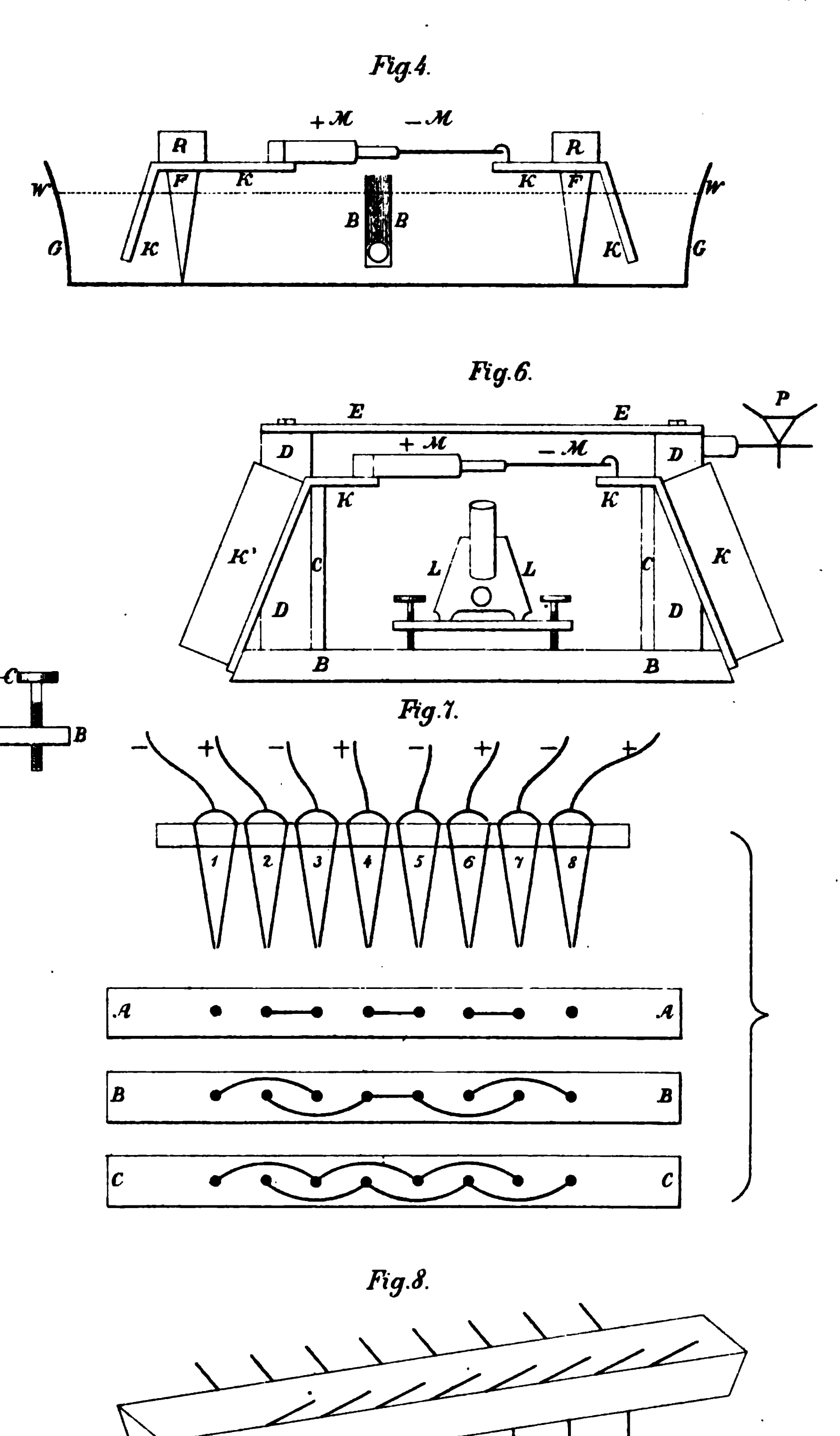




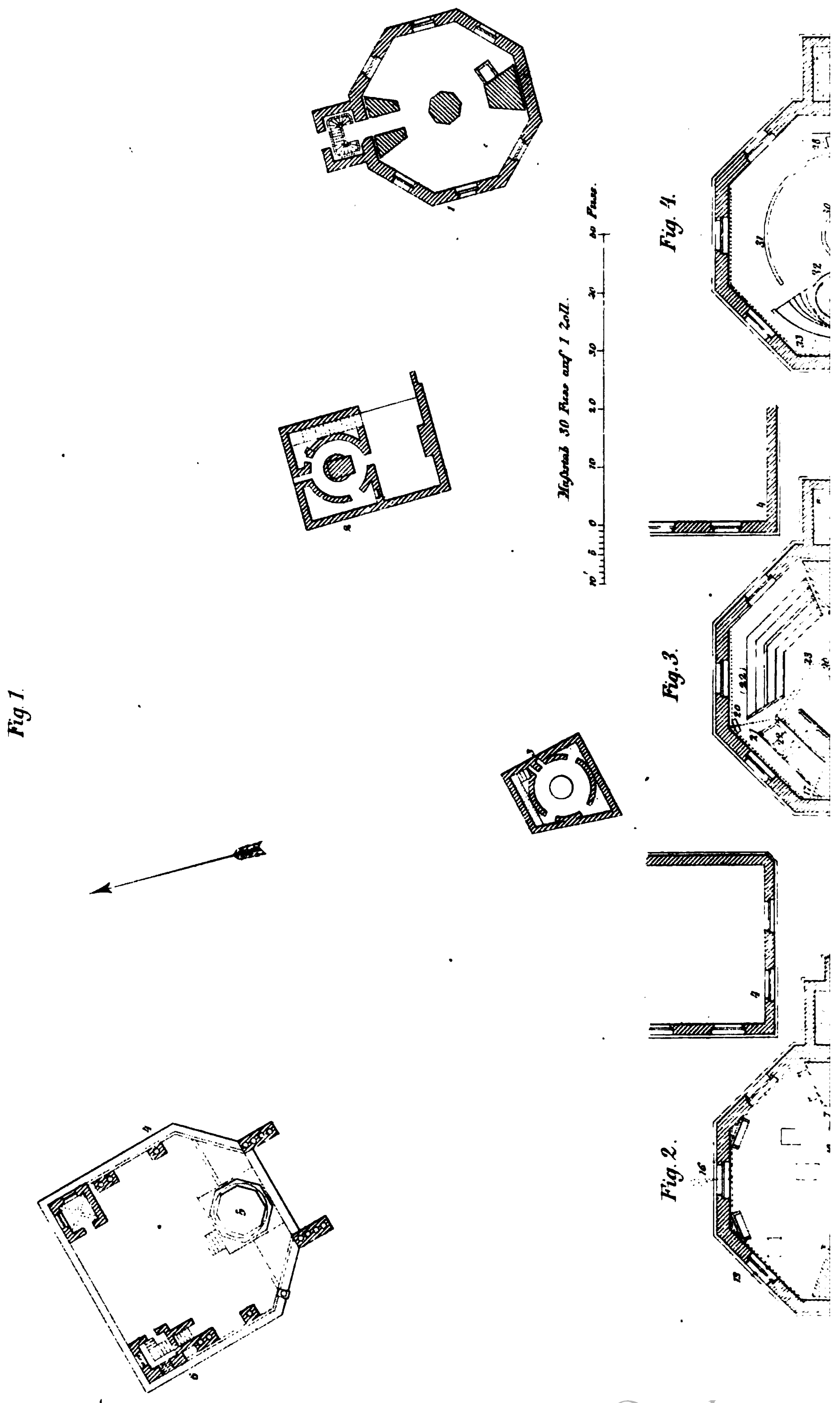


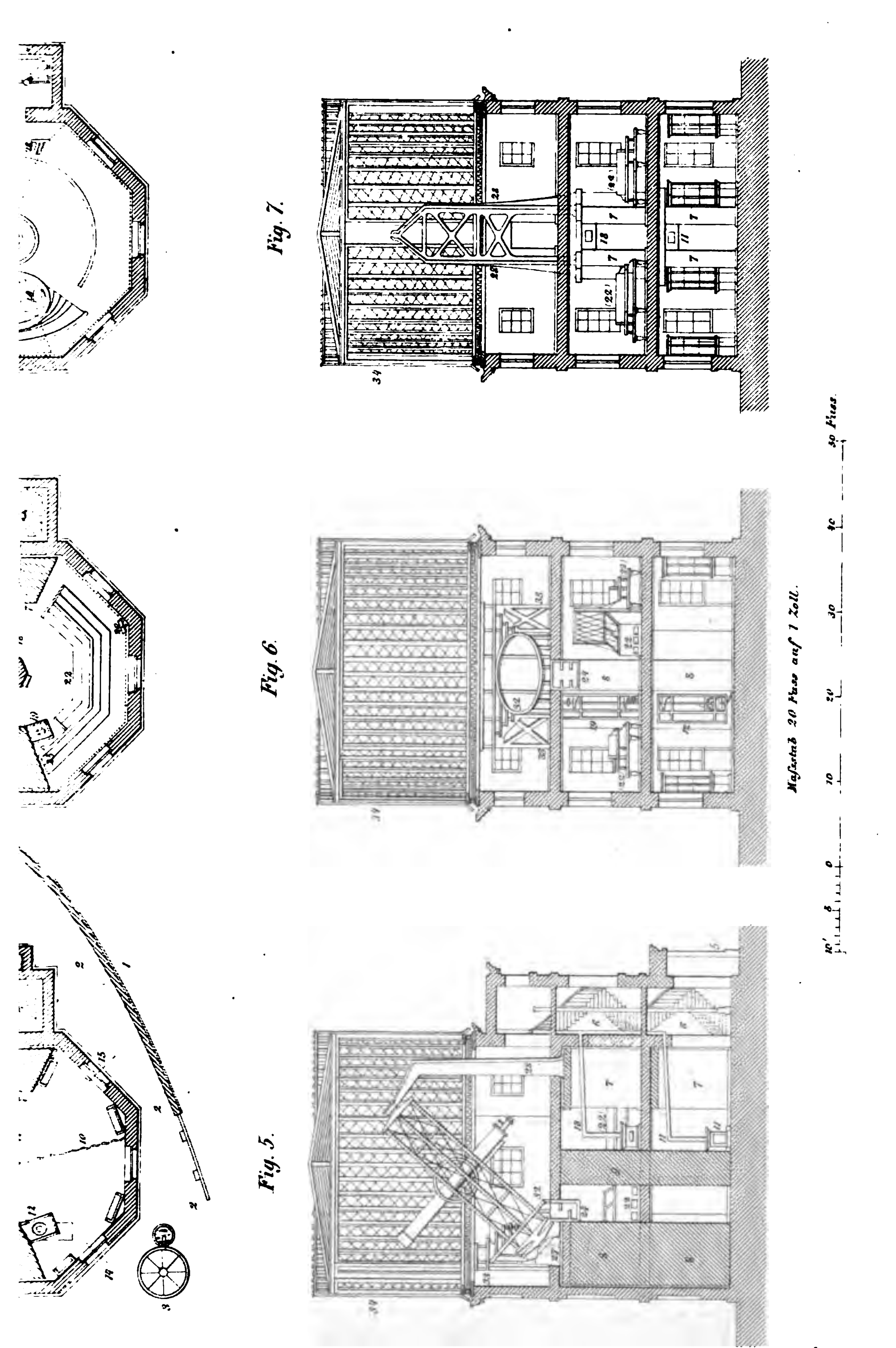
Lith. Anst. v. Joh. Moises.


Fig. 1.
A
+ M
G
H
— M
B
C
K
K
K'
K
K
K'
G
Fig. 2.
K
K
K
A
C
A
C
+ M
— M+ M
— M
G
G
G
G
H
H
H
H
O
O
O
G
— M+ M
— M+ M
C
A
C
A
K
K
Fig. 5.
A
C
B
Fig. 3.
B
B
G
E
D
C



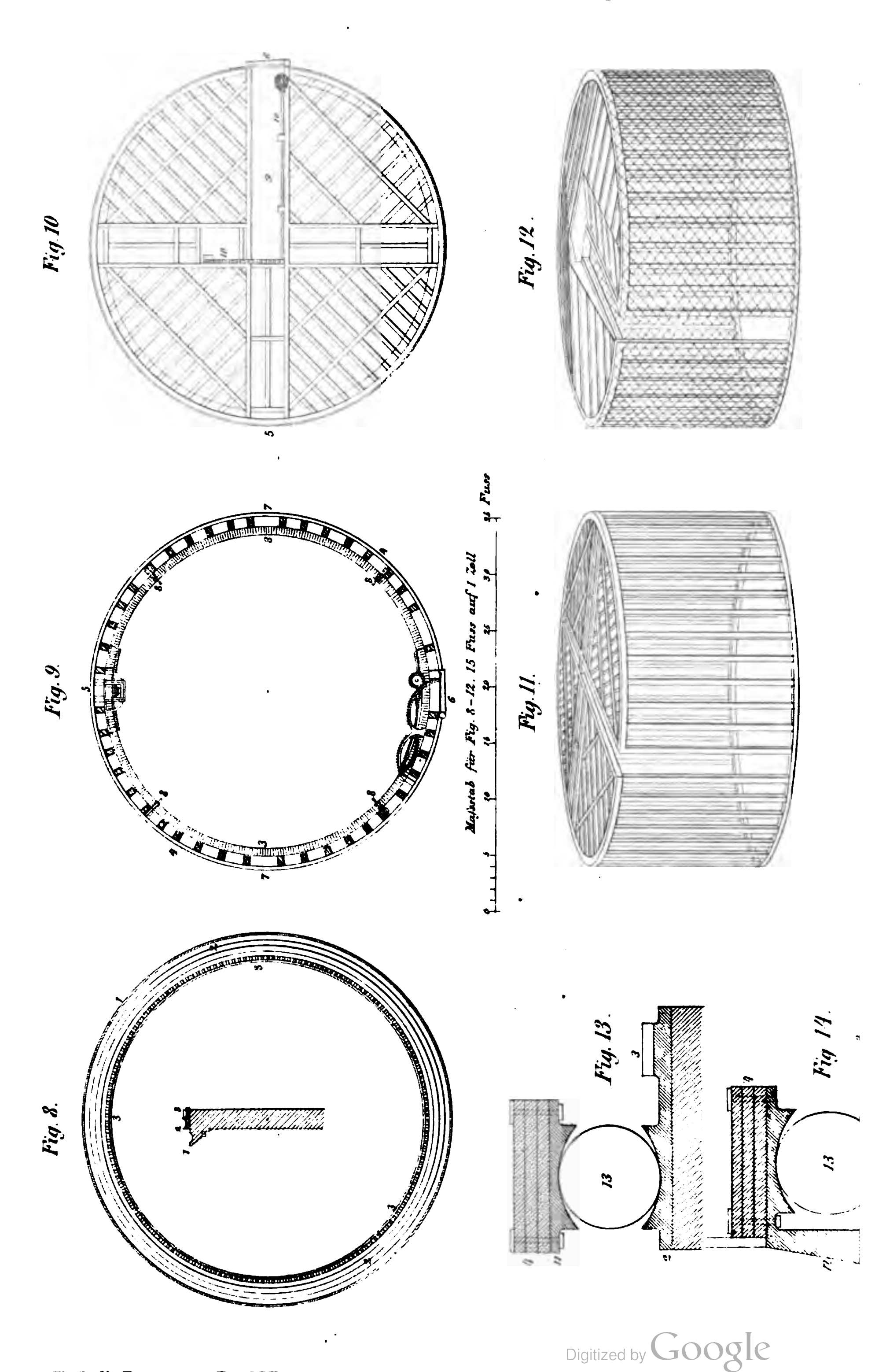
Lith. Anst. v. Joh. Moises.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Maßstab 30 Fuss auf 1 Zoll.
Fuss

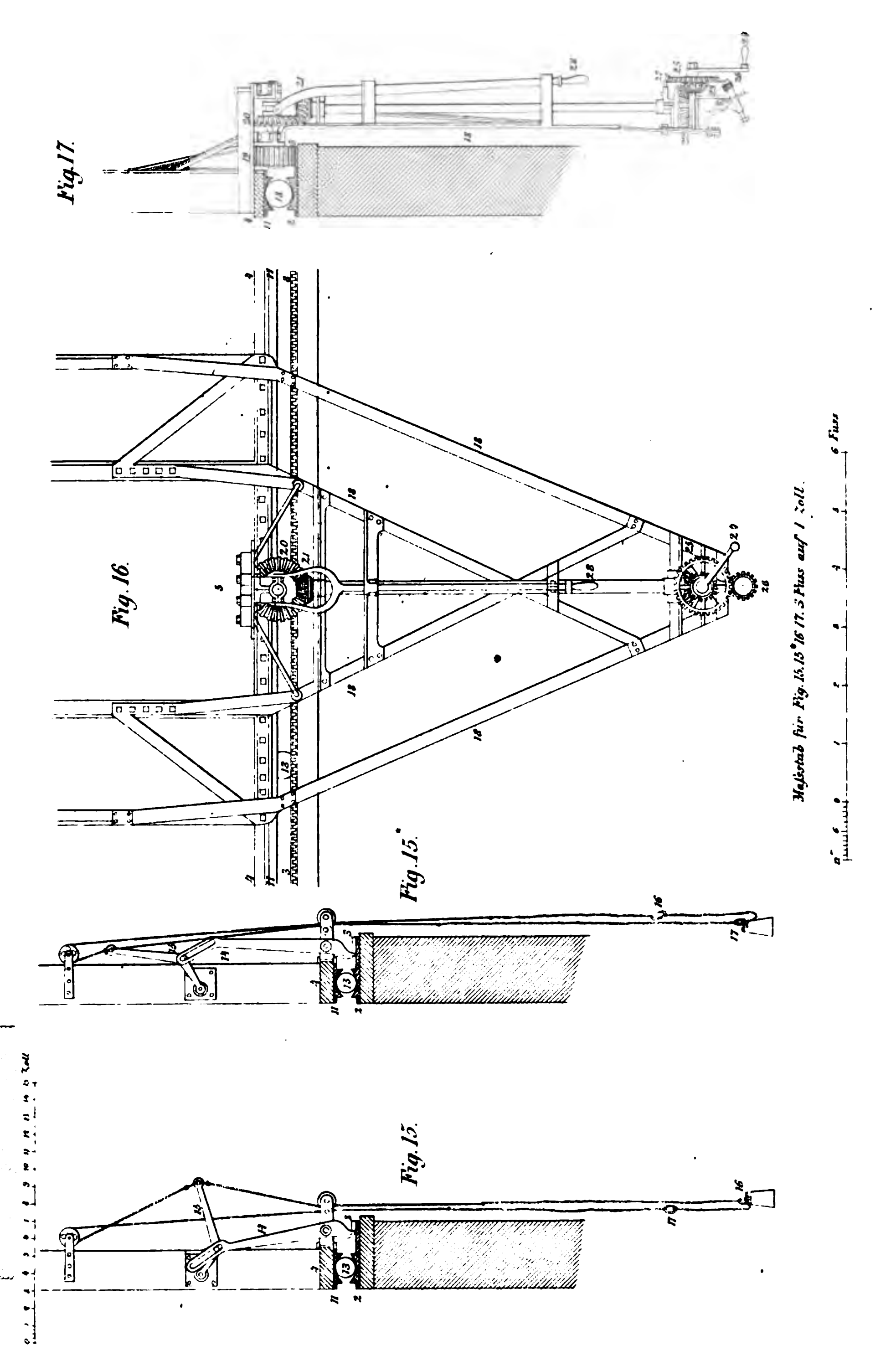


Lith Anst. v. Joh. Moises

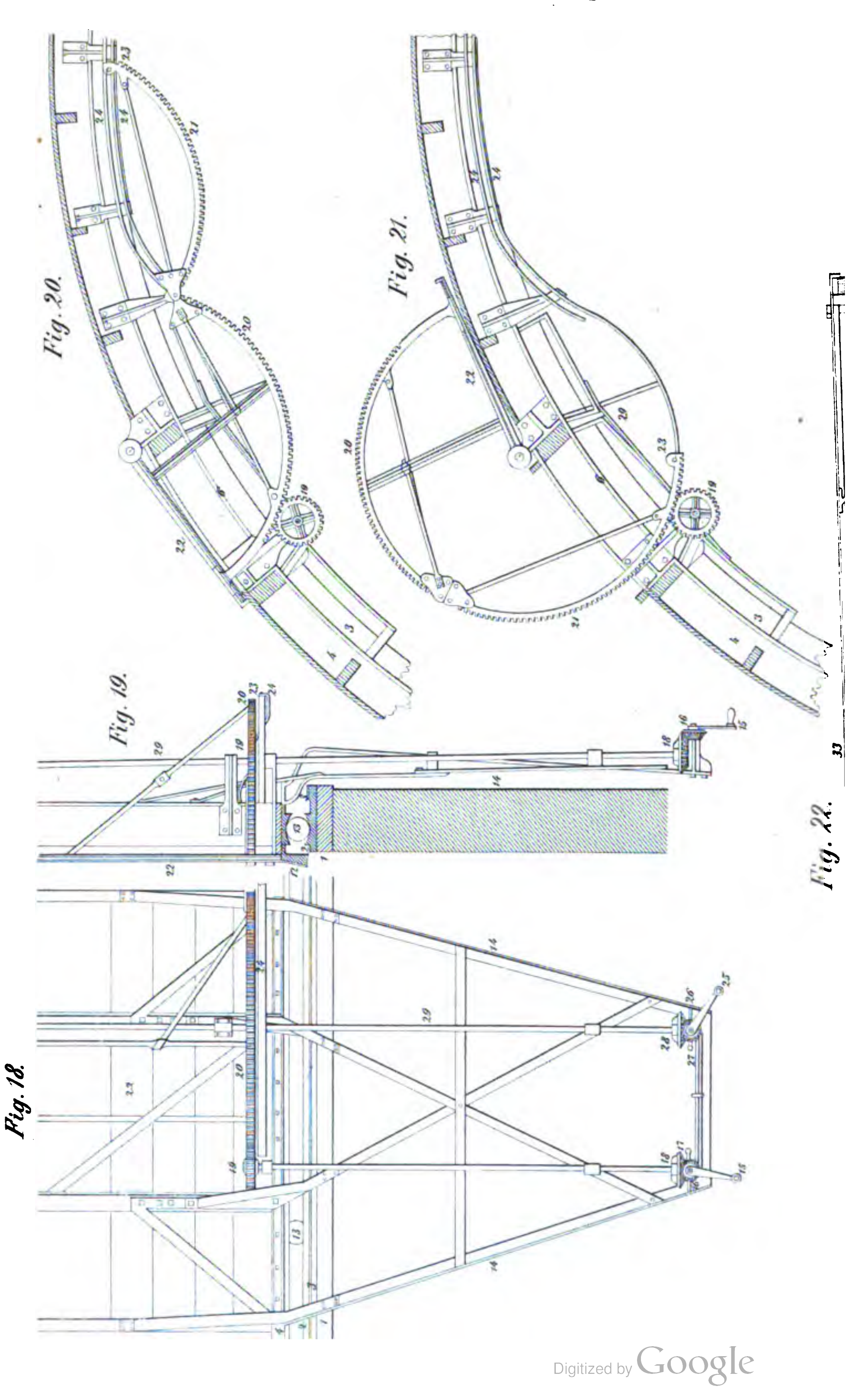
Großes Aequatoreal-Instrument

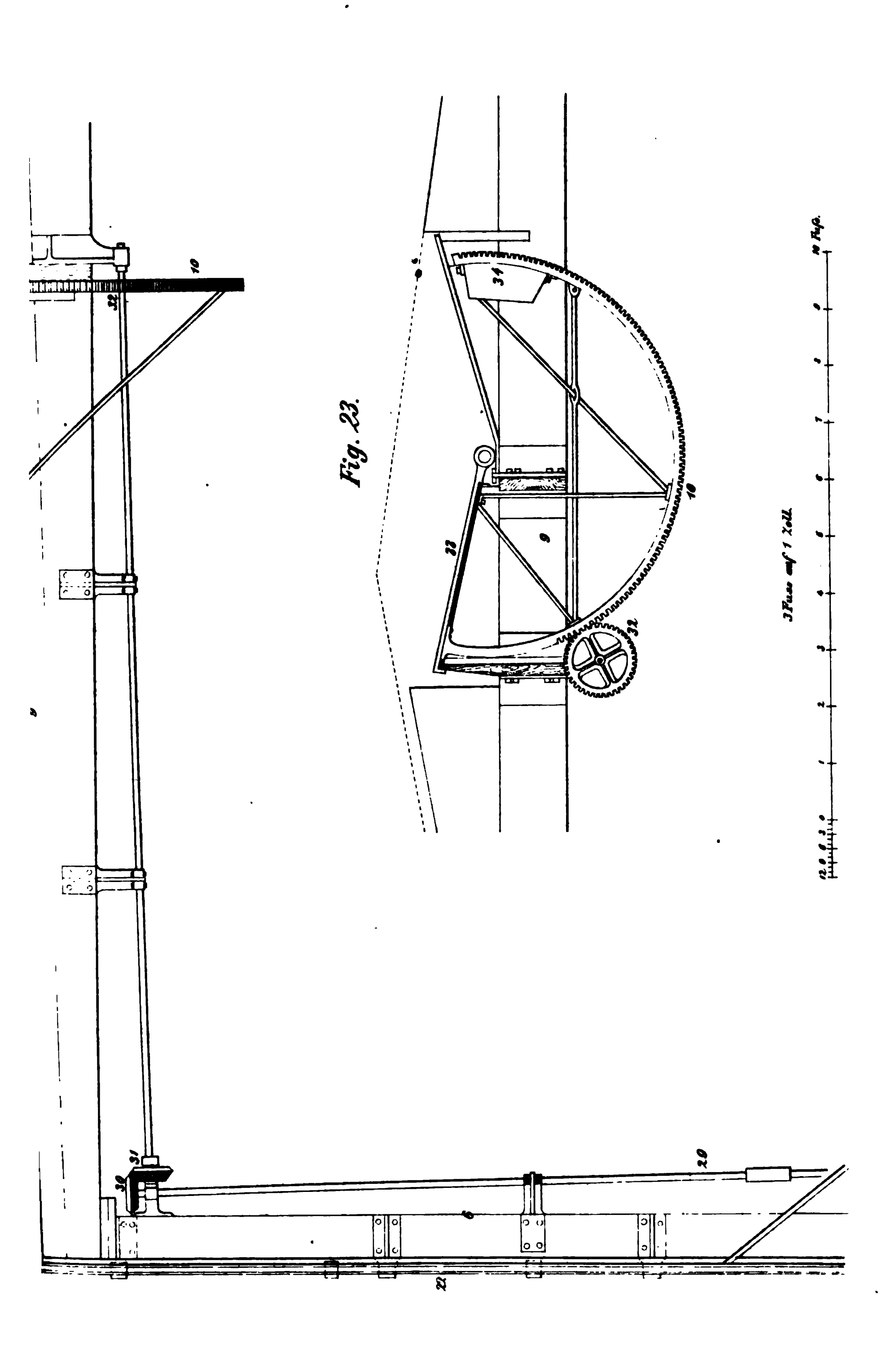


der Sternwarte in Greenwich.

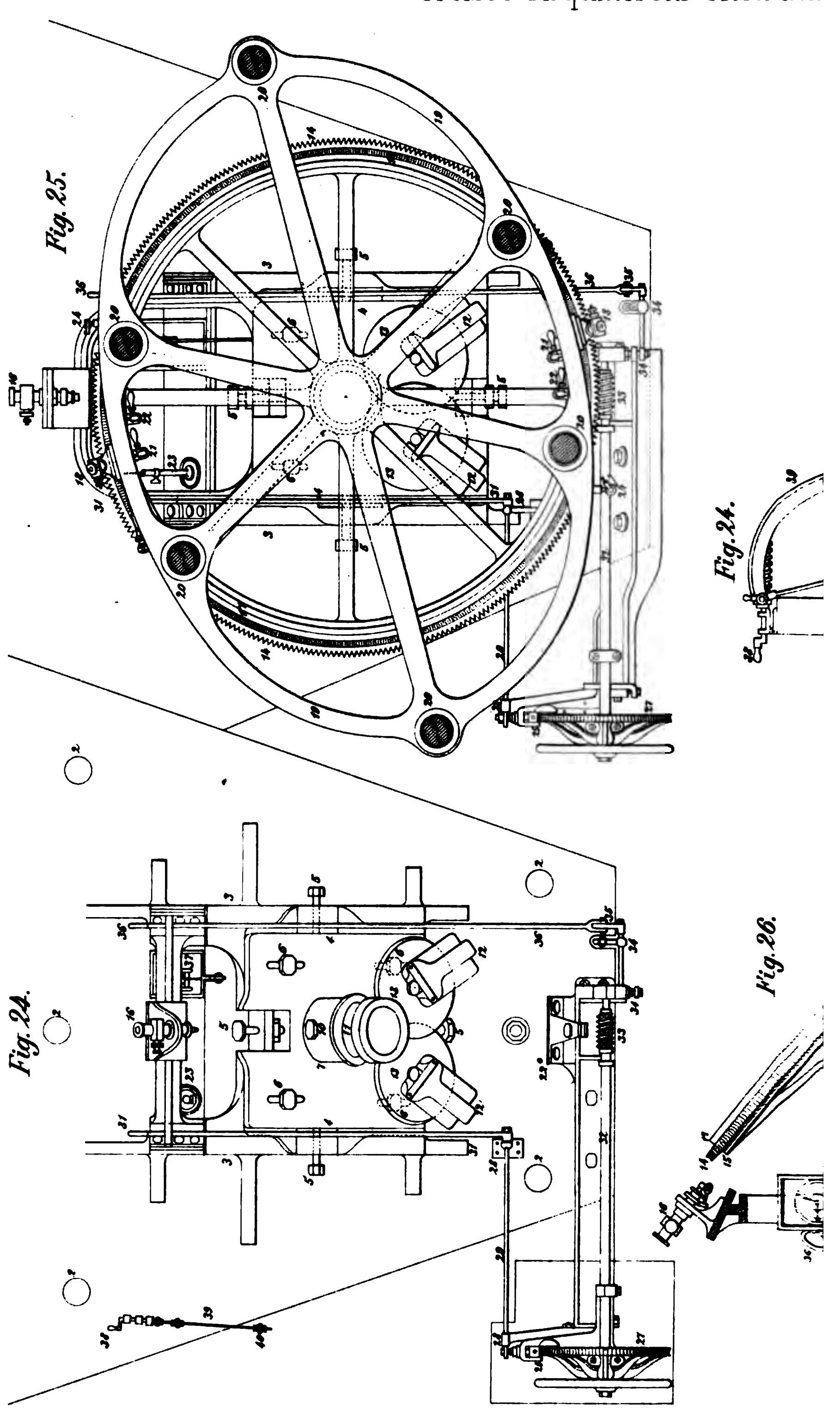


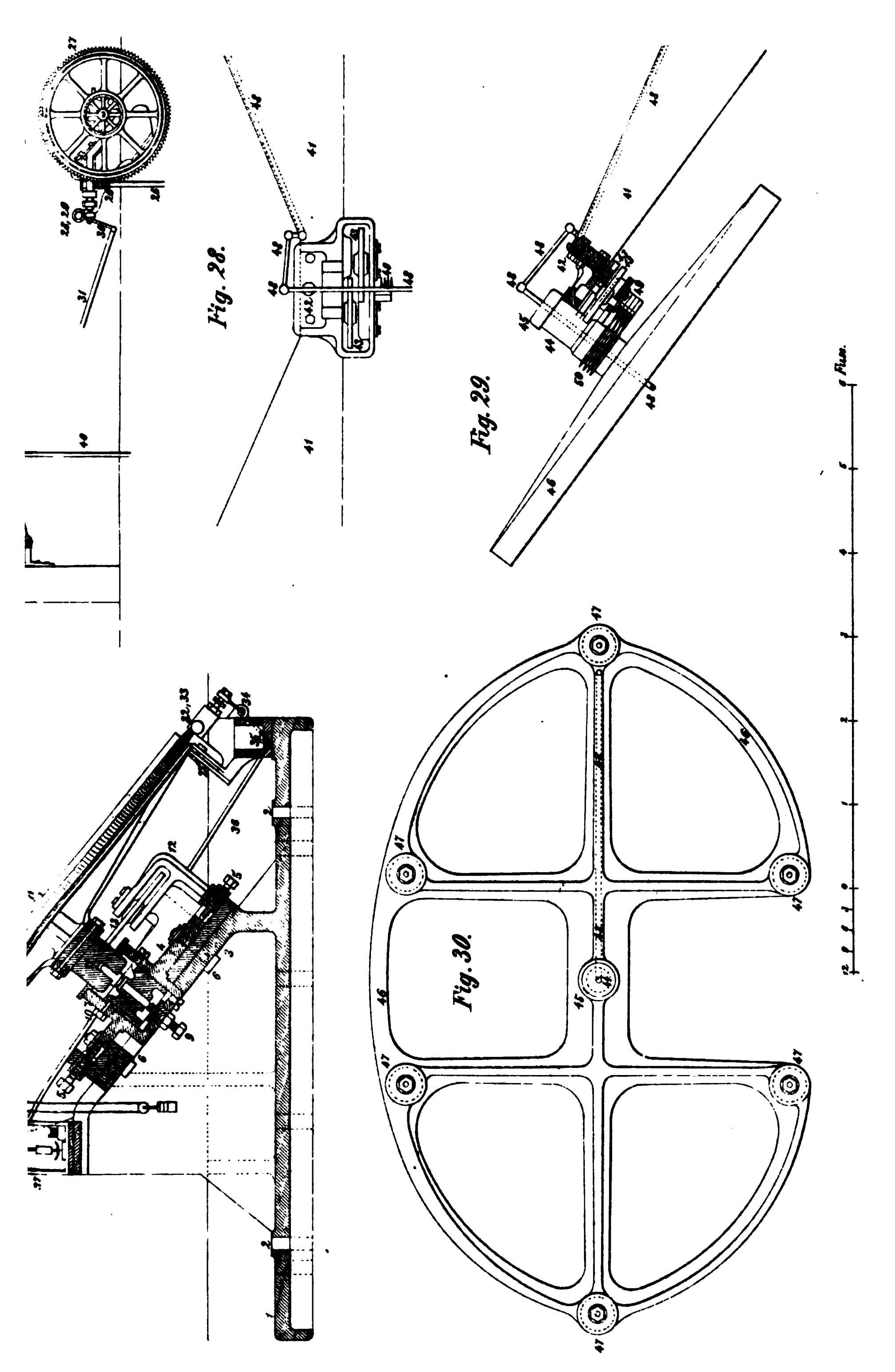
Lith. Anst. v. Joh. Moises.


Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.

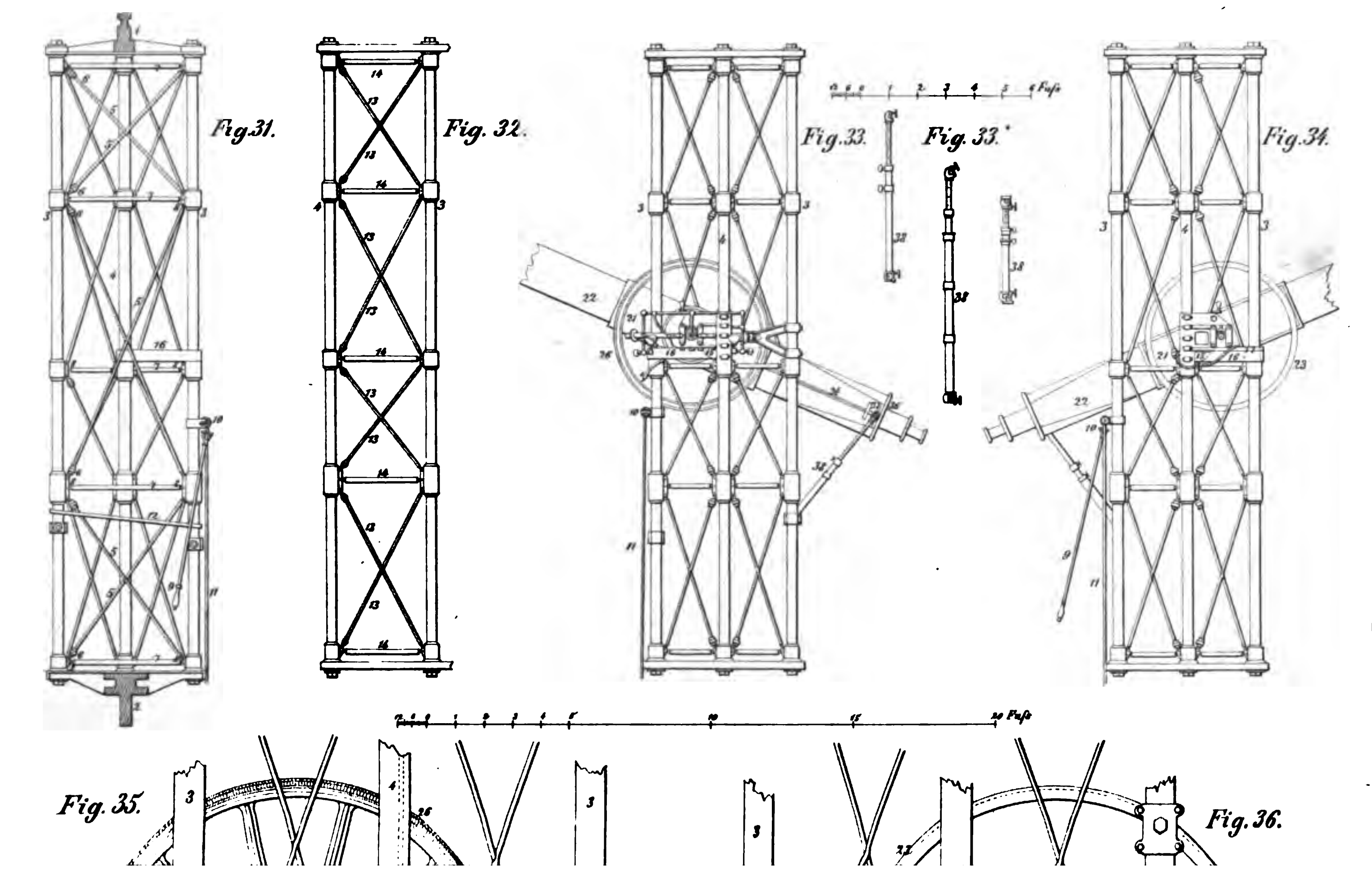


Lith.Anst.v.Joh.Moises München.


Fig. 25.
Fig. 24.
Fig. 24.
Fig. 26.

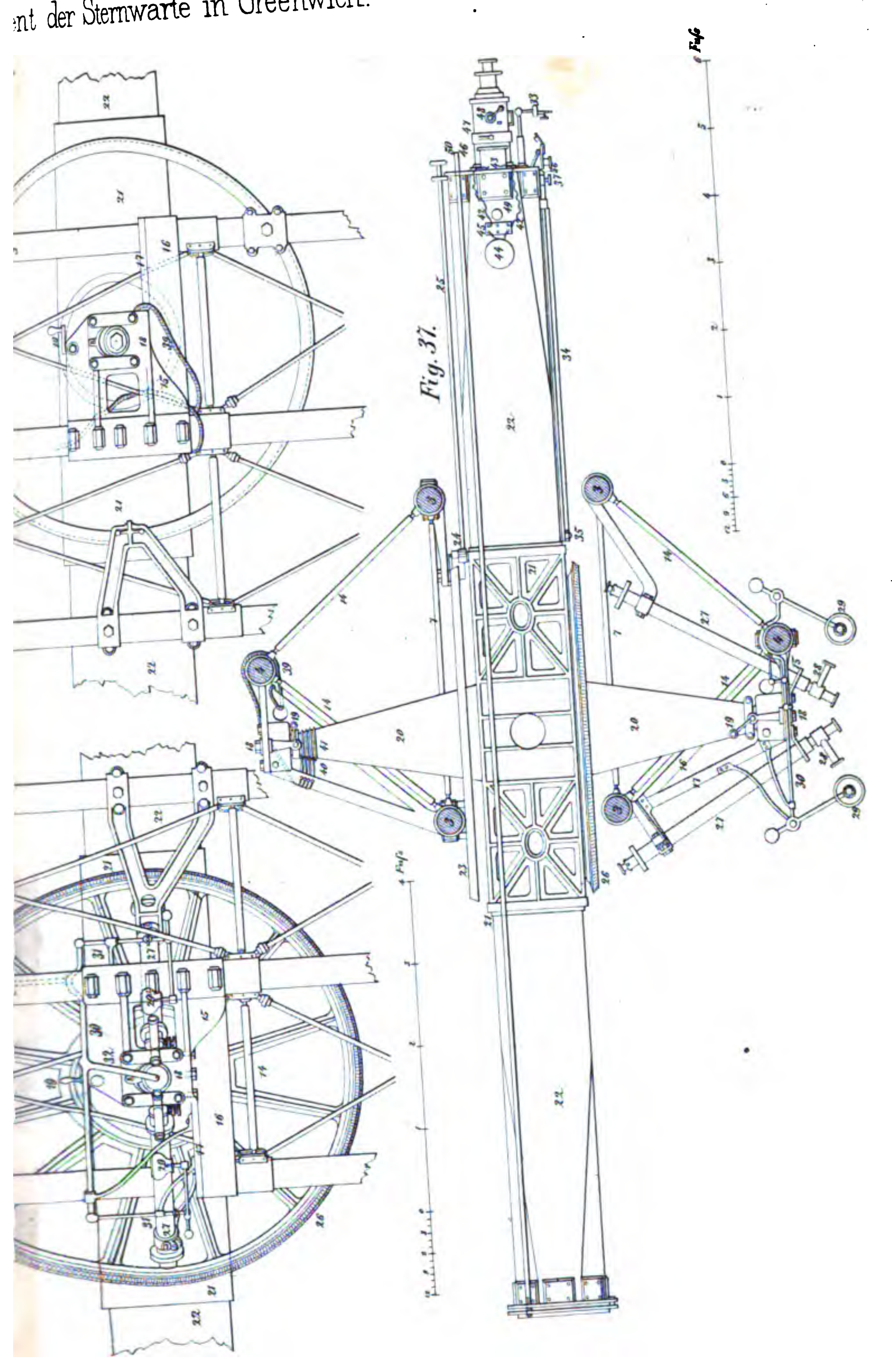


Lith.Anst.v.Joh Moises München.

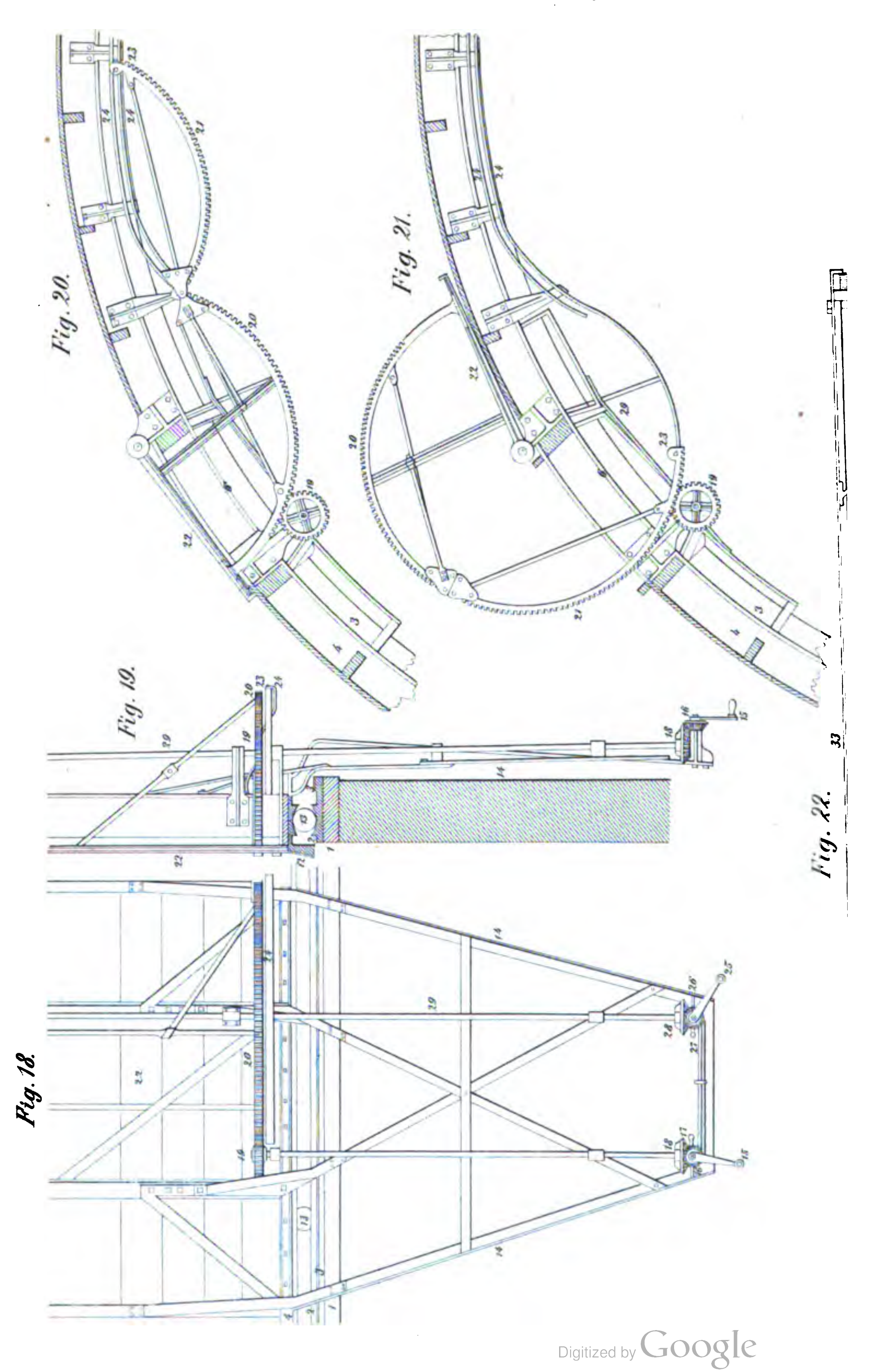

Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 33*
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fufs

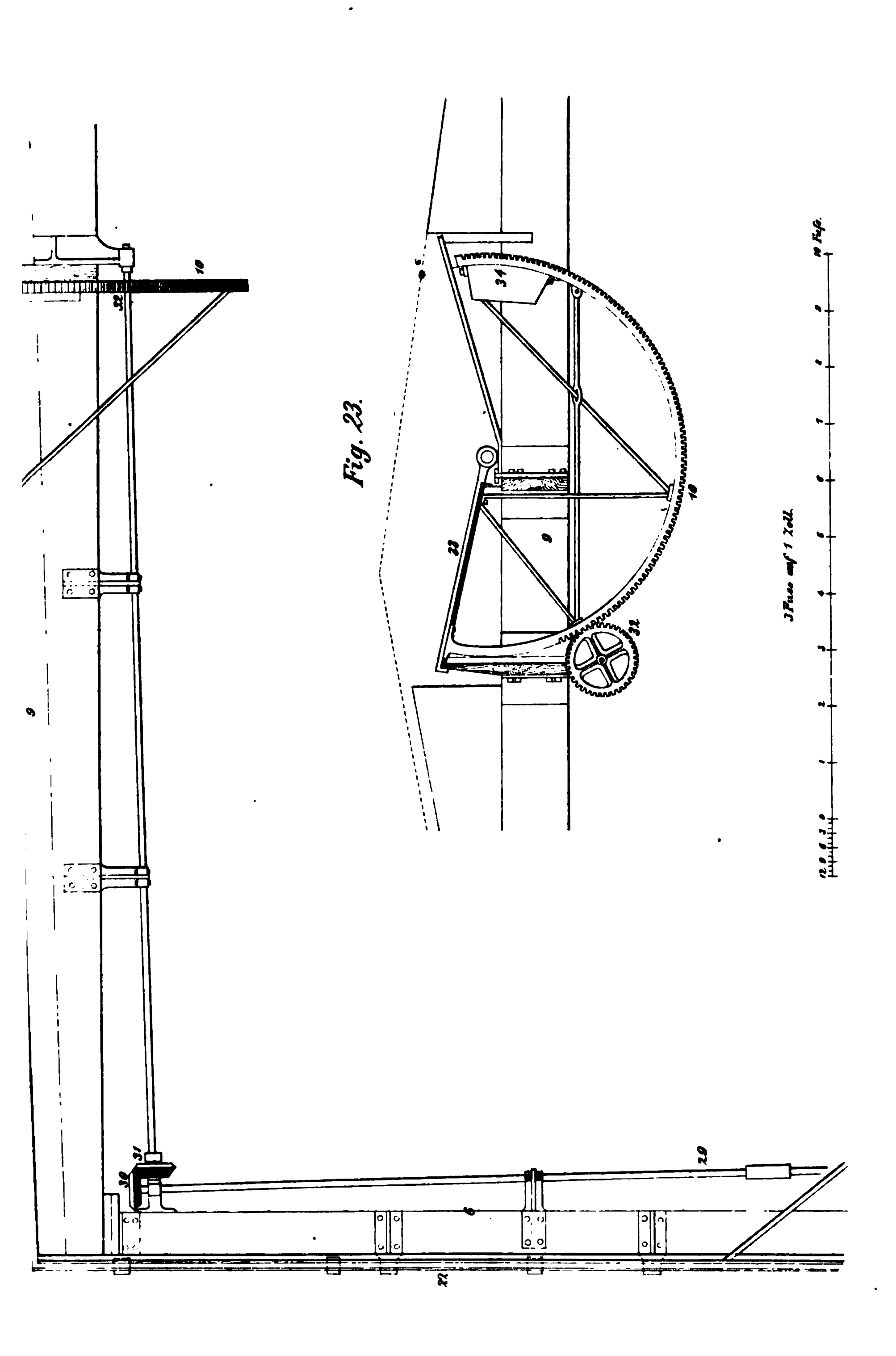
…nt der Sternwarte in Greenwich.

Taf. IX.

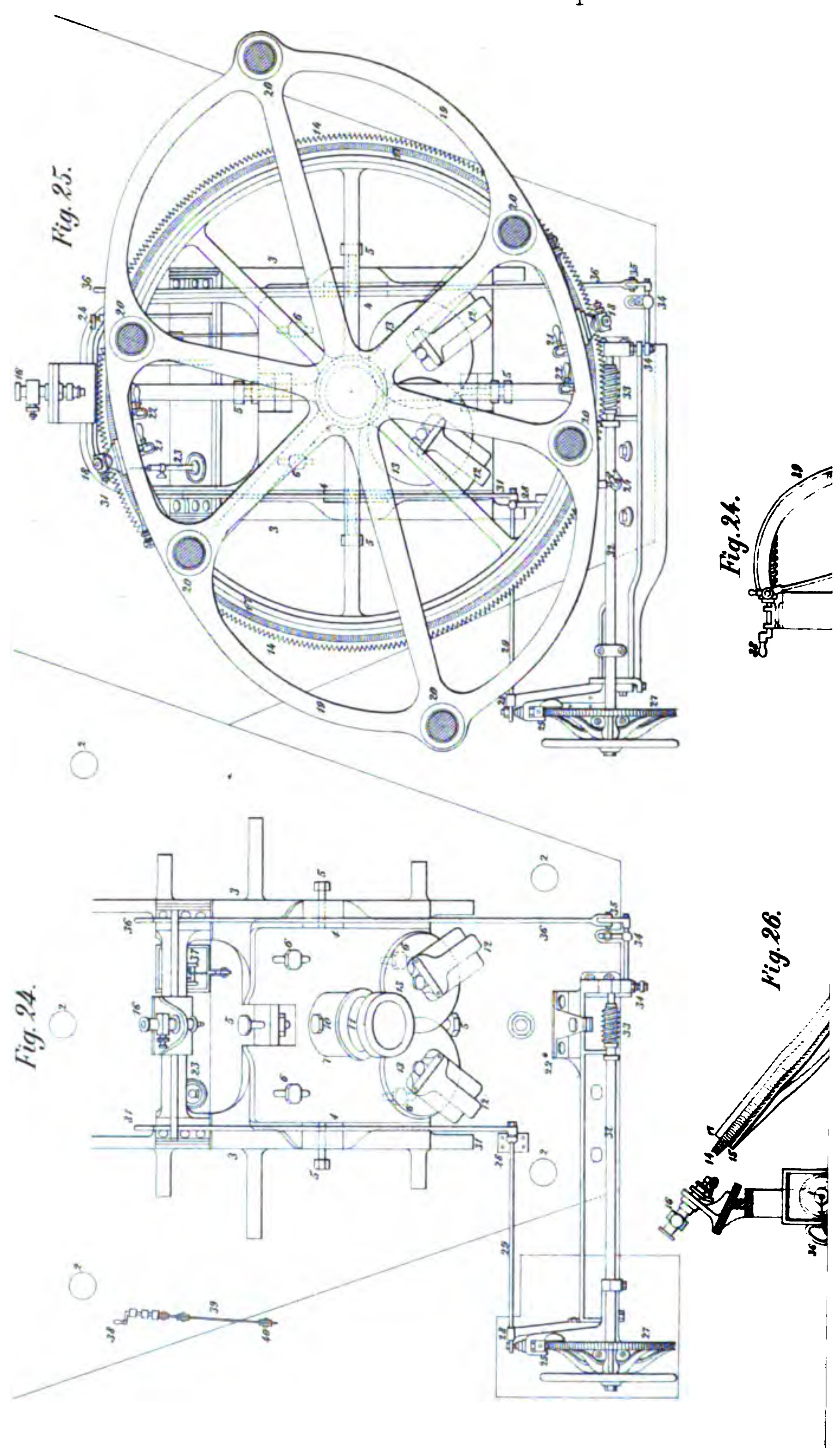


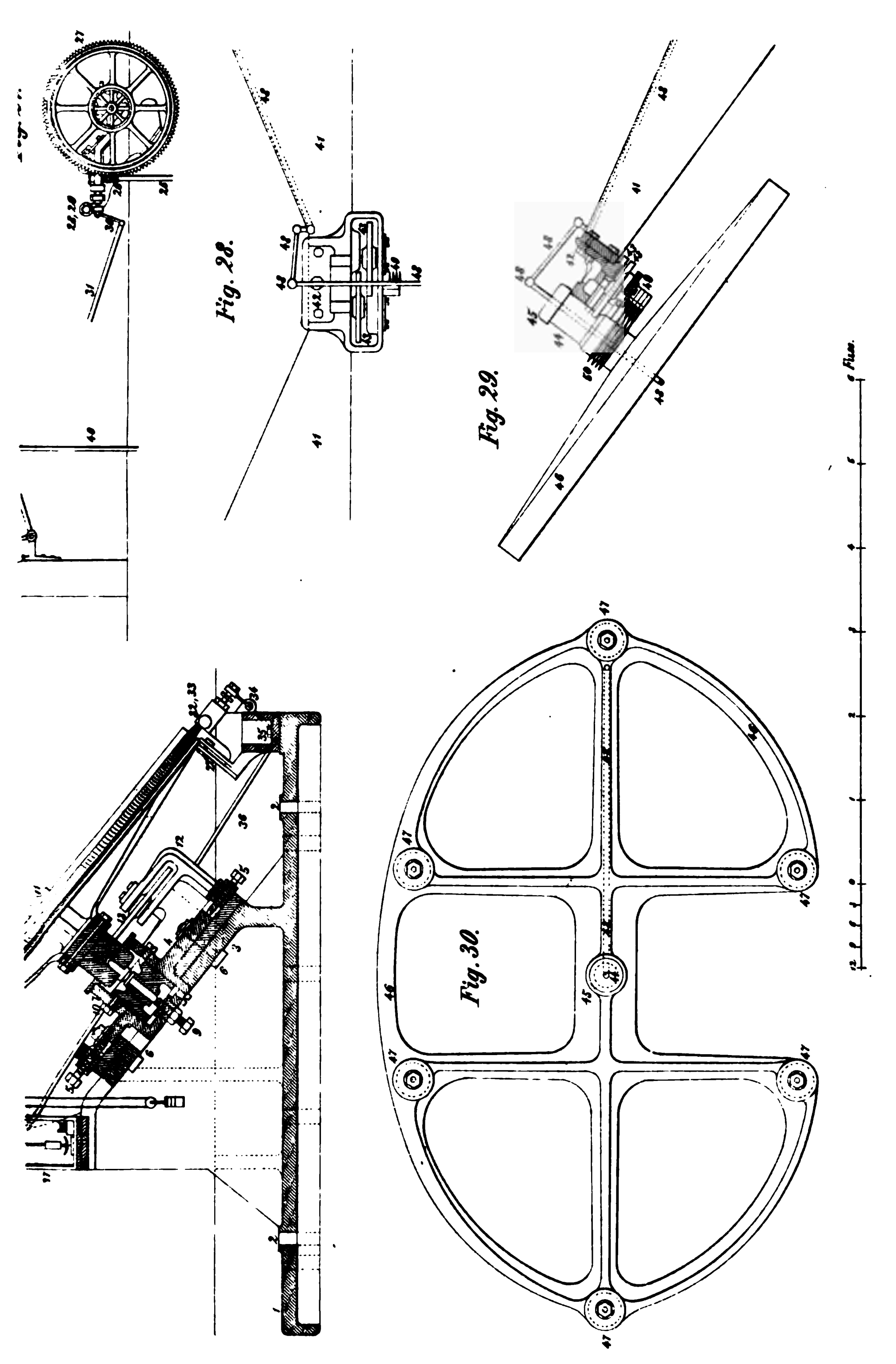
Lith. Anst. v. Joh. Moises in München


Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.

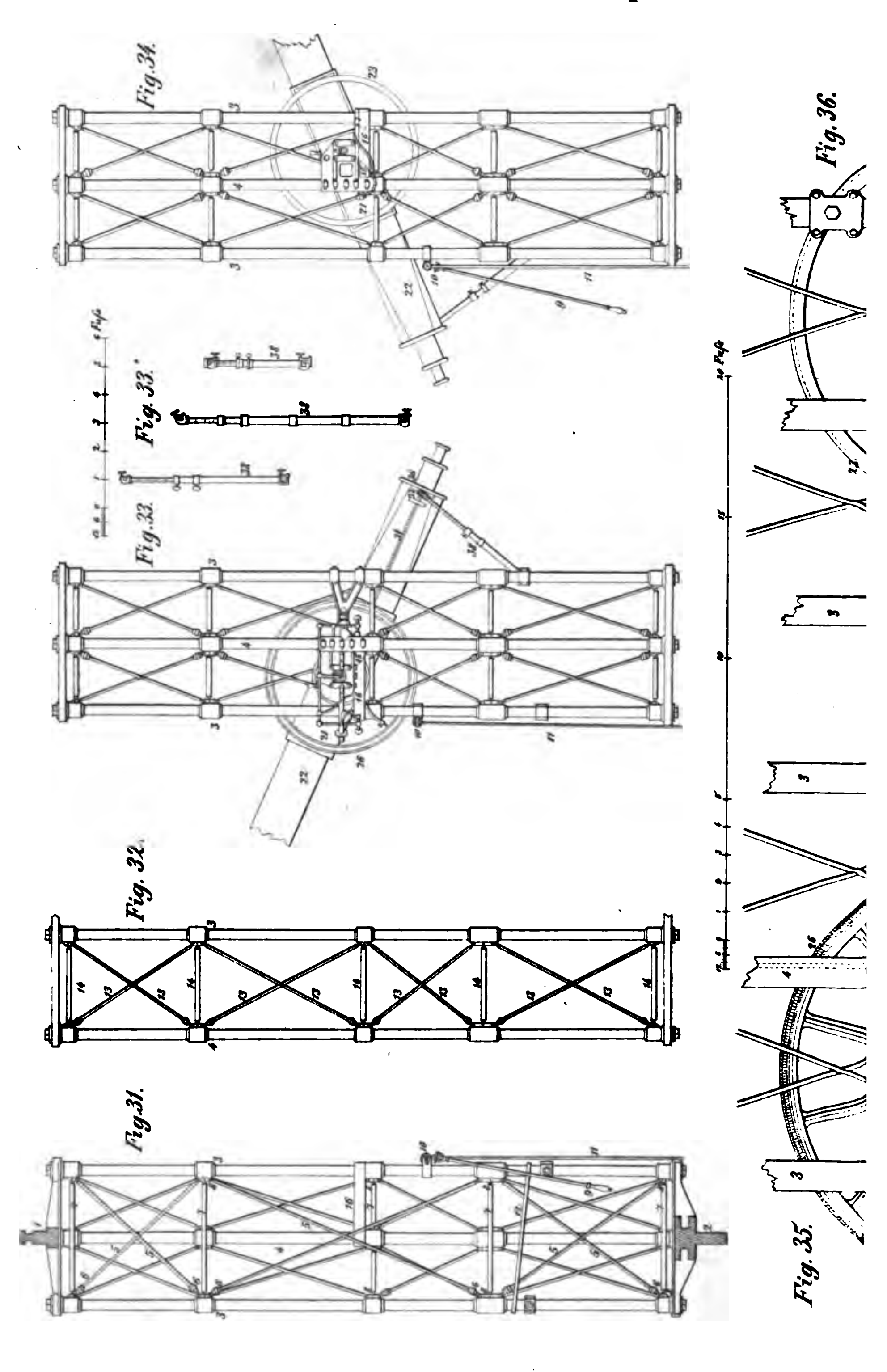


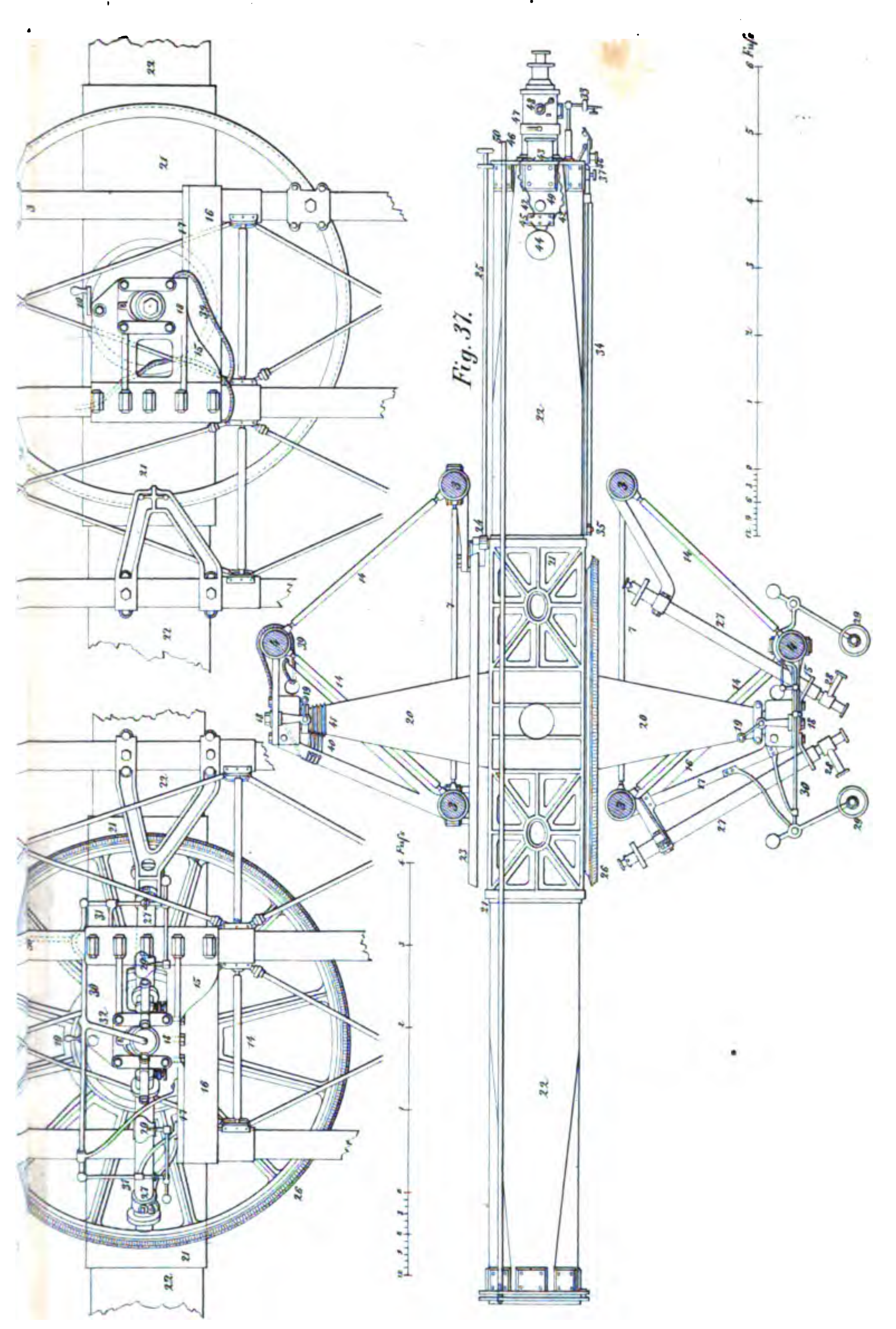
Lith. Anst. v. Joh. Moises München


Fig. 25.
Fig. 24.
Fig. 24.
Fig. 26.

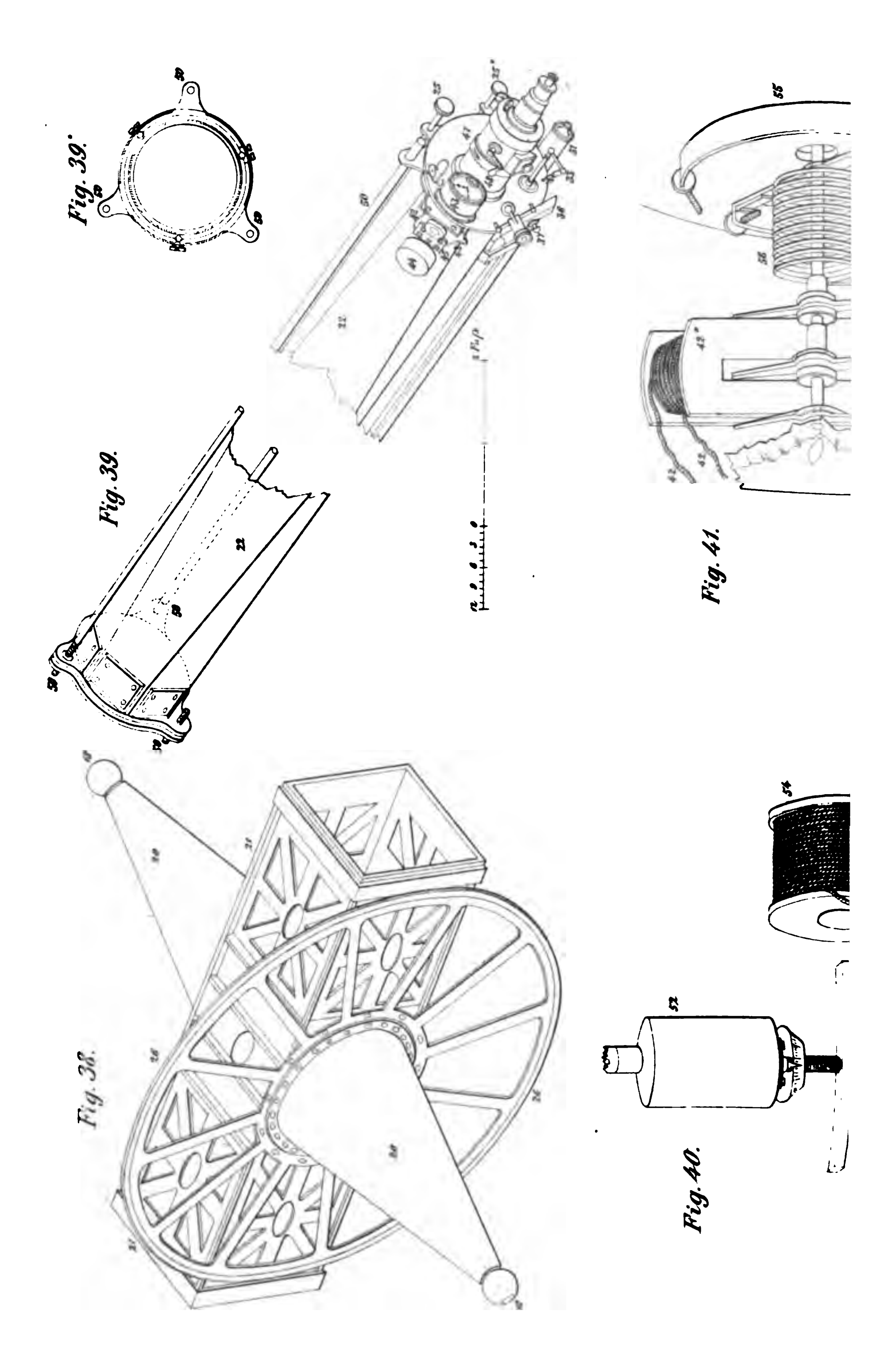


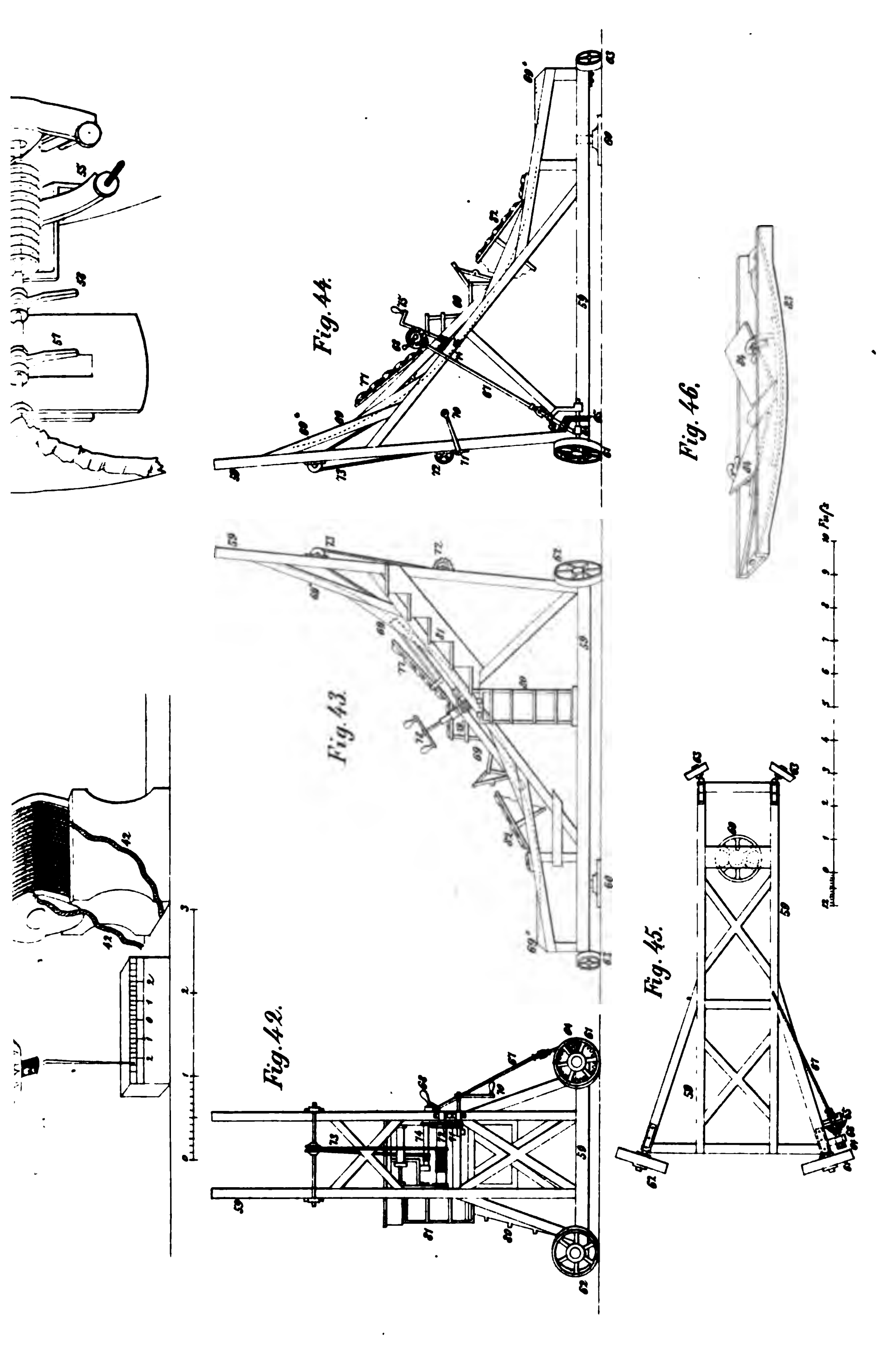
Lith.Anst.v. Joh. Moises München.


Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 33.'
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fuß

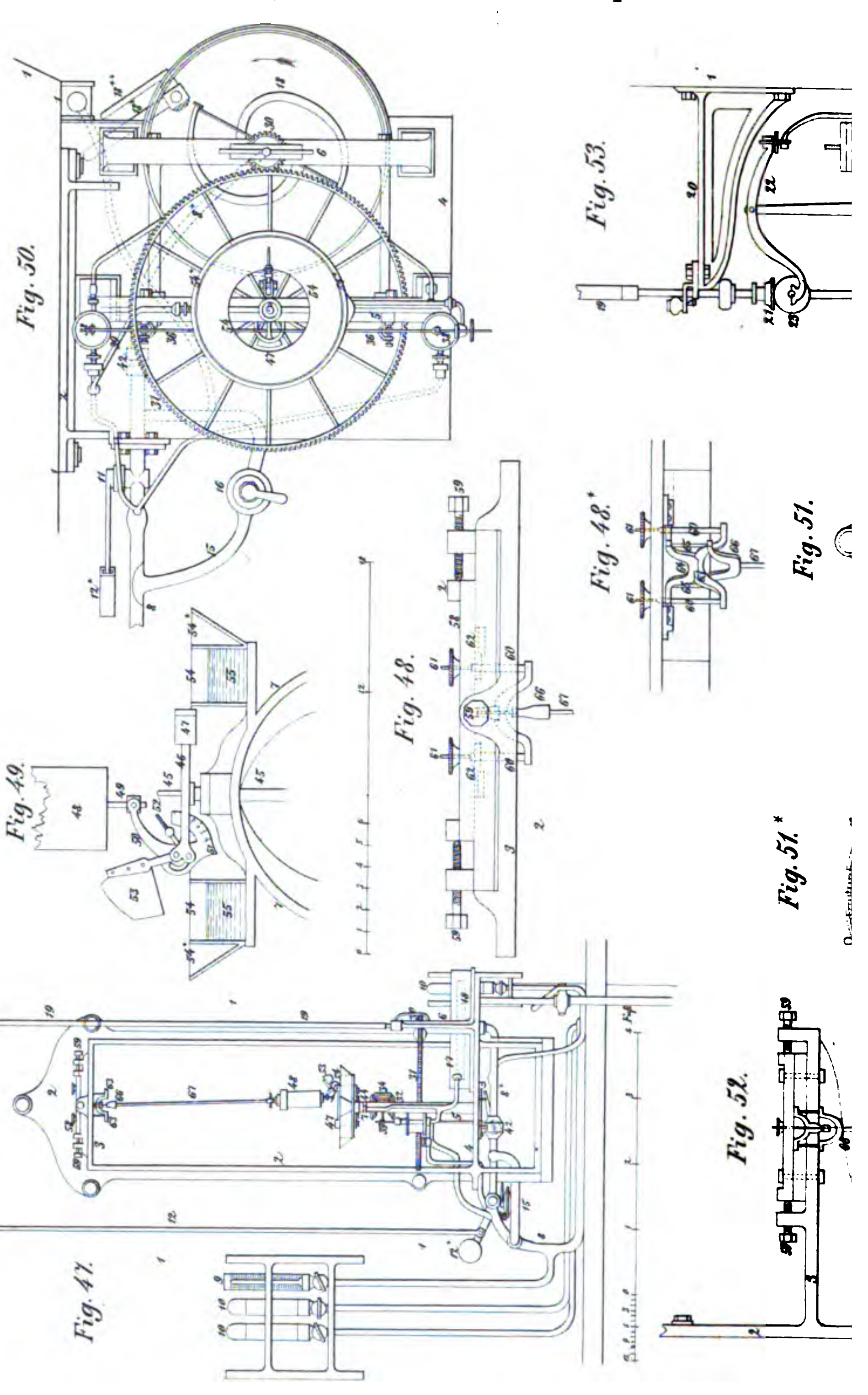


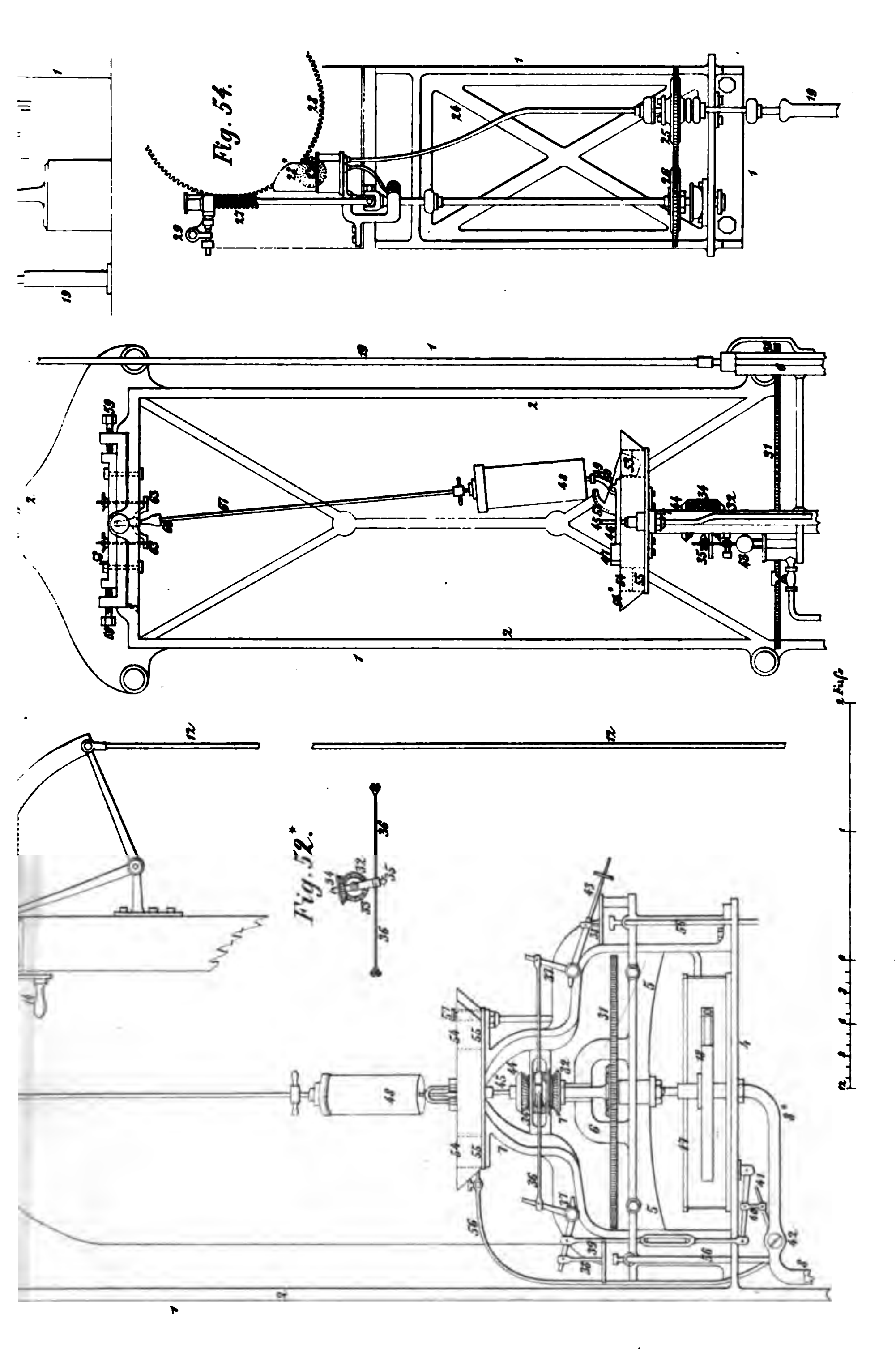
Lith. Anst. v. Joh. Moises in München


Fig. 39.'
Fig. 39.
Fig. 38.
Fig. 41.
Fig. 40.

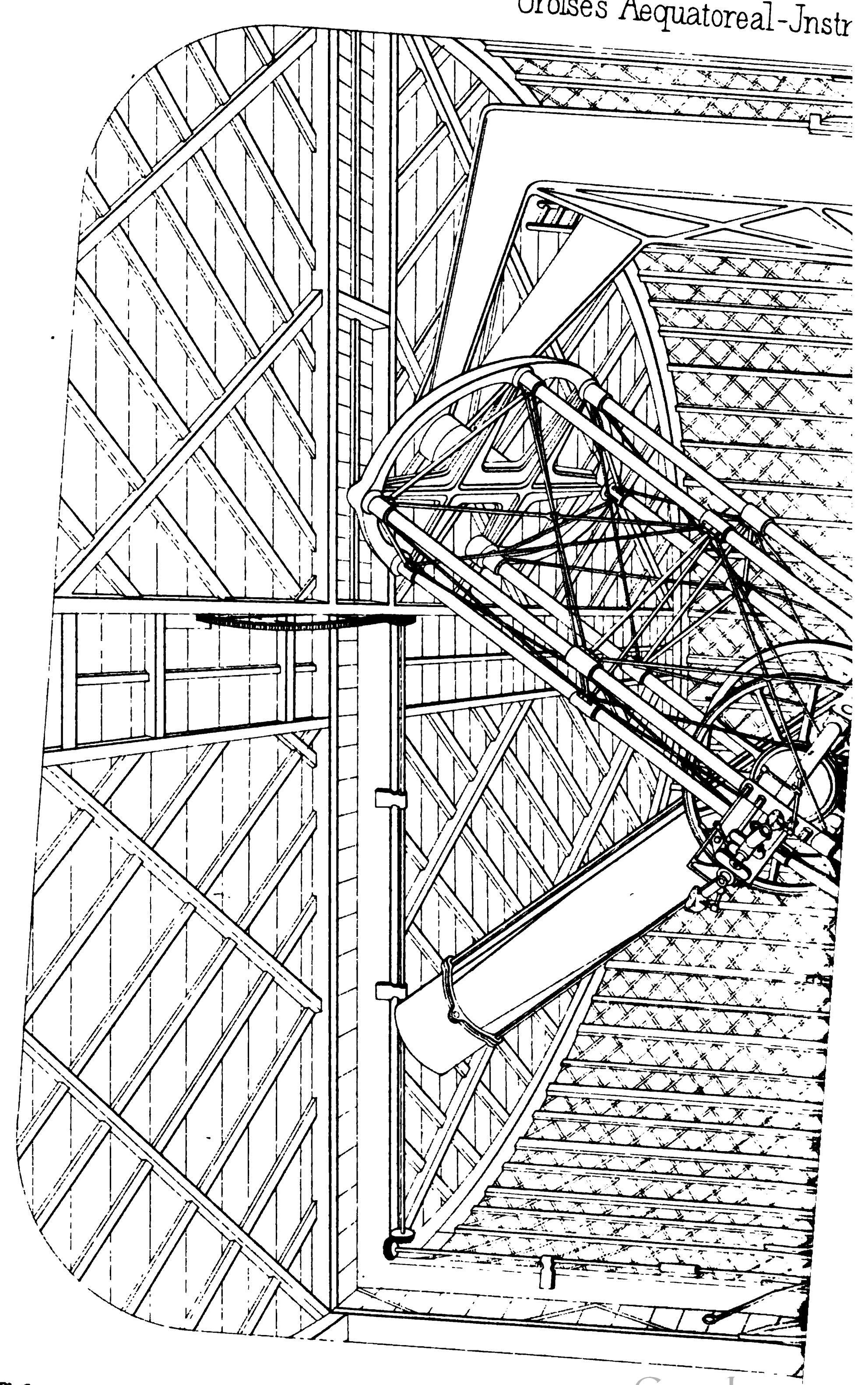


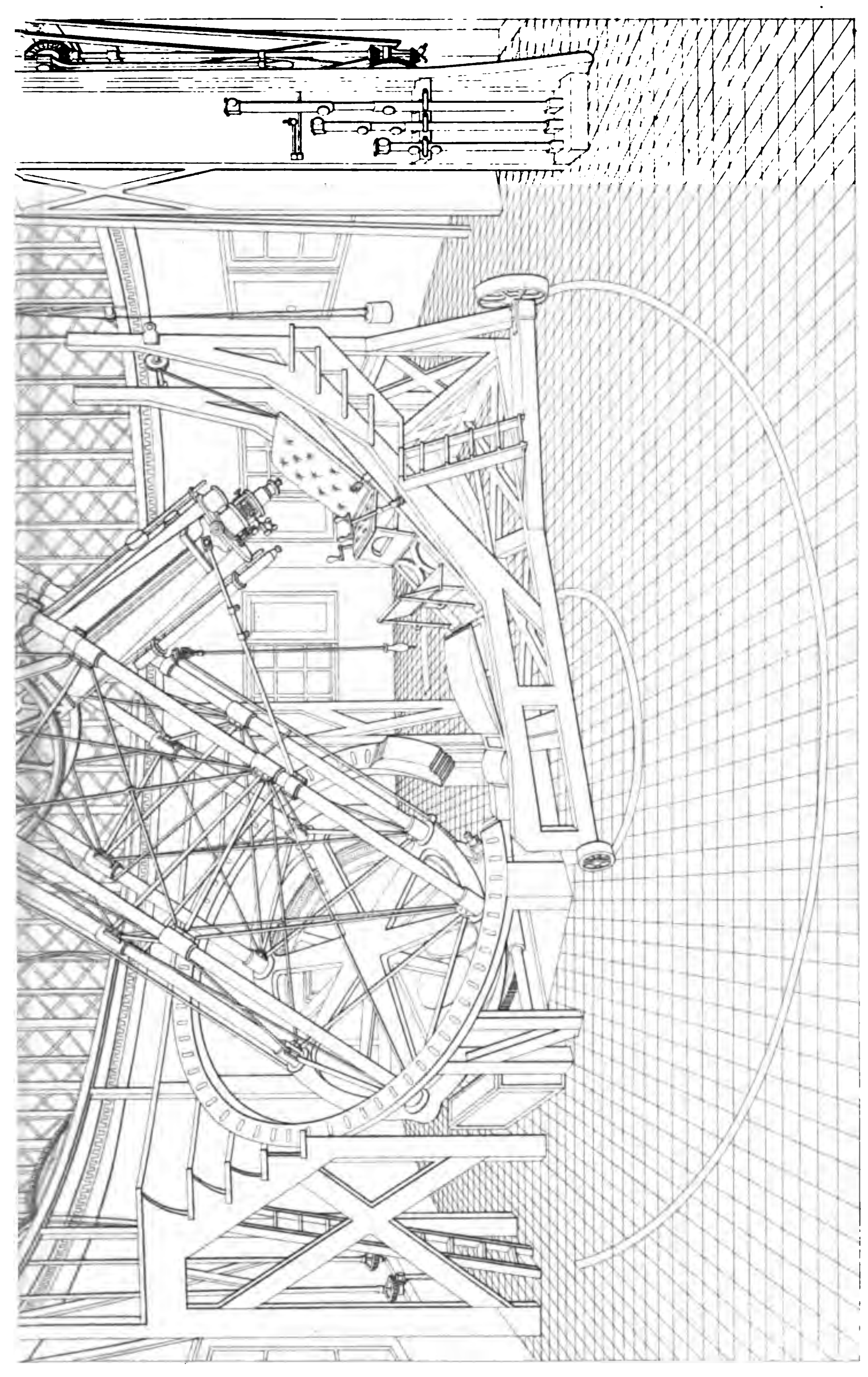
Lith. Anst. v. Joh. ... in München


Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 48.*
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 51.*
Fig. 52.
Fig. 53.

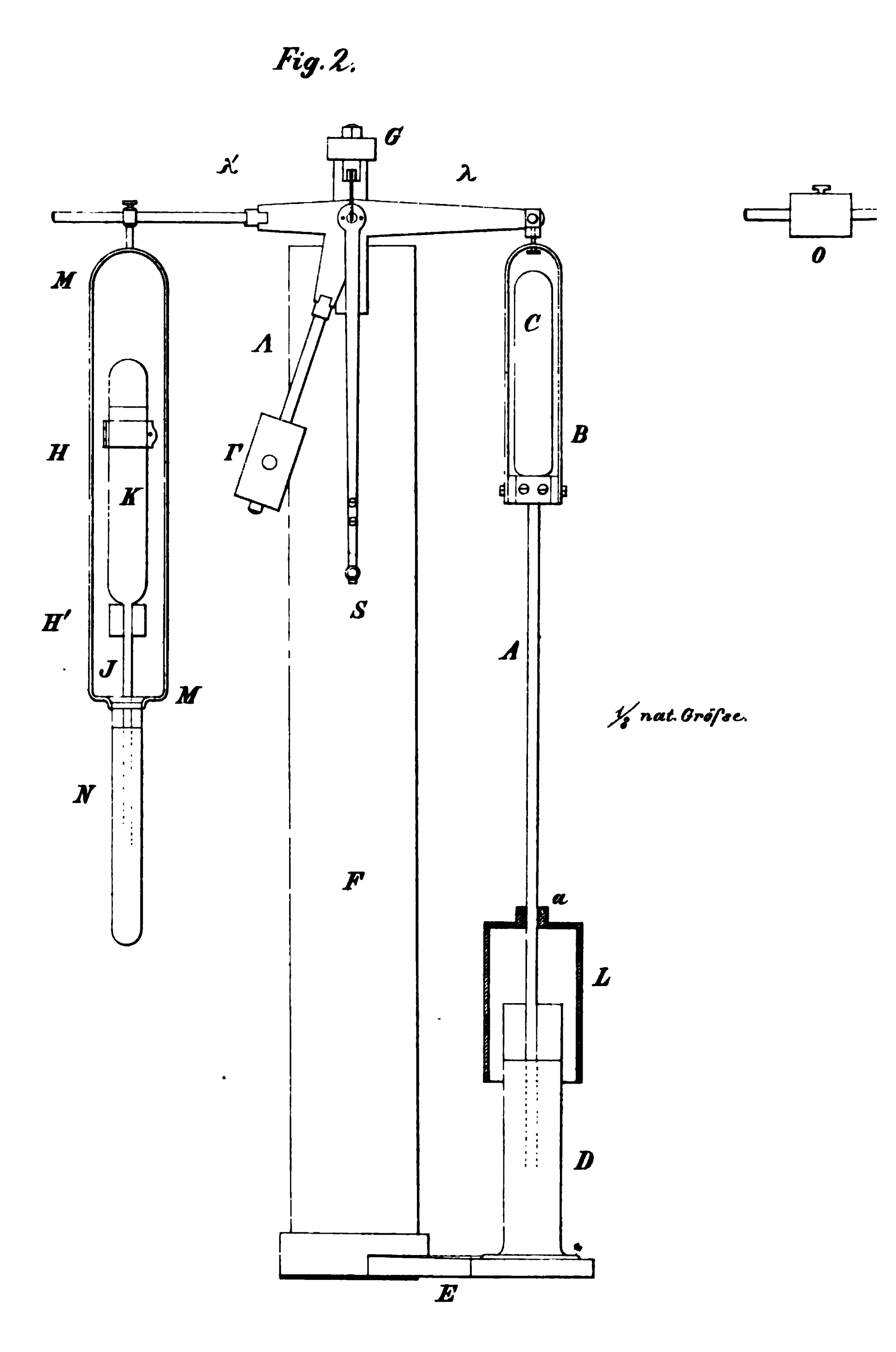


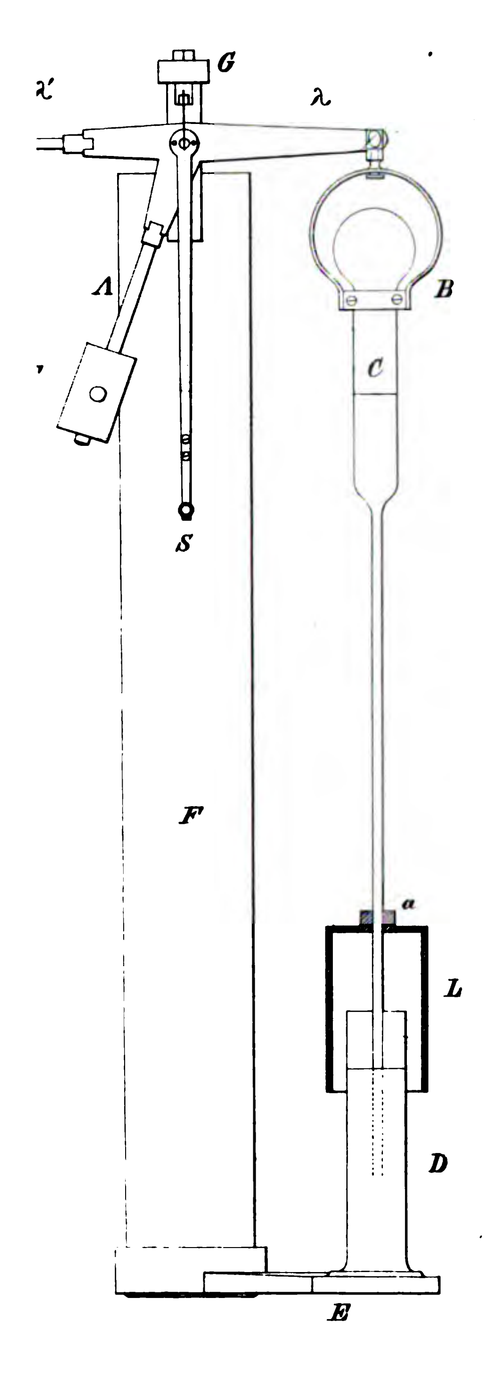
Lith. Anst. v Joh. Moises in München.

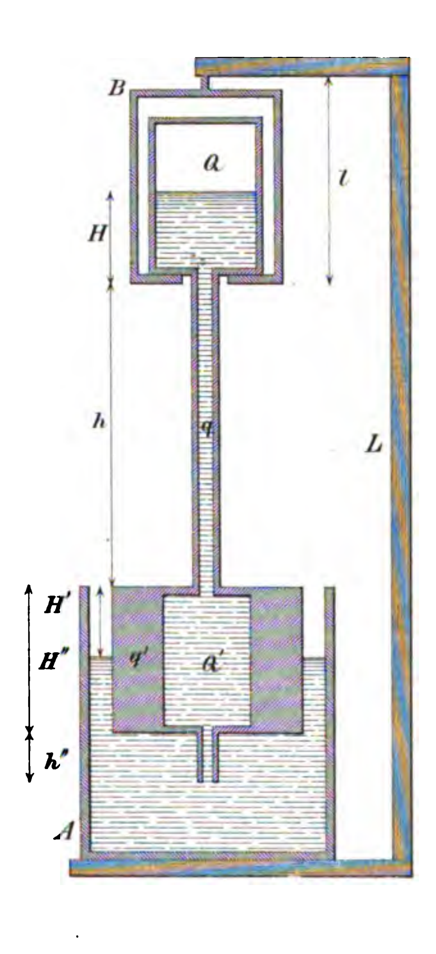

Großes Aequatoreal-Jnstr



Lith Anst. v. Joh. Moser in München.

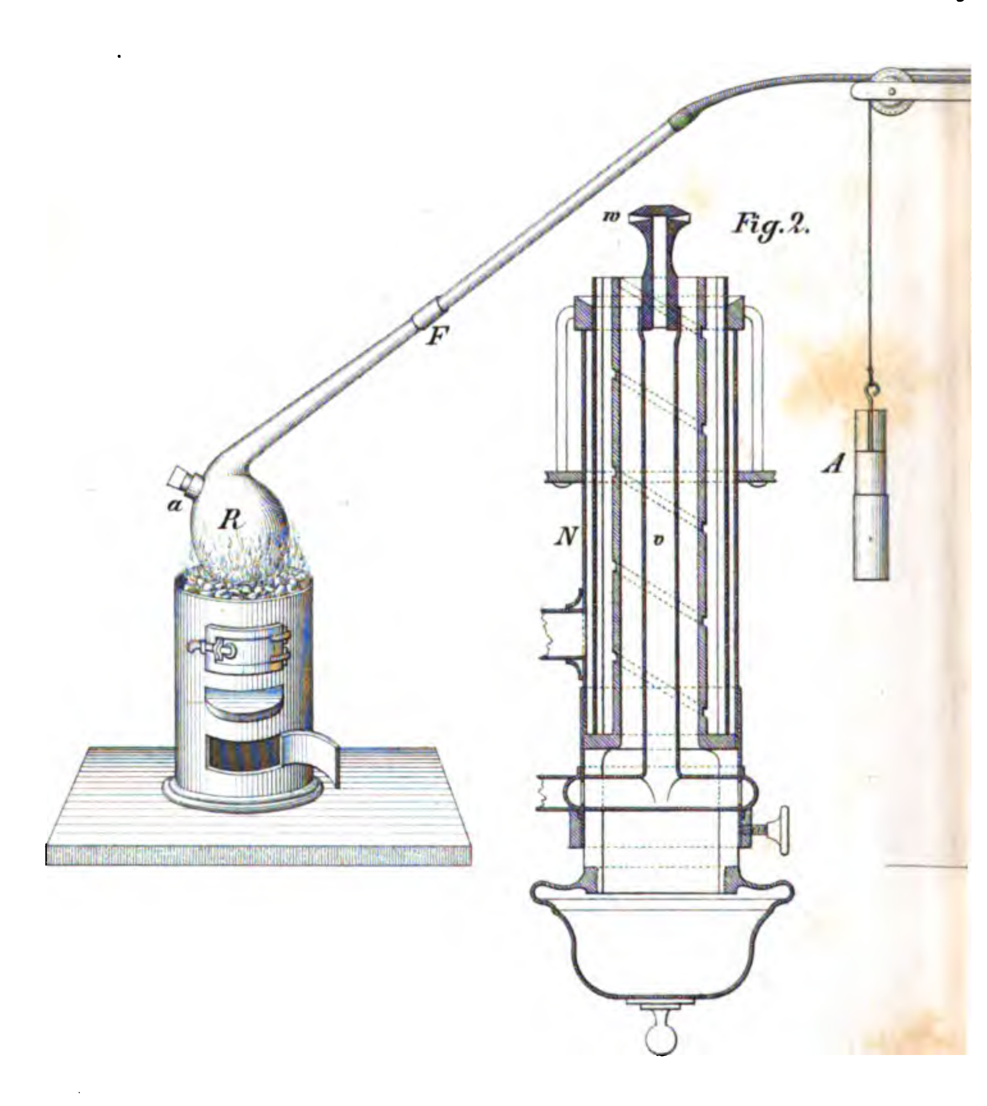

Fig. 2.
G
λ'
λ
O
M
C
Λ
B
H
Γ
K
S
H'
A
J
M
1/8 nat. Größe.
N
F
a
L
D
E





Lith.Anst.v Joh.Moses in München.

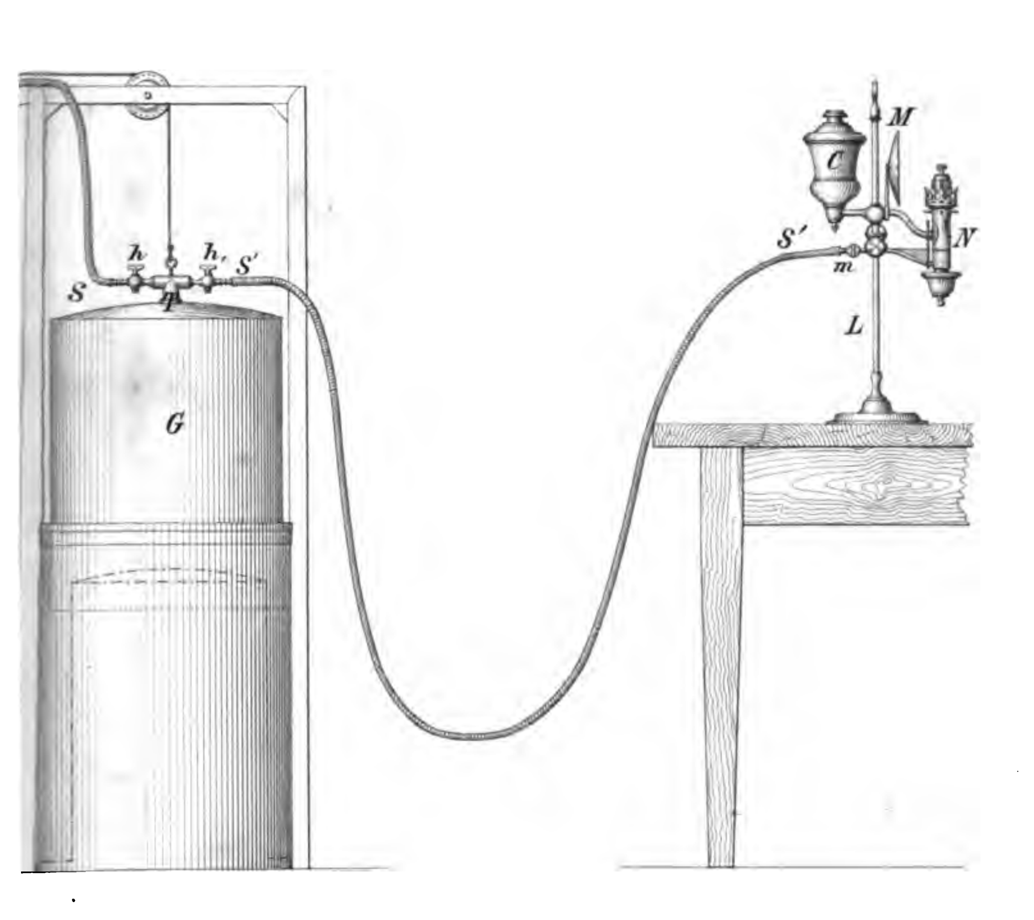
Das Sauerstofflicht im p



Taf. XIV.

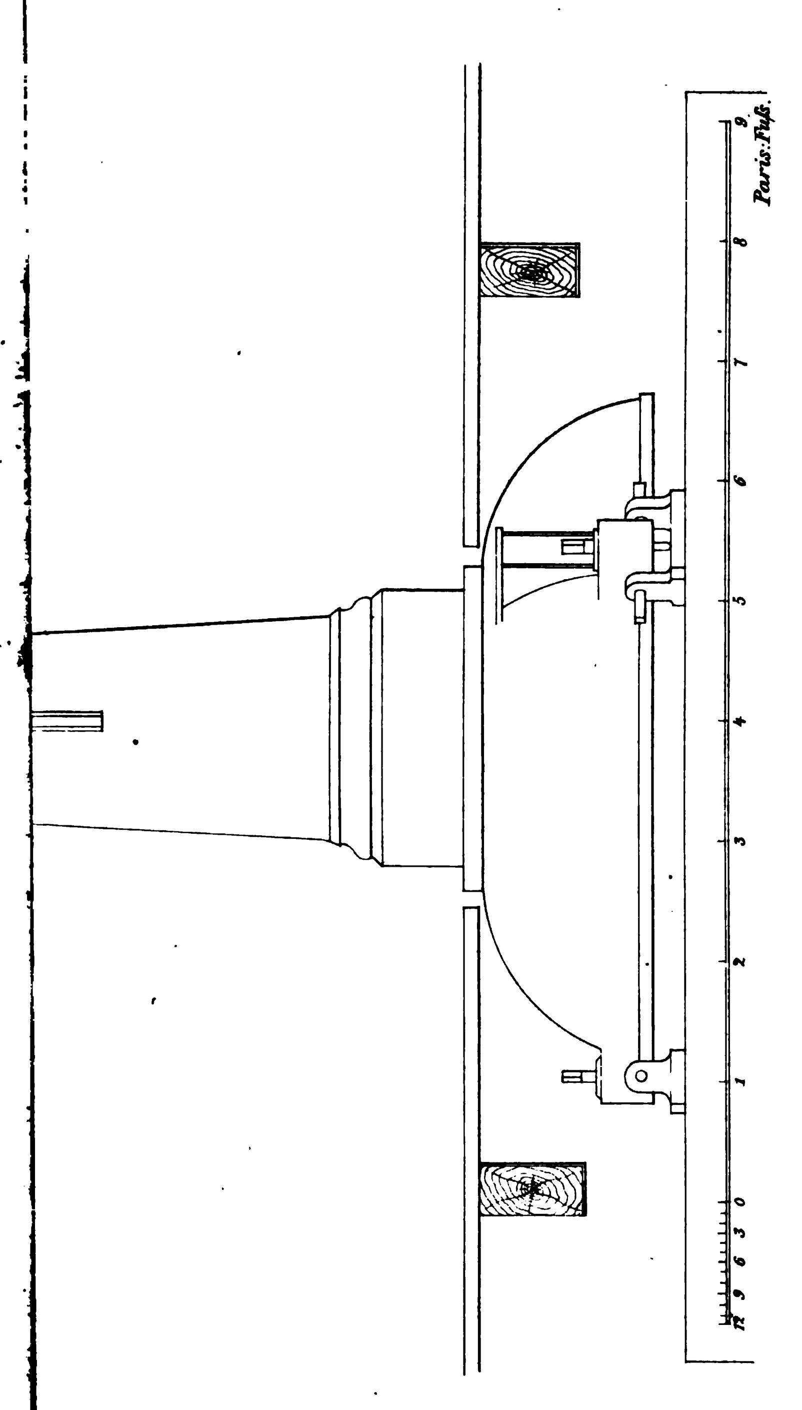
hysikalischen Hörsaale.

ig. 1.

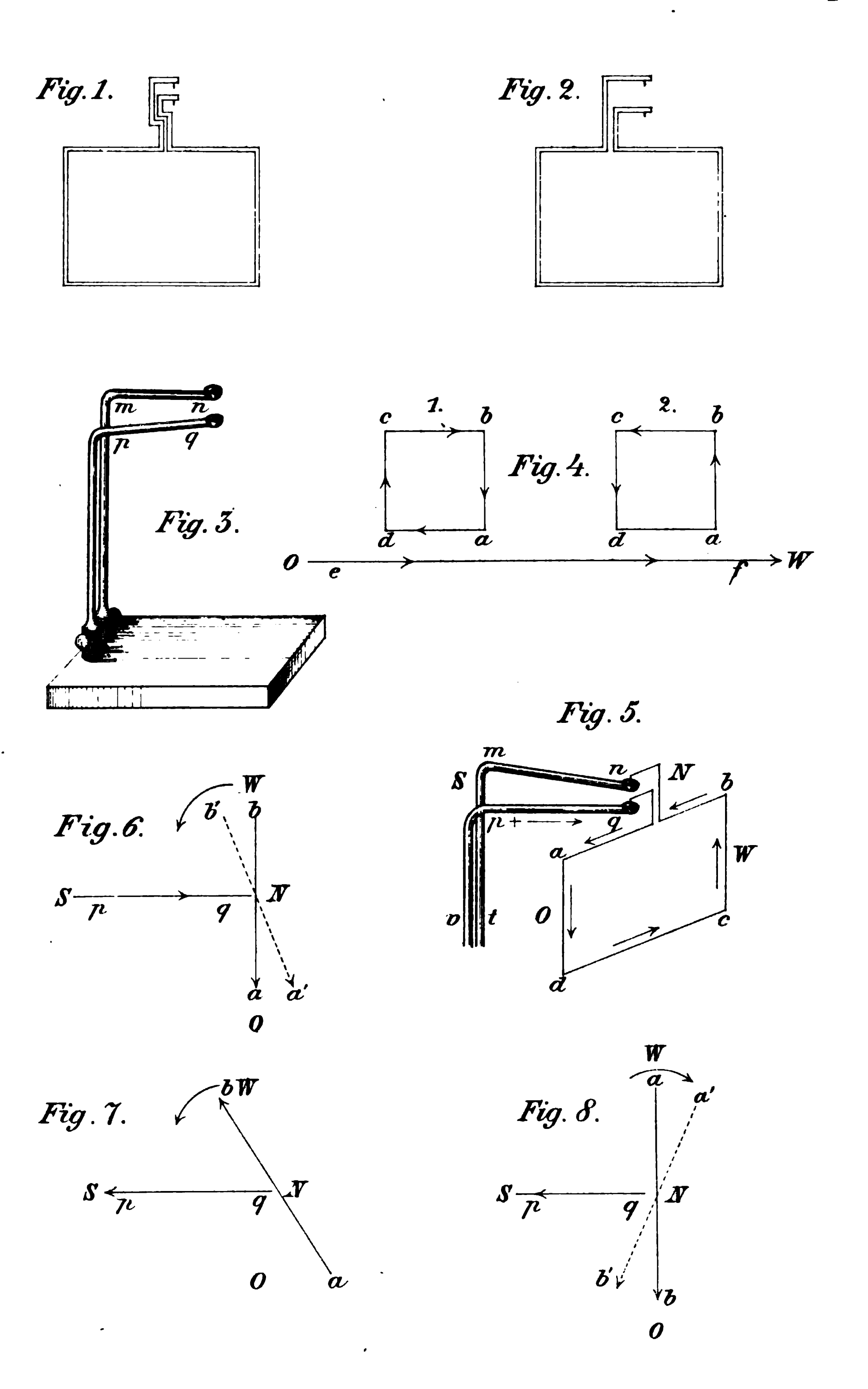


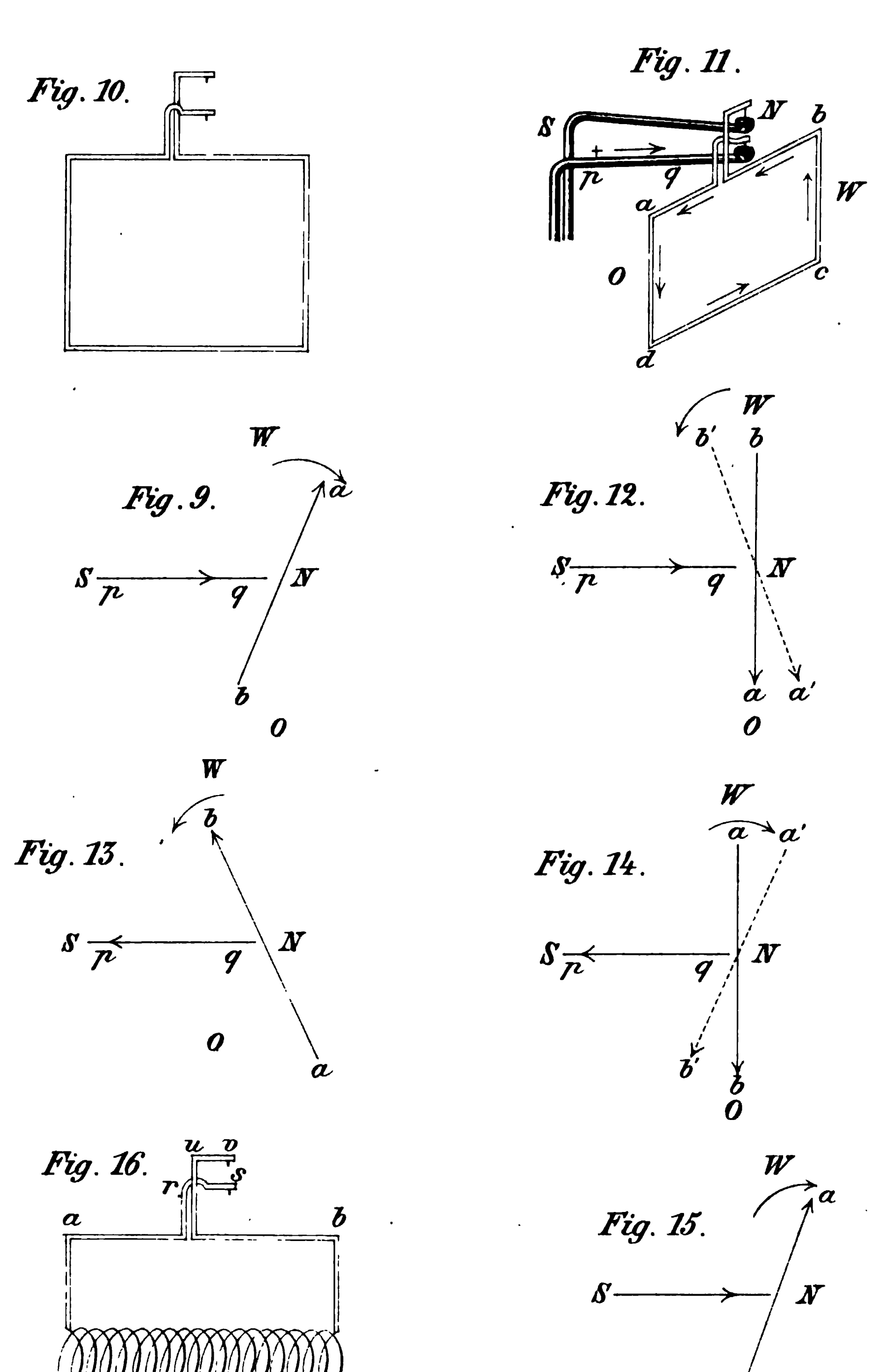
Lith. Anst. v. Joh. Moises in München.

Taf. XV.



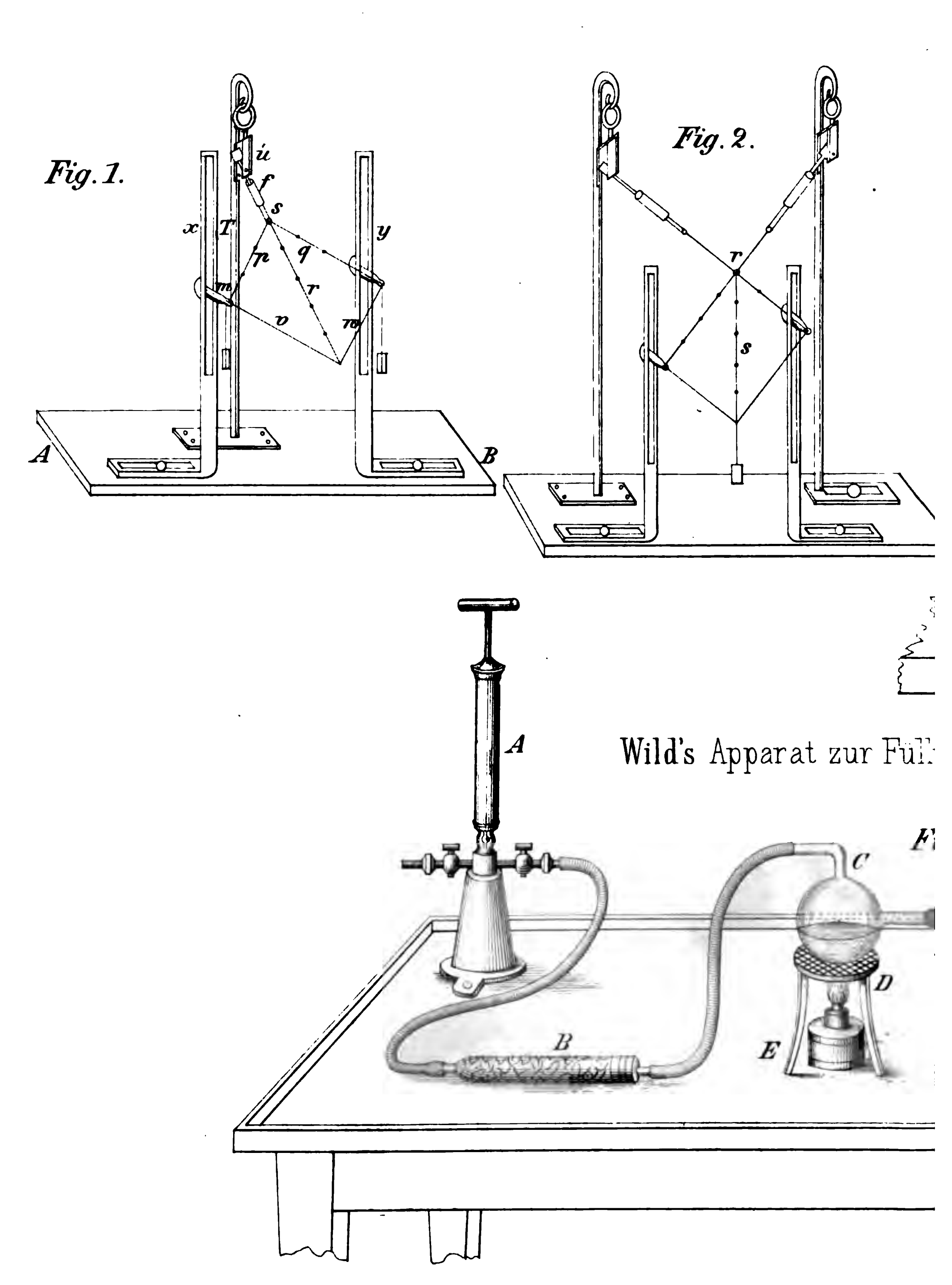
Lith. Anst. v. Joh. Moises.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
m
n
p
q
Fig. 4.
1.
2.
c
b
d
a
O
e
f
W
Fig. 5.
S
N
W
v
t
O
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.



Lith. Anst. v Joh. Moises in München.

Krebs's Parallelogramm d



…r Kräfte & schiefe Ebene.

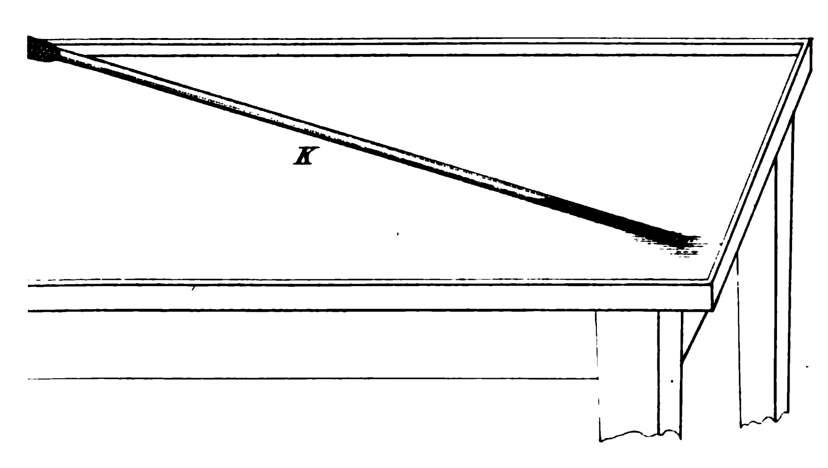
Fig. 3.a

Fig. 4.

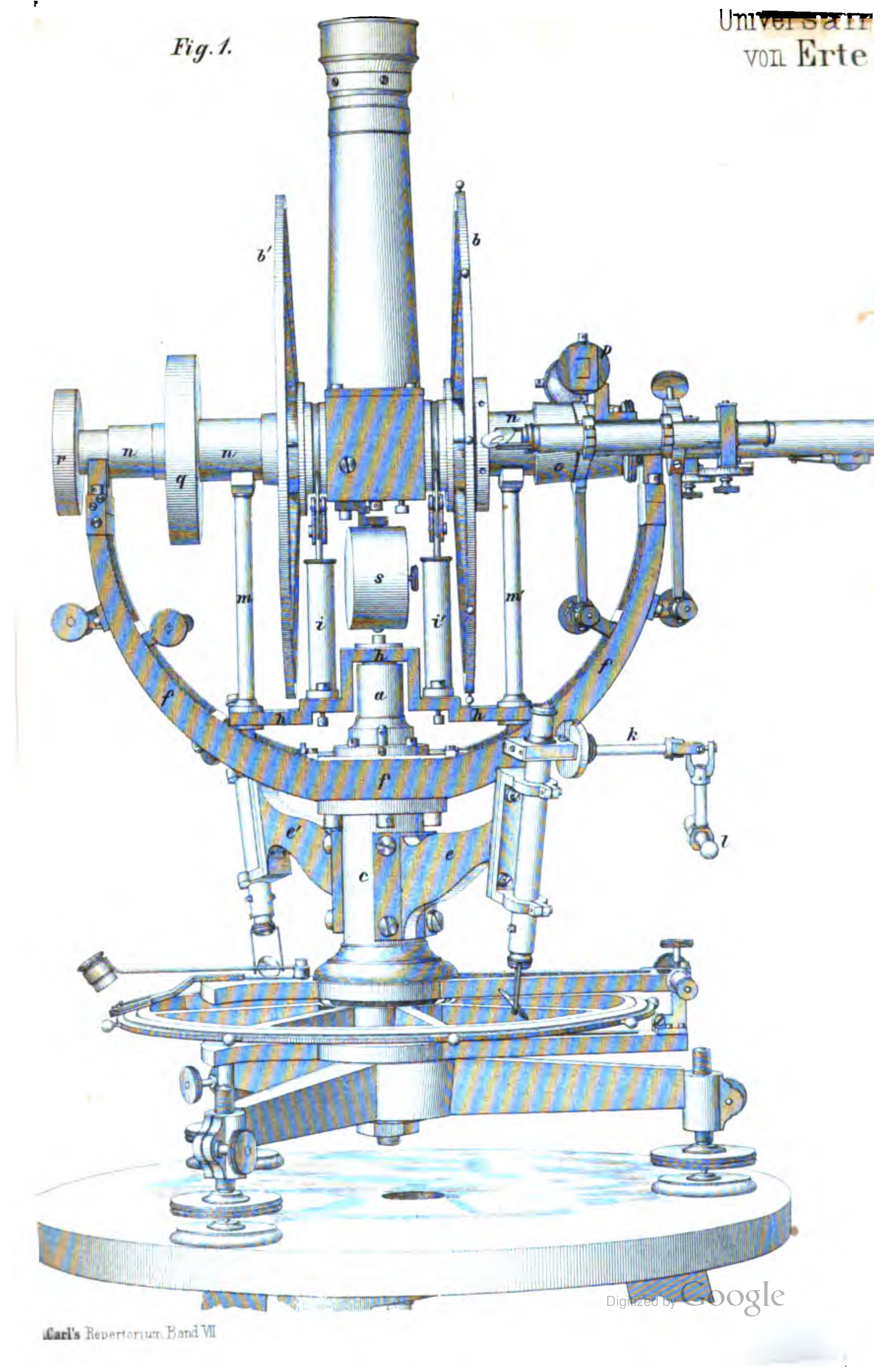
Fig. 3.

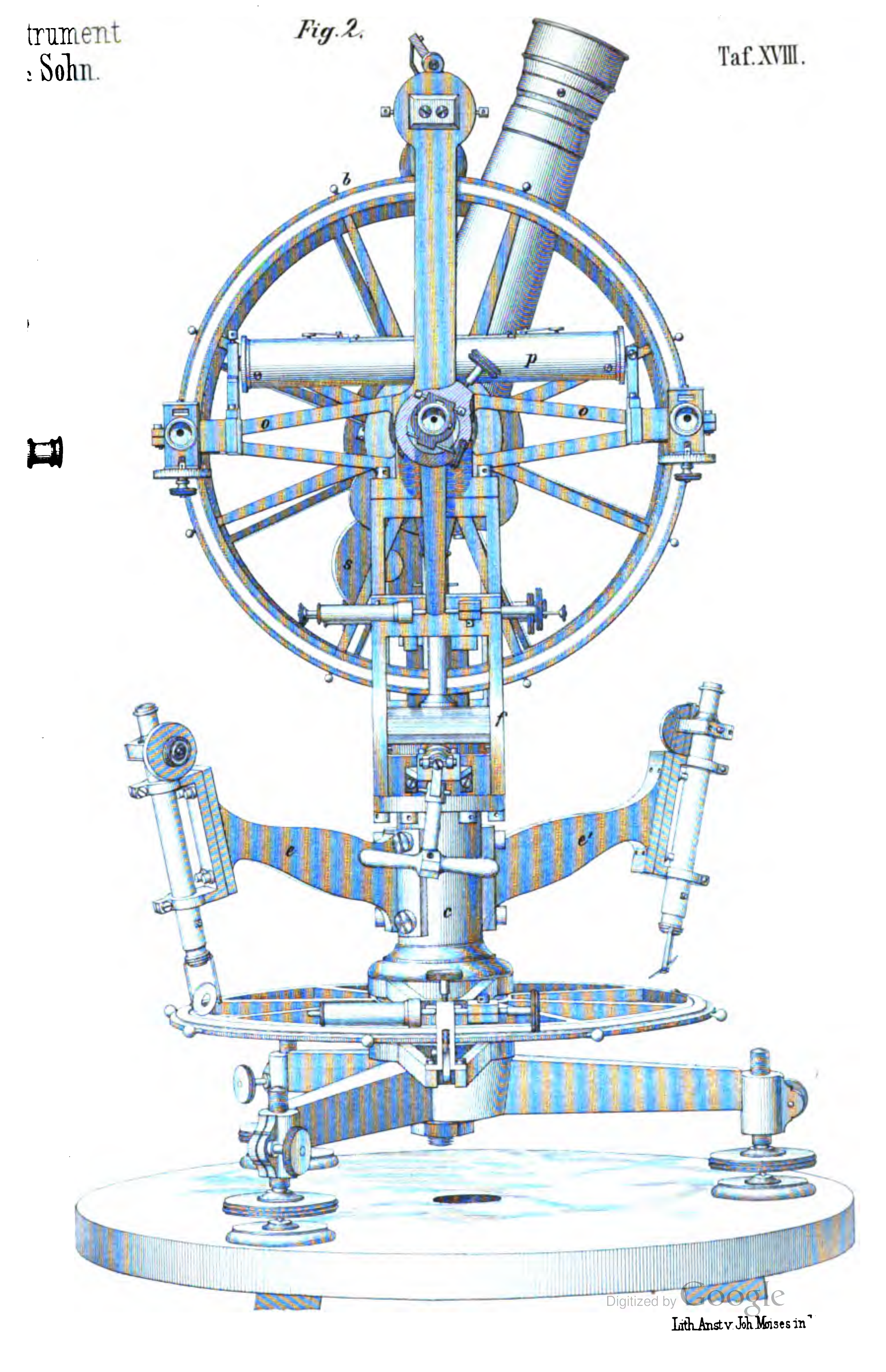
…ng von Barometerröhren.

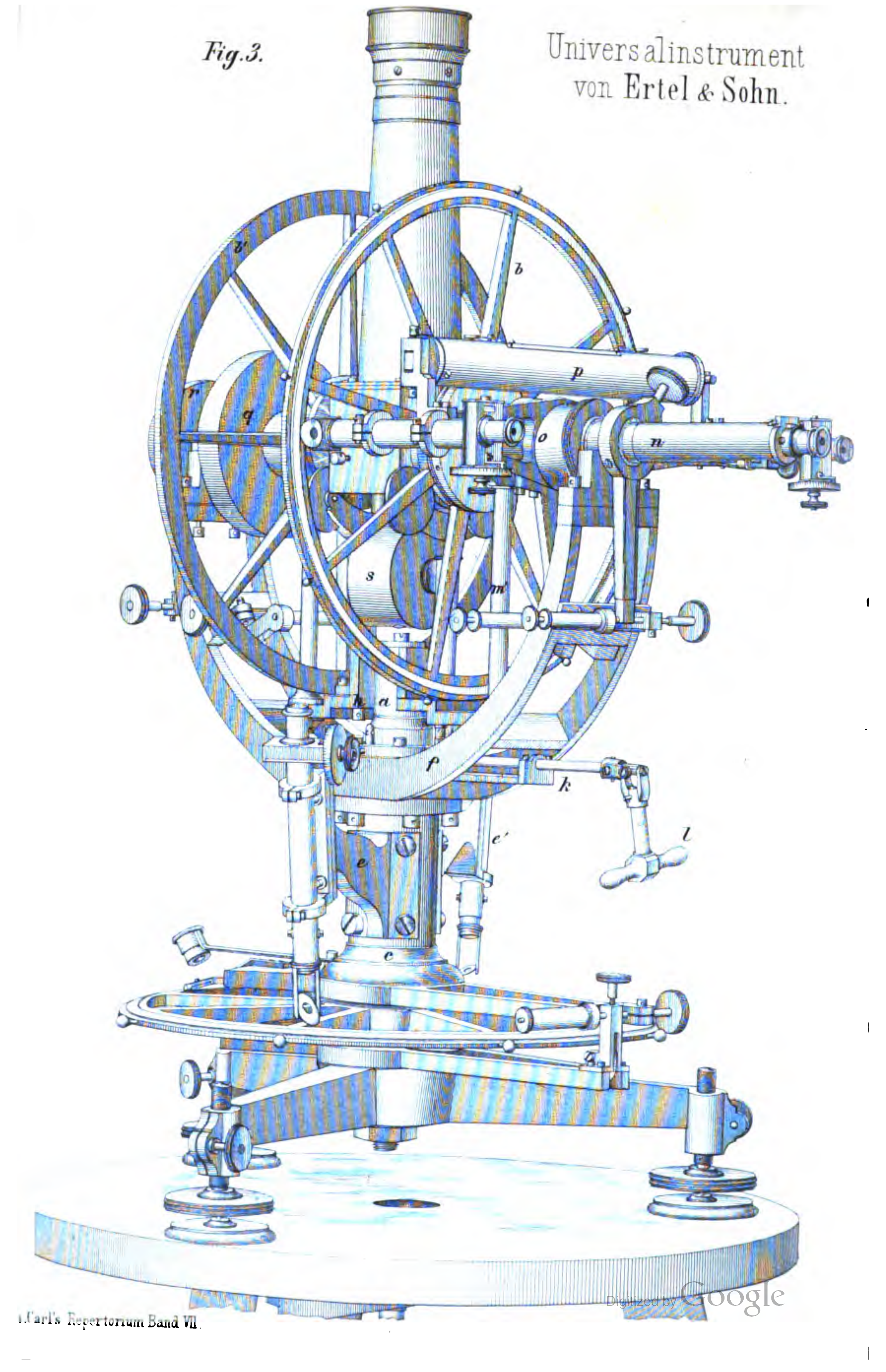
. 5.



Lith. Anst. v. Joh. Moser in München

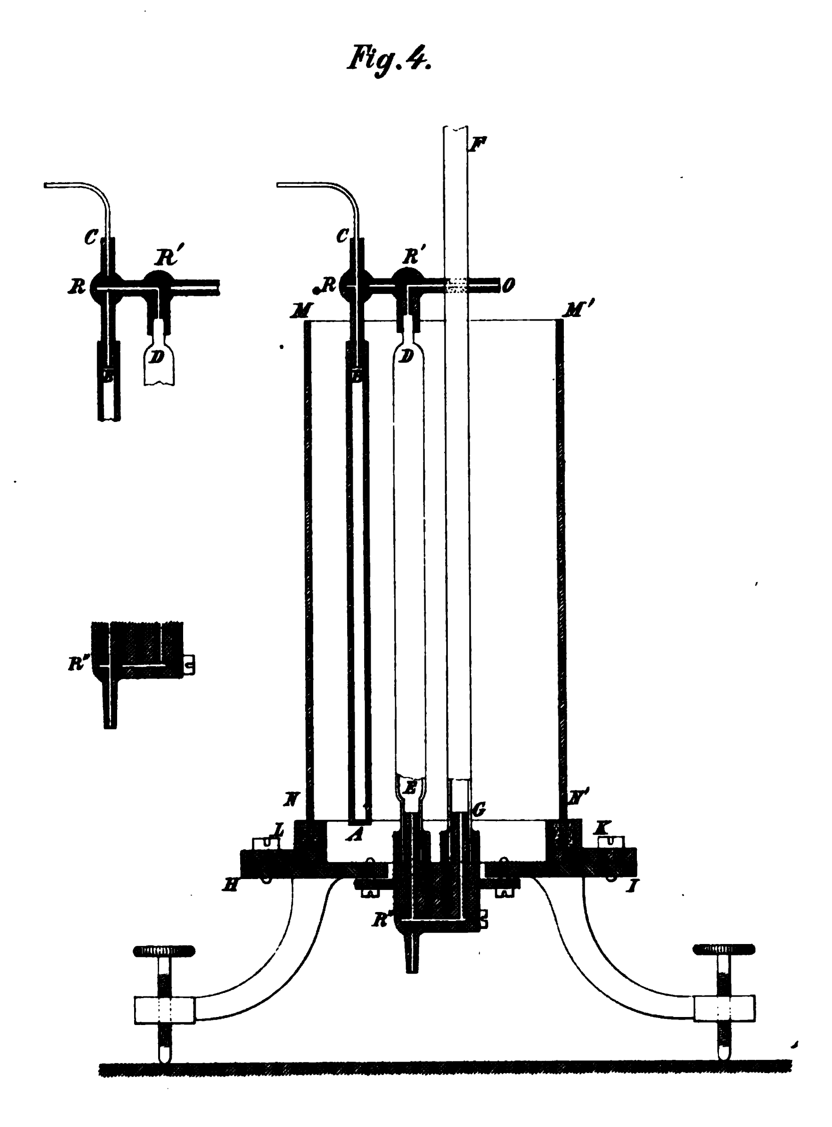

Fig. 1.
Universalinstrument von Erte
b'
b
p
n
r
n
n
q
o
m
m'
s
i
i'
h
f
f
a
h
h
k
f
e'
e
c
l


trument
Sohn.
Fig. 2.
Taf. XVIII.
b
p
o
o
s
f
e
e'
c
Lith. Anst. v. Joh. Moises in


Fig. 3.
Universalinstrument
von Ertel & Sohn.
b'
b
p
r
q
o
n
s
m
h
a
f
k
e'
l
e
c

Regnault's-Manometer.

Fig. 4.



Lith. Anst. v. Joh. Moses in München.

v. Lang's Polarisations-Mikroskop.

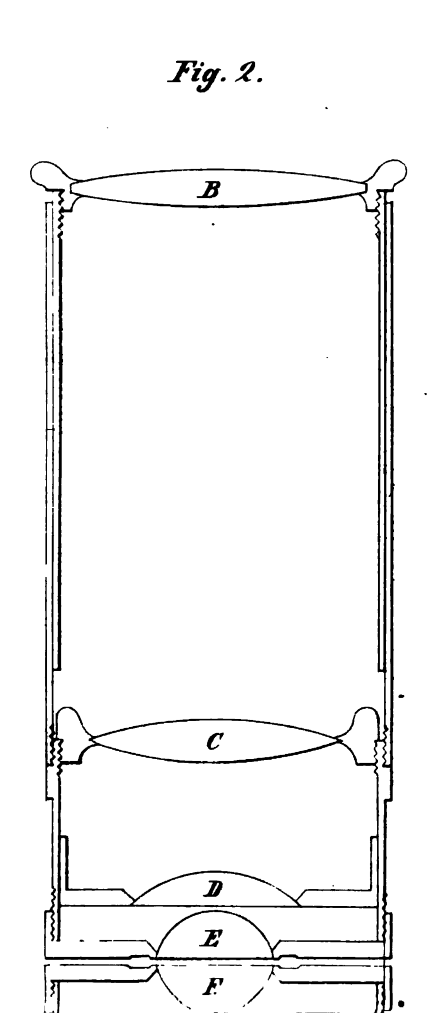
Fig. 1.

I

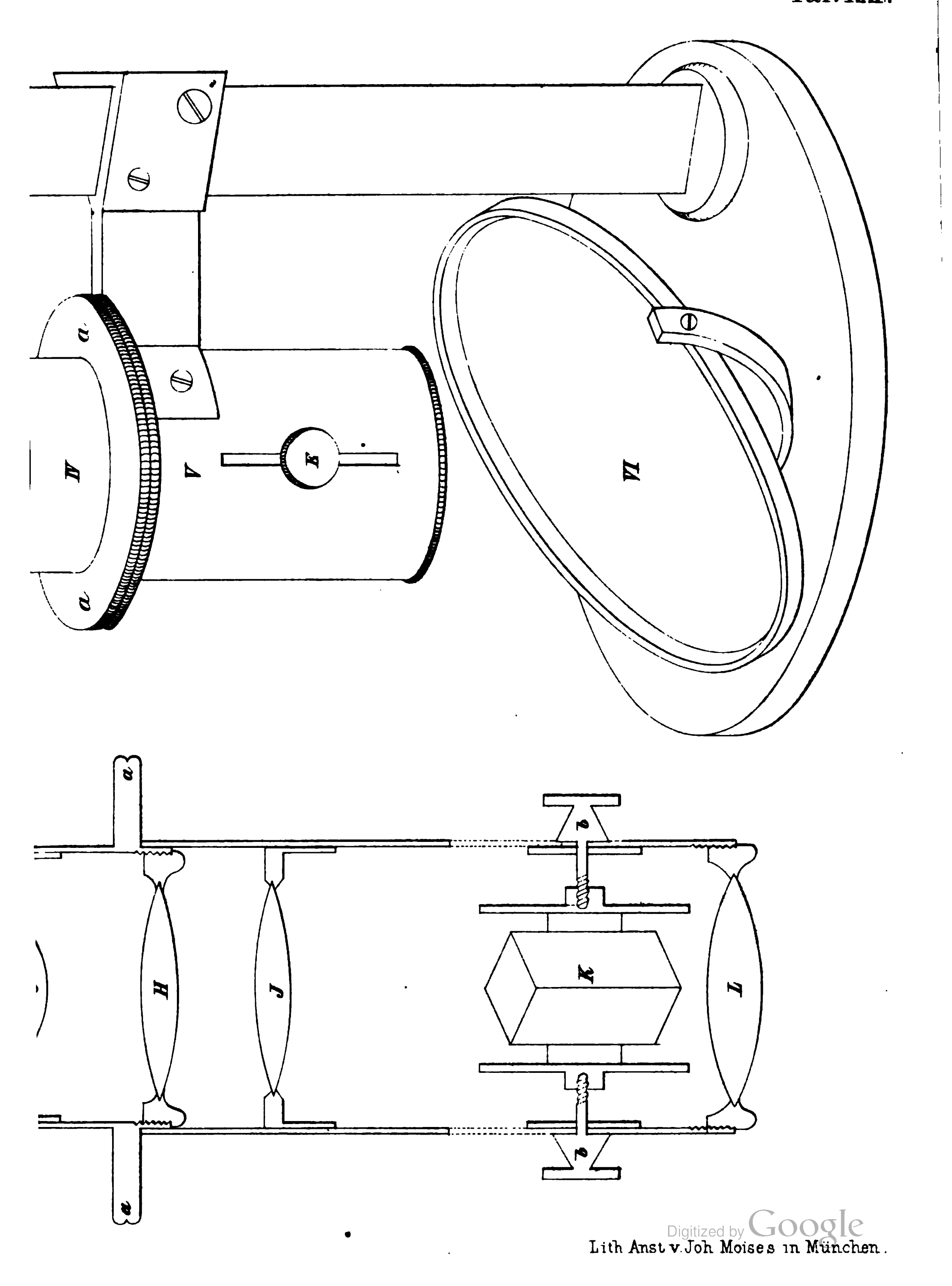
II

III

Fig. 2.



Taf. XXI.



Lith Anst v. Joh Moises in München.

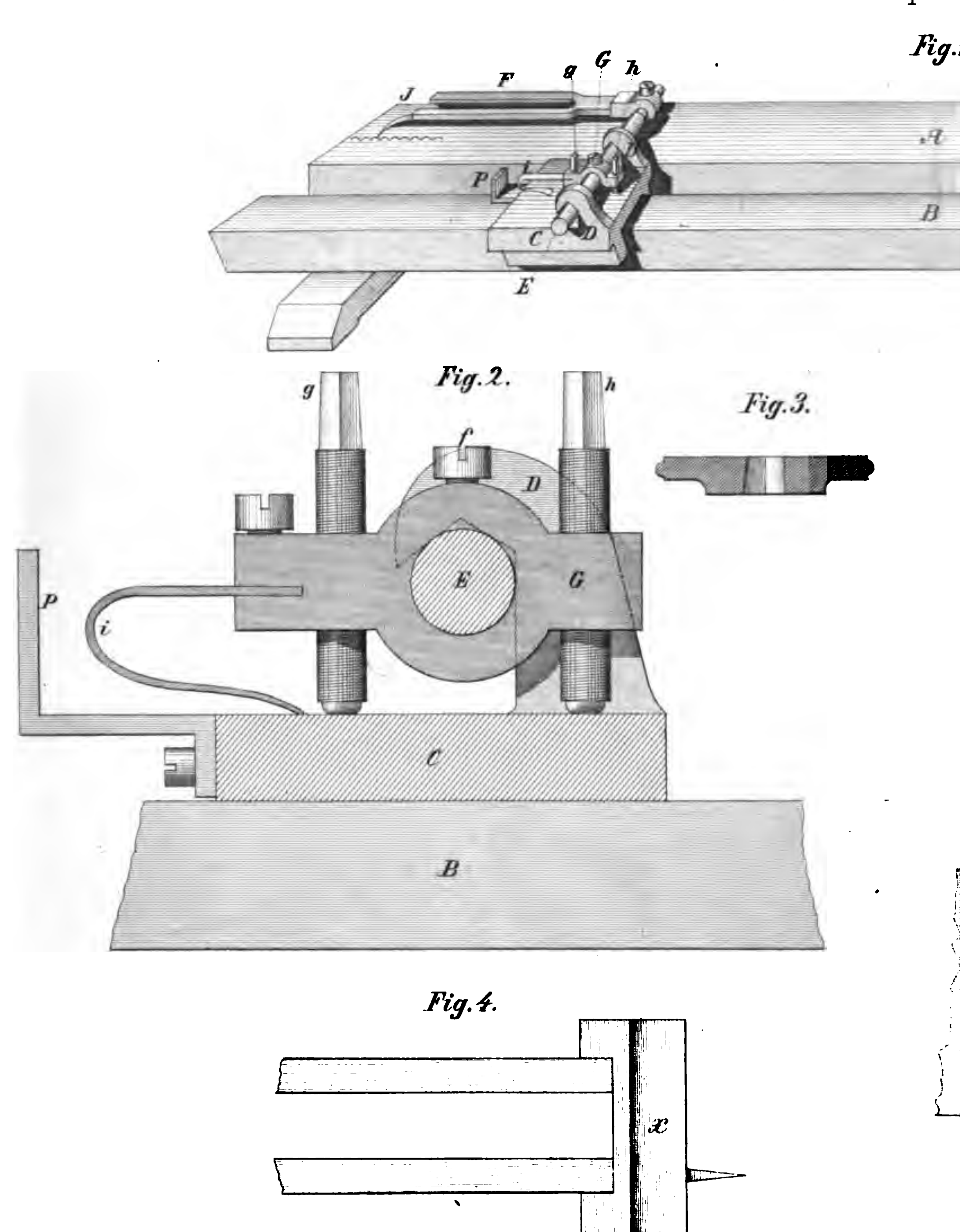

Fig.
J
F
g
G
h
A
P
i
B
C
D
E
Fig. 2.
g
h
f
D
E
G
P
i
C
B
Fig. 3.
Fig. 4.
x

Fig. 1.

A

B

Fig. 5.

G_1 G_2 J

a

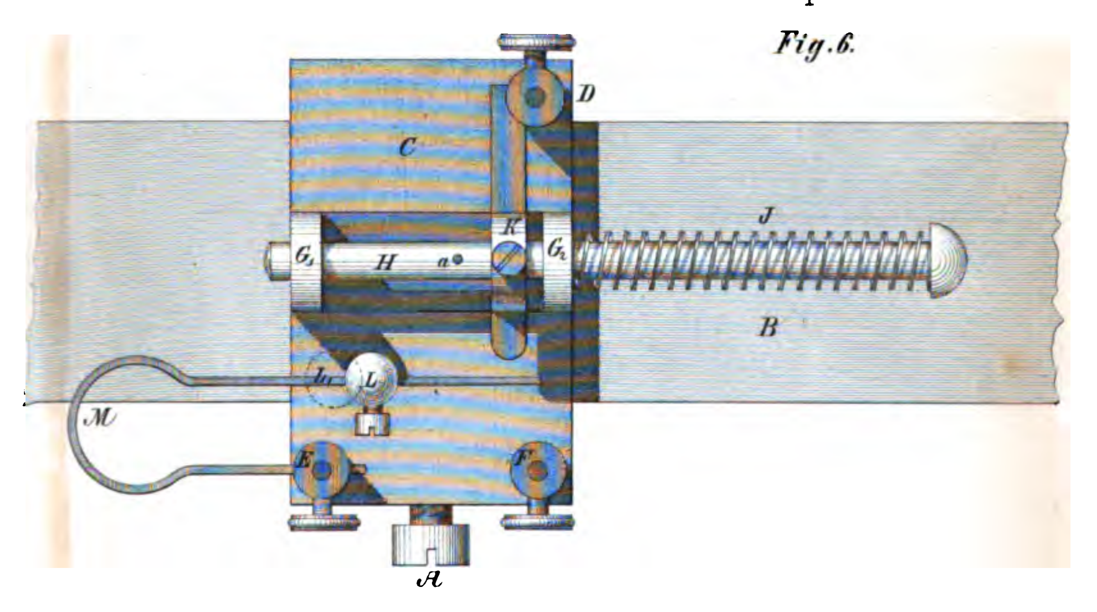
H K

C

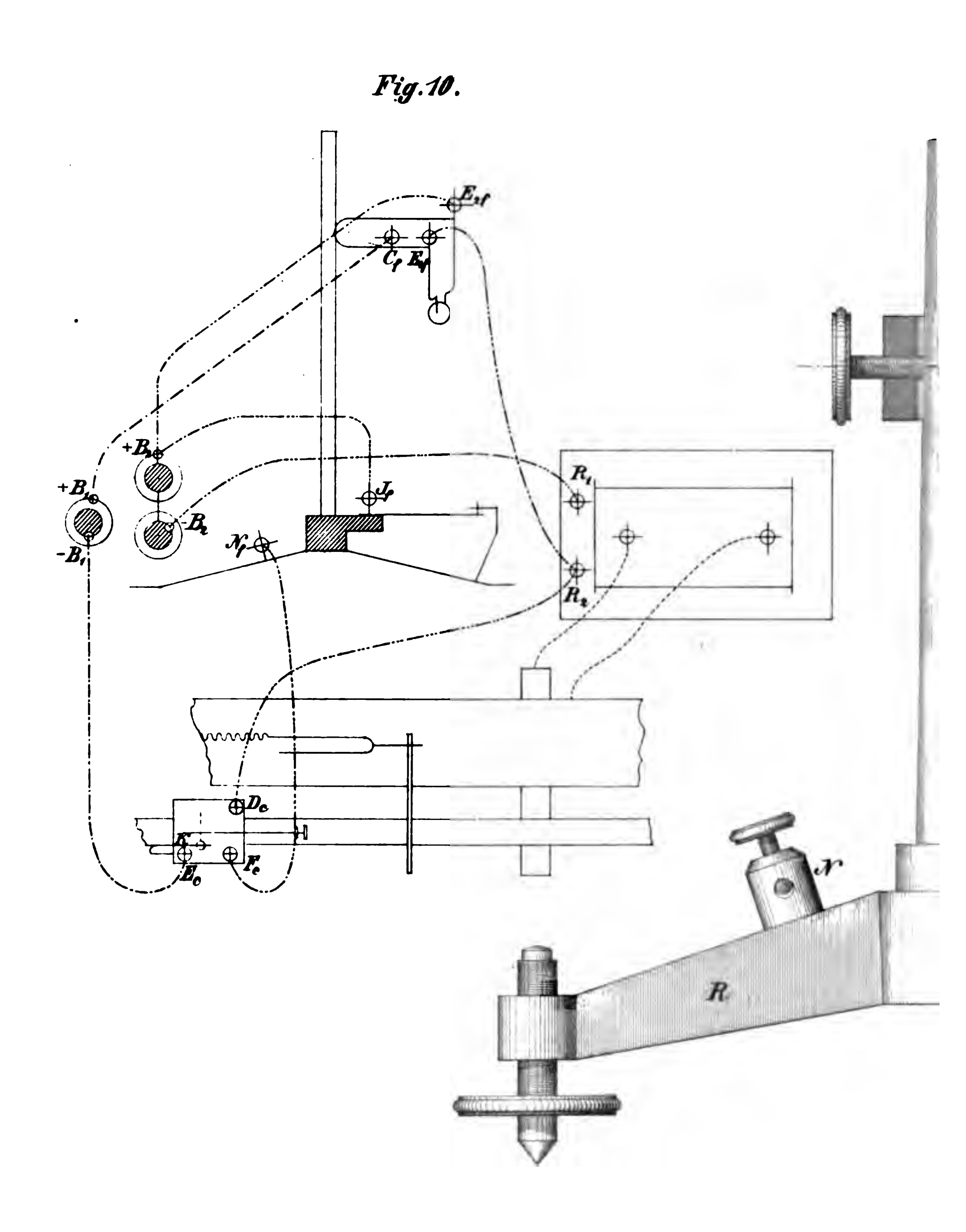
B

Contact zu Beetz's Chronoscop.

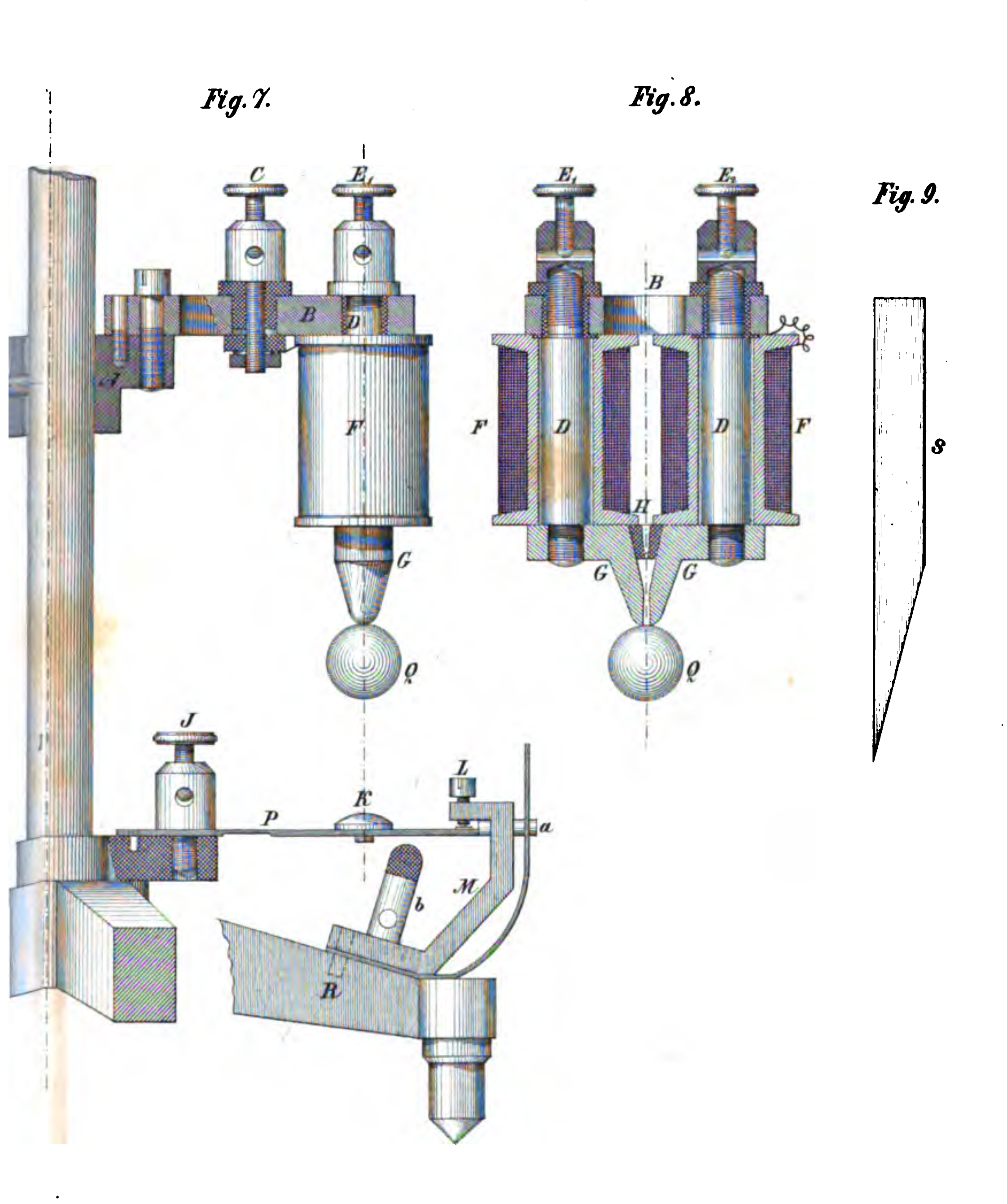
Fig. 6.



Lith. Anst. v. Joh. Moises in München.


Fig. 10.
E2f
Cf
Ef
+B2
+B1
-B1
-B2
Jf
Nf
R1
R2
Dc
K
Ec
Fc
N
R

nn's Fallapparat.



Lith. Anst. v. Joh. Moises in München

